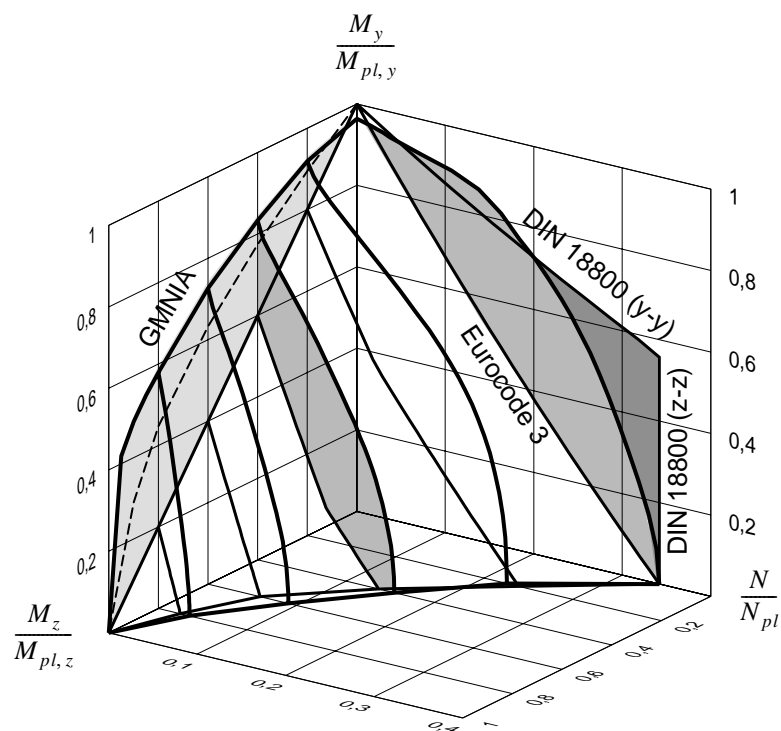


# INSTITUT FÜR STAHLBAU, HOLZBAU UND FLÄCHENTRAGWERKE



## Traglasten von Stäben aus Stahl bei Druck und Biegung

von R. Ofner

HEFT 9 ~ 1997

# Traglasten von Stäben aus Stahl bei Druck und Biegung

Dissertation

eingereicht an der  
Fakultät für Bauingenieurwesen der  
Technischen Universität Graz

von

Dipl.-Ing. Robert Ofner

Erstbegutachter

O.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Richard Greiner

Zweitbegutachter

O.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Gernot Beer

Graz, im März 1997

Technische Universität Graz  
Institut für Stahlbau, Holzbau und Flächentragwerke  
Lessingstraße 25  
A-8010 Graz

Tel. +316 873 6201

## **Vorwort**

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Mitarbeiter am Institut für Stahlbau, Holzbau und Flächentragwerke der Technischen Universität Graz.

Besonders danken möchte ich Herrn Univ.-Prof. Dr.techn. Dipl.-Ing. Richard Greiner für die Anregung und Betreuung dieser Arbeit und die Übernahme der Erstbegutachtung. Herrn Univ.-Prof. Dr.techn. Dipl.-Ing. Gernot Beer danke ich sehr für die Zweitbegutachtung.

Mein besonderer Dank gilt auch Herrn Dr.techn. Dipl.-Ing. Werner Guggenberger für die wertvollen Hinweise zu dieser Arbeit. Bei allen Kollegen am Institut bedanke ich mich für das ausgezeichnete Arbeitsklima.

Robert Ofner

## Kurzfassung

Die Stabilitätsnachweise Biegeknicken und Biegedrillknicken von Stäben aus Stahl unter Druck und zweiachsiger Biegung wurden in den Normen Eurocode 3 und DIN 18800 Teil 2 unter Zugrundelegung umfangreicher Forschungsarbeiten neu geregelt. Die Diskussion zu diesem Thema gilt eigentlich als abgeschlossen. Bei der Anwendung dieser Bemessungsregeln und im Vergleich mit Traglastanalysen ergeben sich jedoch noch immer einige Fragen. Diese Fragen waren der Ausgangspunkt zu der vorliegenden Arbeit. Die Arbeit soll daher den Umfang der Kenntnisse über das Tragverhalten von Stäben bei Druck und zweiachsiger Biegung erweitern. Dafür wurden etwa zwanzigtausend nichtlineare Traglastanalysen von imperfekten Einzelstäben mit unterschiedlichen Querschnitten, Schlankheiten und Belastungen durchgeführt. Für die untersuchten doppelsymmetrischen Querschnitte wurde vorausgesetzt, daß kein lokales Beulen auftritt und die volle plastische Beanspruchbarkeit des Querschnitts genutzt werden kann. Die Gegenüberstellung der Ergebnisse aus den Traglastanalysen mit den Traglasten aus den Bemessungsvorschriften in Form von Interaktionsdiagrammen  $N-M_y-M_z$  ermöglichte weitgehend eine Beantwortung der Problemstellung. Diese Ergebnisse bildeten auch die Grundlage für einen modifizierten Bemessungsvorschlag für Biegeknicken.

## Abstract

The code checking rules for flexural buckling and lateral torsional buckling of steel beams subject to combined bending and axial compression have been defined in Eurocode 3 and DIN 18800 with the background of many investigations and discussions. It seems that no further work must be done. But there are still some questions in the application of these code checking rules. These questions were the starting point of this paper. The paper should give a better understanding of the behaviour of slender beams under compression and biaxial bending. Therefore about twenty thousand ultimate load analysis have been done for different cross sections, slenderness of beams and distribution of bending moments. The analysis include material nonlinearities and geometrical nonlinearities as well as residual stresses and geometrical imperfections of beams. The investigated cross sections are double symmetric and are able to develop the full plastic resistance. Therefore local buckling and the interaction with global stability phenomena is not included in this paper. The results of the nonlinear analysis are presented in interaction diagrams  $N-M_y-M_z$  and are compared with the results of the code checking rules. With this investigation it was possible to solve some questions and to find a modified code checking rule for flexural buckling of beams.

---

# Inhaltsverzeichnis

---

<i>1</i>	<i>Einleitung</i>	1
1.1	Allgemeines	2
1.2	Stand des Wissens	5
	SSRC Formel	7
	Chen Formel	7
	DIN 4114 / ÖNorm B4600	10
	SIA 161 (Schweiz)	11
	DIN 18800	12
	Eurocode 3	13
	AS DR 87164 (Australien)	14
	AISC LRFD (Nordamerika)	14
	Versuche	15
1.3	Problemstellung	16
	Biegeknicken bei Druck und einachsiger Biegung	16
	Biegeknicken bei Druck und zweiachsiger Biegung	18
	Biegeknicken bei einem kleinen Moment $M_z$	18
	Biegeknicken bei einer kleinen Normalkraft $N$	19
	Biegeknicken bei einer kleinen Schlankheit	20
	Maximale Momente $M_y$ und $M_z$ sind an verschiedenen Stellen	21
	Biegeknicken bei Stäben mit Querschnitten der Klasse 3	22
	Biegedrillknicken bei Druck und zweiachsiger Biegung	22
1.4	Ziel und Umfang der Arbeit	24
	Parameterstudie	24

2	<i>Bemessungsvorschlag</i>	25
2.1	Einzelstab mit Druck und zweiachsiger Biegung	26
	Schnittkräfte an den Stabenden	28
	Schnittkräfte im Bereich der Stabmitte	28
	Beanspruchbarkeit der Querschnitte	33
	<i>Sonderfall</i> Einzelstab mit zentrischem Druck	36
	<i>Beispiel</i> "Einzelstab mit Druck und zweiachsiger Biegung"	38
	<i>Beispiel</i> "Einzelstab mit Druck und einachsiger Biegung"	42
2.2	Diskussion des Bemessungsvorschlags	46
	Biegeknicken bei Druck und einachsiger Biegung	46
	Biegeknicken bei Druck und zweiachsiger Biegung	46
	Biegeknicken bei einem kleinen Moment $M_z$	47
	Biegeknicken bei einer kleinen Normalkraft $N$	47
	Biegeknicken bei einer kleinen Schlankheit	48
	Maximale Momente $M_y$ und $M_z$ sind an verschiedenen Stellen	48
	Biegeknicken bei Stäben mit Querschnitten der Klasse 3	48
	Biegedrillknicken bei Druck und zweiachsiger Biegung	49
2.3	Tragwerke	50
	Tragwerke ohne Systemeffekt ( $P-\Delta$ Effekt)	52
	Tragwerke mit Systemeffekt ( $P-\Delta$ Effekt)	53
	Variante des Bemessungsvorschlags bei Tragwerken mit Systemeffekt	53
	<i>Beispiel</i> "Unverschiebliches Tragwerk"	54
	<i>Beispiel</i> "Verschiebliches Tragwerk"	57
2.4	Beanspruchbarkeit der Querschnitte	63
	Schlußfolgerungen	64
2.5	Ersatzimperfektion nach Eurocode 3 und DIN 18800	68
	Schlußfolgerungen	68
2.6	Querschnittsklassen nach Eurocode 3	71
3	<i>Parameterstudie</i>	73
3.1	Traglastanalysen mit dem FE-Programm	74
	Geometrie	74
	Momentenverlauf	75
	Material	76
	Geometrische Imperfektionen	77
	Strukturelle Imperfektionen	78
	Randbedingungen	79
	Berechnungsfälle	80
3.2	Traglastberechnungen mit den Bemessungsregeln	82

3.3	Biegeknicken um die Achse $y-y$ infolge $N-M_y$	84
	Schlußfolgerungen	84
3.4	Biegeknicken um die Achse $z-z$ infolge $N-M_z$	98
	Schlußfolgerungen	98
3.5	Biegeknicken um die Achsen $y-y$ und $z-z$	107
	Schlußfolgerungen	108
	Interaktionsdiagramme bei einer kleinen Schlankheit	159
	Maximale Momente $M_y$ und $M_z$ sind an verschiedenen Stellen	161
3.6	Biegedrillknicken infolge $N-M_y-M_z$	164
	Schlußfolgerungen	164
	Maximale Momente $M_y$ und $M_z$ sind an verschiedenen Stellen	186
	Vergleich von Biegedrillknicken mit Biegeknicken	188
4	<i>Studien zum Tragverhalten</i>	193
4.1	Grundlagen der Traglastanalysen	194
	Finite-Element Methode	194
	Das Programm Abaqus	200
	Nichtlineare Traglastanalysen	203
4.2	Traglastkurven	206
4.3	Abstützungen in einer Richtung	209
4.4	Auswirkungen von Imperfektionen	212
	Geometrische Imperfektionen	212
	Strukturelle Imperfektionen	223
4.5	Auswirkungen von Materialarbeitslinien	227
4.6	Auswirkungen des Teilsicherheitsbeiwerts	231
4.7	Biegeknicken bei Druck und einachsiger Biegung	233
	Seitliche Steifigkeit bei großem Moment $M_y$ und kleiner Normalkraft	233
	Einfluß des Moments $M_y$ auf das Biegeknicken um die schwache Achse	235
4.8	Biegeknicken bei Stäben mit T-Querschnitt	238
4.9	Biegeknicken mit Querschnitten der Klasse 3	241
	Schlußfolgerungen	241
4.10	Vergleichsrechnungen	245
	Versuche aus der Literatur	245
	Traglastanalysen mit Schalenmodellen	247

<i>5</i>	<i>Zusammenfassung</i>	249
	Allgemeines	250
	Bemessungsvorschlag SOPHIA	251
	Ausblick	252
	Beispiel “Zweigelenkrahmen”	255
<i>A</i>	<i>Literatur</i>	265
<i>B</i>	<i>Inputfile</i>	269
	Masterinputfile	270
	Eigenspannungen	272
	Inputfile “Zweigelenkrahmen”	273



## Bezeichnungen

Die Bezeichnungen wurden im wesentlichen von Eurocode 3 übernommen. Die Abmessungen und Hauptachsen von Querschnitten sind in Bild 1 dargestellt. Die Längsachse des Stabes wird mit  $x-x$  bezeichnet. Die Verschiebung in Stablängsrichtung  $x-x$  wird mit  $u$ , in Richtung der  $y-y$  Achse mit  $v$  und in Richtung der  $z-z$  Achse mit  $w$  bezeichnet. Die Indizes der Imperfektionen stimmen mit den Achsenrichtungen überein (Bild 2).

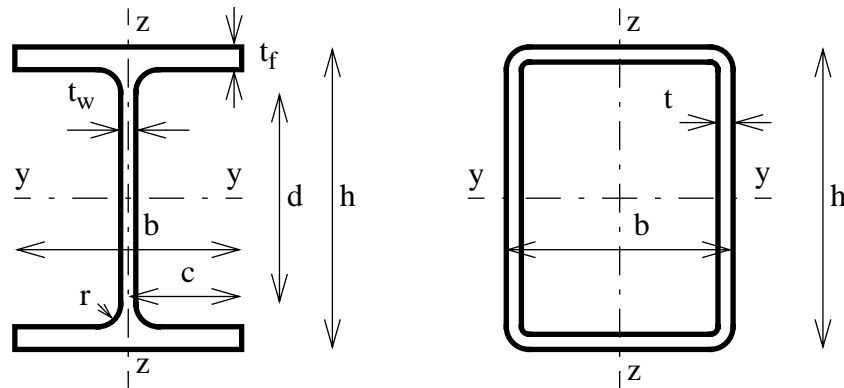


Bild 1. Querschnittsabmessungen und Achsen

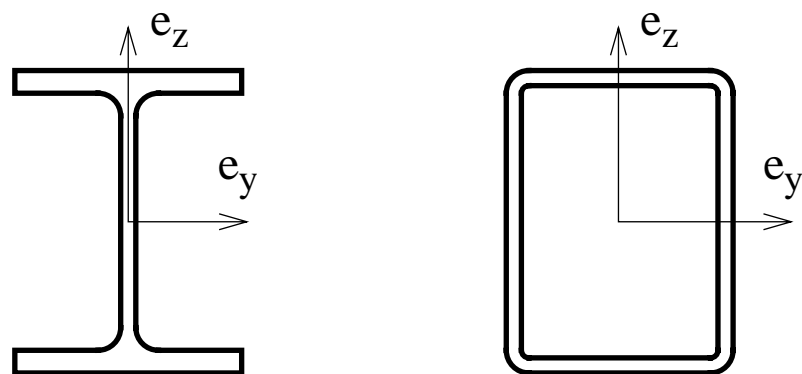


Bild 2. Richtung der Imperfektionen

### Werkstoff

$E$	Elastizitätsmodul
$f_y$	Streckgrenze
$\nu$	Poissonzahl

### Sicherheitsfaktor

$\gamma_M$	Teilsicherheitsfaktor des Werkstoffs
------------	--------------------------------------

### *Schnittkraft und Spannung*

N	Normalkraft
M	Moment
$\sigma$	Spannung

### *Stab*

L	Stablänge
e	Stich der geometrischen Imperfektion
$\bar{\lambda}$	bezogene Schlankheit
$\kappa$	Abminderungsfaktor nach Eurocode 3
$\beta_M$	Momentenbeiwert nach Eurocode 3
$C_M$	Momentenbeiwert nach $C_M$ Methode (equivalent uniform moment factor)

### *Faktor*

c	Modifikationsfaktor für die Ersatzimperfektion
k	Interaktionsfaktor nach Eurocode 3

### *Querschnitt*

A	Querschnittsfläche
W	Flächenmoment 1. Grades (Widerstandsmoment)
I	Flächenmoment 2. Grades (Trägheitsmoment)
i	Trägheitsradius
t	Dicke
h	Höhe
b	Breite
IPE	Mittelbreite I-Träger mit parallelen Flanschflächen
HEB	Breite I-Träger mit parallelen Flanschflächen
RHP	Rechteckiges Hohlprofil
T	Scharfkantiger T-Stahl

### *Achsen und Verschiebungen*

x	x-Achse
y	y-Achse
z	z-Achse
u	Verschiebung in Richtung Achse x-x
v	Verschiebung in Richtung Achse y-y
w	Verschiebung in Richtung Achse z-z
$\phi_x$	Verdrehung um die Stablängsachse

### *Indizes*

el	elastisch
pl	plastisch
R	Beanspruchbarkeit (Widerstand)

S	Beanspruchung (Schnittkraft)
d	Bemessungswert
cr	ideale Verzweigung
k	Knicken
LT	Biegedrillknicken (lateral torsional buckling)
f	Flansch
w	Steg
M	Werkstoff
M	Moment
N	Normalkraft
min	Minimum
max	Maximum
u	Grenzzustand der Tragfähigkeit
II	Theorie 2. Ordnung

### *Berechnungsverfahren*

MNA	materiell nichtlineare Analyse
GNIA	geometrisch nichtlineare Analyse des imperfekten Systems
GMNIA	geometrisch und materiell nichtlineare Analyse des imperfekten Systems (In der vorliegenden Arbeit wird dieses Berechnungsverfahren oft nur “Traglastanalyse” genannt)
SOPHIA	Fließgelenktheorie 2. Ordnung des imperfekten Stabes (Diese Kurzbezeichnung steht für <i>second order plastic hinge analysis of imperfekt member</i> . In der vorliegenden Arbeit wird dieses Berechnungsverfahren oft nur “Bemessungsvorschlag” genannt)
SOEIA	Elastische Theorie 2. Ordnung des imperfekten Stabes ( <i>second order elastic analysis of imperfekt member</i> )
FEM	Finite-Elemente Methode
LPF	Laststeigerungsfaktor (load proportionality factor)
EE	elastische Tragwerksberechnung und elastische Querschnittsbeanspruchbarkeit
EP	elastische Tragwerksberechnung und plastische Querschnittsbeanspruchbarkeit
PP	plastische Tragwerksberechnung und plastische Querschnittsbeanspruchbarkeit

### *Berechnungsfall*

Lf	Lastfall
BK	Biegeknicken
BDK	Biegedrillknicken

### *Finite-Elemente Methode*

W	Arbeit
F	Kraft
K	Steifigkeitsmatrix
V	Volumen
u	Verschiebungen

$\sigma$	Spannungen
$\varepsilon$	Verzerrungen
D	Matrix, Zusammenhang zwischen Spannungen und Verzerrungen
B	Matrix, Zusammenhang zwischen Verzerrungen und Verschiebungen
N	Ansatzfunktion
$\gamma$	Schubverzerrung
$\kappa$	Krümmung
$\zeta$	Koordinate
E	Elastizitätsmodul
G	Schubmodul
A	Schubfläche
L	Elementlänge
M	Moment
Q	Querkraft

Für die FE-Berechnungen wurden die Einheiten [kN] und [cm] verwendet. Dies gilt auch für die vorliegende Arbeit, wenn nicht ausdrücklich eine andere Einheit angegeben ist. Für die Diagramme wurden, soweit es möglich war, dimensionslose Skalen verwendet.

---

In diesem Kapitel wird eine kurze Zusammenfassung über den Stand des Wissens bezüglich der Stabilität von Stäben aus Stahl bei Druck und Biegung gegeben. Weiters werden Bemessungsvorschriften aus mehreren Normen überblicksmäßig angeführt.

Der Ausgangspunkt für die vorliegende Arbeit wird in “Problemstellung” auf Seite 16 formuliert und in “Ziel und Umfang der Arbeit” auf Seite 24 wird die Vorgangsweise und das gewünschte Ziel umrissen.

# 1.1 Allgemeines

Das Stabilitätsversagen Biegeknicken beziehungsweise Biegedrillknicken tritt bei druckbeanspruchten Stäben auf. Beim Biegeknicken weicht der Querschnitt zwischen den Halterungen seitlich aus. Beim Biegedrillknicken verdreht sich der Querschnitt zusätzlich um die Stabachse (Bild 3). Biegedrillknicken kann bei I-Querschnitten auch bei einer reinen Momentenbeanspruchung um die starke Achse durch das seitliche Ausweichen des gedrückten Gurtes erfolgen. Bei üblichen Hohlprofilen wird das Biegedrillknicken aufgrund der hohen Torsionssteifigkeit verhindert. Das Stabilitätsversagen führt bei schlanken Stäben zu einer bedeutenden Traglastminderung gegenüber der Beanspruchbarkeit des Querschnitts. Biegeknicken und Biegedrillknicken ist aufgrund der im allgemeinen schlanken Stäbe im Stahlbau daher von hoher Bedeutung. Die Nachweise gegen Biegeknicken und Biegedrillknicken sind aber nur ein Teil eines gesamten Bemessungskonzepts. Im folgenden wird eine Zusammenstellung der zu führenden Nachweise nach Eurocode 3 gegeben und damit die Einordnung dieser Stabilitätsnachweise in einem üblichen Bemessungskonzept gezeigt. Das Biegeknicken beziehungsweise das Biegedrillknicken wird in diesem Fall in getrennten Nachweisen untersucht.

Für ein Tragwerk sind zwei Grenzzustände zu untersuchen

- Grenzzustand der Tragfähigkeit
- Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

Mit dem Grenzzustand der Tragfähigkeit wird nachgewiesen

- Beanspruchbarkeit der Querschnitte
- Beanspruchbarkeit der Bauteile
- Beanspruchbarkeit der Verbindungen
- Stabilität der Tragwerke
- Lagesicherheit

Die Beanspruchbarkeit der Bauteile wird eingeteilt in

- Biegeknicken
- Biegedrillknicken

Das Biegeknicken wird nach Eurocode 3 vorzugsweise nach dem Ersatzstabverfahren behandelt. Die Stabilitätseffekte eines Tragwerks werden dabei über Systemknicklängen berücksichtigt. Der Biegeknicknachweis erfolgt an einem Ersatzstab mit der Systemknicklänge. Beim Ersatzstabverfahren ist eine Tragwerksberechnung nach Theorie 1. Ordnung und damit eine Superposition von Lastfällen möglich. Dieses Verfahren wurde daher bisher in der Praxis aufgrund der einfachen Anwendbarkeit vorzugsweise verwendet.

Neben dem Ersatzstabverfahren nach Eurocode 3 sind aber auch weitere Berechnungsmöglichkeiten des Stabilitätsproblems von Stäben und Tragwerken möglich.

- Geometrisch und materiell nichtlineare Traglastanalysen des imperfekten Systems.  
Die nichtlineare Traglastanalyse erfordert den höchsten Rechenaufwand und ist nur mit EDV-Programmen praktisch durchführbar. Dieses Verfahren liefert bei zutreffender Anwendung realitätsnahe Ergebnisse.

- Fließgelenktheorie 2. Ordnung.

Bei der Fließgelenktheorie wird die in Wirklichkeit vorhandene Fließzone auf ein Fließgelenk reduziert. Der Effekt der geometrischen Nichtlinearität wird näherungsweise nach der Theorie 2. Ordnung berücksichtigt. Bei der Anwendung des Verfahrens PP werden auch Systemreserven genützt. Dieses Verfahren ist als Handrechnung nur bei einfachen Systemen praktisch anwendbar.

Weit gebräuchlicher ist das Verfahren EP. In diesem Fall werden die Schnittkräfte des Tragwerks nach der Elastizitätstheorie 2. Ordnung berechnet. Die Beanspruchbarkeit des Querschnitts wird nach der Plastizitätstheorie behandelt. Dieses Verfahren ist damit eigentlich eine inkonsistente Mischung aus Elastizitätstheorie und Plastizitätstheorie. Es kann aber für baupraktische Zwecke angewendet werden.

- Elastizitätstheorie 2. Ordnung.

Eine weitere Vereinfachung stellt die Elastizitätstheorie 2. Ordnung dar. In diesem Fall wird ein ideal elastisches Materialverhalten den Berechnungen zugrundegelegt (Verfahren EE). Durch den Einsatz von EDV-Programmen ist dieses Verfahren auch auf größere Tragwerke praktisch anwendbar. Die Superposition von Lastfällen ist allerdings, wie auch bei den vorigen Verfahren, grundsätzlich nicht möglich. Durch konstant gehaltene maßgebende Normalkräfte wird jedoch eine Superposition näherungsweise ermöglicht.

Zum Biegeknicken und Biegedrillknicken von Stäben wurden bereits zahlreiche Arbeiten und Bemessungsvorschläge veröffentlicht. In den weltweit vorhandenen Stahlbaunormen wird das Stabilitätsversagen auf unterschiedliche Weise geregelt. In Österreich ist für das Biegeknicken und Biegedrillknicken von Stäben zur Zeit noch die ÖN B4600 Teil 4 gültig. Die deutsche Norm DIN 18800 wurde im Jahre 1990 veröffentlicht und ist bereits in Kraft. Der Eurocode 3 Teil 1-1 wurde in Europa im Jahre 1992 und in Österreich im Jahre 1993 als Vornorm herausgegeben. Vergleiche der einzelnen Bemessungskonzepte zeigen zum Teil bedeutende Unterschiede in den Ergebnissen. Ein Vergleich mit wirklichkeitsnahen Traglasten für eine Beurteilung der einzelnen Bemessungskonzepte ist daher von Interesse.

In der vorliegenden Arbeit wurden in einer umfangreichen Parameterstudie mit dem FE-Programm Abaqus wirklichkeitsnahe Traglasten von Stäben aus Stahl bei Druck und zweiachsiger Biegung berechnet und mit den Ergebnissen nach Eurocode 3 und DIN 18800 beziehungsweise mit einem neuen Bemessungsvorschlag verglichen. Bei den Traglastanalysen wurden Einzelstäbe mit Gabellagerungen an den Stabenden betrachtet. Biegeknicken und Biegedrillknicken wurde durch die Verwendung entsprechender Randbedingungen getrennt behandelt. Den Traglastanalysen wurden geometrische und strukturelle Imperfektionen und ein elastoplastisches Materialverhalten zugrundegelegt. Weiters wurde ein unverformbarer Querschnitt mit vollplastischer Beanspruchbarkeit vorausgesetzt. Lokales Beulen oder eine Interaktion der Querschnittsverformung mit dem globalen Stabilitätsversagen ist daher ausgeschlossen. Es wurden doppelsymmetrische I-Querschnitte und rechteckige Hohlprofile untersucht (Bild 3).

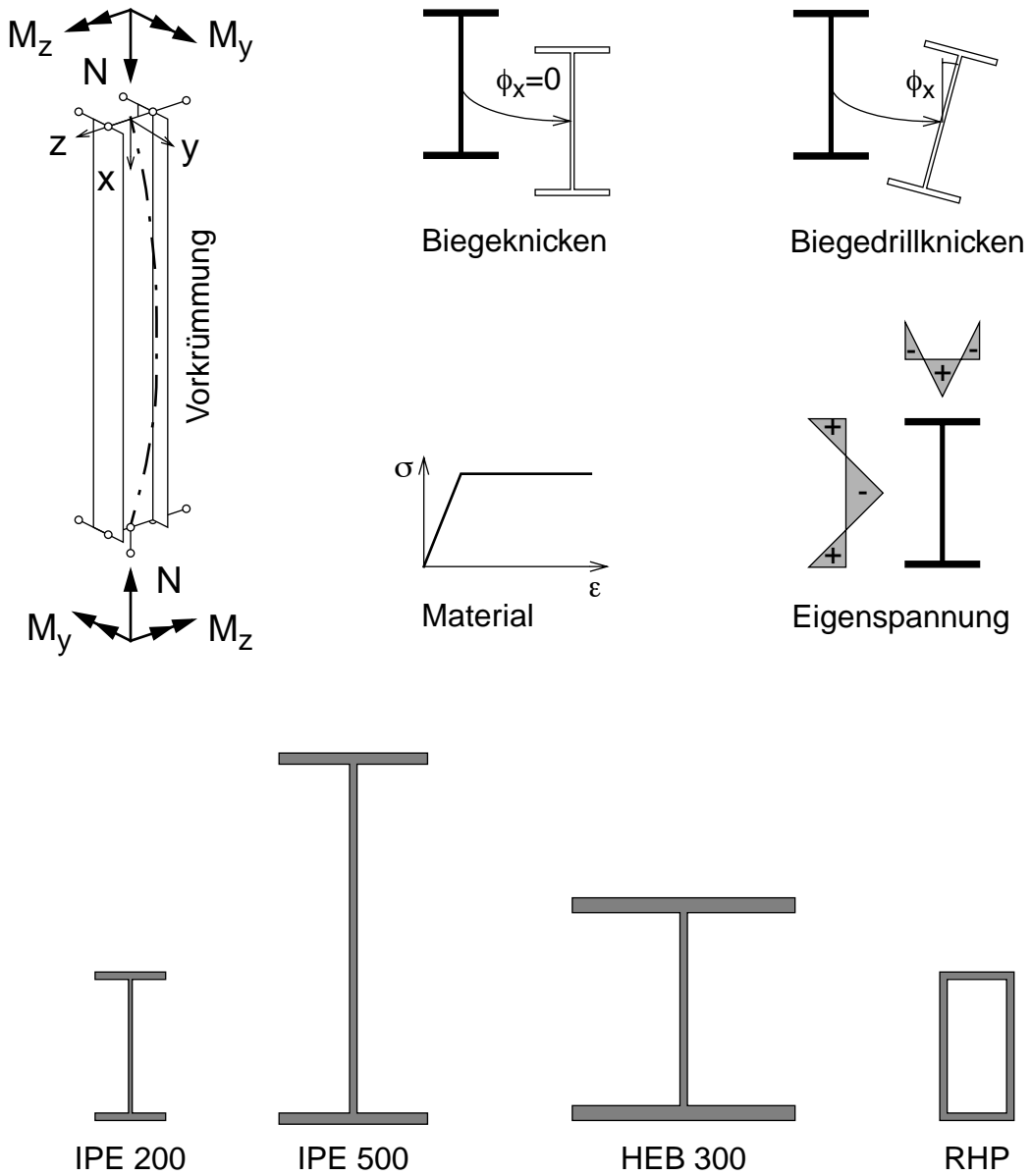


Bild 3. Stabilitätsversagen eines Einzelstabes



## 1.2 Stand des Wissens

Im folgenden wird stichwortartig eine Zusammenfassung der geschichtlichen Entwicklung der Kenntnisse über das Biegeknicken gegeben. Weiteres kann zum Beispiel in [34] und in der dort angeführten Literatur nachgelesen werden.

Den ersten Ansatz zum Biegeknicken des zentrisch gedrückten Stabes veröffentlichte Euler (1757) mit Gl. (1) [10] [42]. Sie entspricht der heute gebräuchlichen Gleichung für die Berechnung der Verzweigungslast nach der Elastizitätstheorie. Euler verwendete jedoch für das heute bekannte Produkt  $EI$  eine einzelne Größe und nannte sie ‘absolute Elastizität ( $Ek^2$ )’. Der Elastizitätsmodul  $E$  wurde erst von Young (1807), jedoch in der falschen Einheit [mm], eingeführt.

$$N_{cr} = \frac{\pi^2(Ek^2)}{L^2} \quad (1)$$

Die Knicklast nach Euler gilt für zentrisch gedrückte perfekte Stäbe aus ideal elastischem Material. Der Zusammenhang zwischen der Knickspannung und der Stabschlankheit ergibt die bekannte Eulerhyperbel. Bei elastoplastischem Material spiegelt die Eulerhyperbel nur im elastischen Bereich das Verhalten des perfekten Stabes wieder. Die Grenze zwischen elastischem und plastischem Bereich ergibt sich durch das Gleichsetzen der Knickspannung mit der Proportionalitätsgrenze des Materials ( $\lambda=\lambda_p$ ). Basierend auf die um 1900 von Tetmajer durchgeführten Versuche mit Druckstäben aus Bauholz, Guß-, Schweiß- und Flußeisen wurde erstmals für die Bemessung eine Knickspannungslinie gegenüber der theoretischen Linie festgelegt. Der plastische Bereich wurde durch eine Gerade zwischen der Materialfestigkeit ( $\lambda=0$ ) und der Proportionalitätsgrenze ( $\lambda=\lambda_p$ ) definiert. Engesser löste theoretisch den plastischen Bereich indem er den Elastizitätsmodul durch den Tangentenmodul (1890) beziehungsweise durch den von der Querschnittsform abhängigen Knickmodul (1895) ersetzte. Kármán konnte durch Versuche (1910) die Theorie von Engesser im wesentlichen bestätigen.

Die Knicktheorie von Euler und Engesser blieb für Jahrzehnte die Grundlage für die Bemessungsregeln für zentrisch gedrückte Stäbe. Die preußischen ministeriellen Bestimmungen können als die ersten Baubestimmungen mit hoheitlichem Erlaßcharakter für die Bemessung von Stahlstützen angesehen werden (1910). Es war darin der Nachweis nach der Eulerformel bei einer 4 bis 5-fachen Sicherheit und die Einhaltung der zulässigen Spannung von  $14 \text{ kN/cm}^2$  vorgeschrieben. Erst in der Vorschrift für Eisenbauwerke der Deutschen Reichsbahn wurde der Knicknachweis im plastischen Bereich zutreffend durch einen geknickten  $\sigma_k$ - $\lambda$  Geradenzug geregelt (1922).

Kármán erkannte den bedeutenden Einfluß von Imperfektionen und führte erstmals eine Traglastberechnung eines exzentrisch gedrückten Stabes durch. Chwalla hat diese Berechnungsmethode wieder aufgegriffen (1928) [9]. Jezek führte annähernd zur selben Zeit für den querbelasteten Druckstab ebenfalls eine Traglastberechnung durch [18]. Damit wurde die Verzweigungstheorie mit dem Tangentenmodul durch die Berechnung des imperfekten Stabes nach Theorie 2. Ordnung ersetzt. Die Knickspannungslinie der DIN 4114 (1952) basiert bereits auf den nach Theorie 2. Ordnung ermittelten Traglasten des imperfekten Stabes mit ideal elastisch-plastischem Material.

In einem umfangreichen Forschungsprogramm in den Jahren 1955 bis 1970 hat die Europäische Konvention der Stahlbauverbände die Traglasten von Stahlstützen aus Walzprofilen und geschweißten Profilen in über tausend Versuchen bestimmt. Die Kommission wurde von Beer und Sfantesco geleitet. Schulz führte numerische Traglastberechnungen unter Berücksichtigung von geometrischen und strukturellen Imperfektionen durch (1968) [41]. Aus diesem Forschungsprogramm entstanden die sogenannten Europäischen Knickspannungslinien. Dieses Konzept ist bereits in vielen Normen verankert. Der zentrisch gedrückte Stab aus Stahl mit kompaktem Querschnitt, bei dem also lokales Beulen ausgeschlossen ist, kann damit auf sehr einfache Weise und in guter Übereinstimmung mit den Versuchen und Traglastanalysen bemessen werden.

Etwas schwieriger ist die Situation für den Stab mit elastoplastischem Materialverhalten bei Druck und zweiachsiger Biegung. Es wurden zahlreiche Bemessungsregeln untersucht [1] [8] [24] [26] [45]. In der DIN 4114 (1952) wurden zwei Nachweisformen verankert. Einerseits enthält die Norm eine Interaktionsformel und andererseits kann ein Nachweis nach der Spannungstheorie 2. Ordnung geführt werden. Im Entwurf DIN 18800 (1980) wurde keine Interaktionsformel, sondern nur der Nachweis nach Theorie 2. Ordnung aufgenommen. Die Schnittkraftberechnung erfolgt mit Bemessungslasten unter Berücksichtigung von geometrischen Ersatzimperfektionen. Die Imperfektionen sind einerseits bei schlanken Einzelstäben in Form von Stabvorkrümmungen (P- $\delta$  Effekt) und andererseits bei Tragwerken mit einem Einfluß der Theorie 2. Ordnung in Form von Stabvorverdrehungen anzunehmen (P- $\Delta$  Effekt). Der Normenentwurf wurde jedoch wegen der Einsprüche von Anwendern zurückgezogen (1984). In der DIN 18800 (1990) und im Eurocode 3 (1992) wurden für Stäbe bei Druck und zweiachsiger Biegung wieder Interaktionsformeln angegeben. Der Nachweis durch eine Berechnung nach Theorie 2. Ordnung ist in diesen Normen gegenüber dem Ersatzstabverfahren in den Hintergrund getreten. Ein Nachweis nach Theorie 2. Ordnung wäre aber grundsätzlich einer Interaktionsformel vorzuziehen, weil das mechanische Modell im wesentlichen bereits das tatsächliche Verhalten beschreibt.

Es kann folgendes zusammengefaßt werden. Die analytische Untersuchung des zentrisch gedrückten Stabes wird nicht mehr nach Euler-Engesser sondern mit Hilfe von nichtlinearen Traglastanalysen durchgeführt. Geometrische und strukturelle Imperfektionen werden dabei berücksichtigt. Die Ergebnisse von Traglastanalysen bilden gemeinsam mit Versuchen die Grundlage für die Europäischen Knickspannungslinien. Die praktische Auslegung eines Tragwerks erfolgt zur Zeit im allgemeinen nach dem Ersatzstabverfahren. Dabei wird mit Hilfe der elastischen Verzweigungstheorie eine Systemknicklänge ermittelt und ein Tragwerk auf einen gelenkig gelagerten Einzelstab zurückgeführt. Der Ersatzstab kann dann mit den Knickspannungslinien bemessen werden. Die geometrische und strukturelle Imperfektion und das elastoplastische Materialverhalten ist in den Knickspannungslinien berücksichtigt. Stäbe mit Druck und Biegung werden zur Zeit im allgemeinen mit Hilfe von Interaktionsformeln dimensioniert. Eine weitere Methode zur Auslegung von Tragwerken ist die Berechnung der Schnittkräfte nach Theorie 2. Ordnung. Wenn bei der Berechnung der Schnittkräfte nach Theorie 2. Ordnung entsprechende Imperfektionen berücksichtigt werden, müssen nur mehr Querschnittsnachweise geführt werden.

Einen zur Zeit aktuellen Forschungsschwerpunkt im Zusammenhang mit Biegeknicken und Biegedrillknicken von Stäben bildet die Interaktion der globalen Stabilität mit der Querschnittsverformung beziehungsweise dem lokalen Beulen bei dünnwandigen Querschnitten [28] [46]. Das Stabilitätsverhalten wird dabei in Abhängigkeit der Beulform folgend eingeteilt.

- Globale Stabilität (member buckling)  
Die Beulwellenlänge reicht über die gesamte Stablänge.
- Lokales Beulen (local buckling)  
Die Beulwellenlänge liegt in der Größenordnung des Querschnitts.
- Querschnittsverformung (distorsional buckling)  
Die Beulwellenlänge liegt in der Größenordnung zwischen der Stablänge und der Querschnittsabmessung.

Bei Kaltprofilen oder dünnwandigen geschweißten Querschnitten ist lokales Beulen und der Einfluß der Querschnittsverformung auf das Biegeknicken und Biegedrillknicken bedeutend. Bei den meisten Walzprofilen tritt eine Querschnittsverformung beziehungsweise ein lokales Beulen nicht auf und eine vollplastische Beanspruchbarkeit des Querschnitts ist damit gegeben.

Der Stand des Wissens für die praktische Anwendung ist im wesentlichen in den Konzepten der Normen zusammengefaßt. Im folgenden werden daher verschiedene Stabilitätsnachweise für Stäbe aus der Literatur und aus Normen angeführt. Eine umfangreiche Zusammenstellung kann in [1] nachgelesen werden.

## SSRC Formel

Der Stabilitätsnachweis für Stäbe aus Stahl bei Druck und zweiachsiger Biegung kann nach einem Vorschlag von SSRC (Structural Stability Research Council, United States) mit Gl. (2) geführt werden [8]. Die SSRC Formel ist für gedrungene Stäbe zum Teil stark auf der sicheren Seite.

$$\frac{N}{N_u} + \frac{M_y}{M_{u,y}(1 - N/N_{cr,y})} + \frac{M_z}{M_{u,z}(1 - N/N_{cr,z})} \leq 1 \quad (2)$$

Die Normalkraft  $N_u$  ist die Beanspruchbarkeit des Stabes im Grenzzustand der Tragfähigkeit bei alleiniger Wirkung der Druckkraft. Das Moment  $M_{u,y}$  ist die Beanspruchbarkeit des Stabes im Grenzzustand der Tragfähigkeit unter Berücksichtigung von Biegedrillknicken bei alleiniger Wirkung des Moments um die starke Achse. Das Moment  $M_{u,z}$  ist für I-Querschnitte die plastische Beanspruchbarkeit des Querschnitts um die schwache Achse. Die Normalkräfte  $N_{cr,y}$  beziehungsweise  $N_{cr,z}$  sind die elastischen Verzweigungslasten.

## Chen Formel

Die vorhin angeführte SSRC Formel ergibt bei einer konstanten Normalkraft eine lineare Interaktionskurve zwischen den Momenten  $M_y$  und  $M_z$ . Die tatsächlichen Interaktionskurven sind jedoch eher viertelkreisförmig. Tebedge und Chen (1974) [8] haben daher eine nichtlineare Interaktion für den Stabilitätsnachweis von Stäben vorgeschlagen Gl. (3). Die Hochzahl  $\beta$  hängt von der Querschnittsform ab. Eine nicht konstante Momentenverteilung wird über die Momentenbeiwerte  $C_M$  berücksichtigt. Die Wirkung der Normalkraft ist in dieser Gleichung in den Beanspruchbarkeiten  $M_{Nu,y}$  und  $M_{Nu,z}$  enthalten.

$$\left(\frac{C_{My} M_y}{M_{Nu,y}}\right)^\beta + \left(\frac{C_{Mz} M_z}{M_{Nu,z}}\right)^\beta \leq 1 \quad (3)$$

$$M_{Nu,y} = M_{u,y} \cdot \left(1 - \frac{N}{N_u}\right) \left(1 - \frac{N}{N_{cr,y}}\right) \quad (4)$$

$$M_{Nu,z} = M_{u,z} \cdot \left(1 - \frac{N}{N_u}\right) \left(1 - \frac{N}{N_{cr,z}}\right)$$

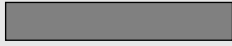




Die Normalkraft  $N_u$  ist die Beanspruchbarkeit des Stabes im Grenzzustand der Tragfähigkeit bei alleiniger Wirkung der Druckkraft (ultimate load). Bei Verwendung der Knickspannungslinien beträgt  $N_u = \kappa \cdot N_{pl}$ . Das Moment  $M_{u,y}$  ist die Beanspruchbarkeit des Stabes im Grenzzustand der Tragfähigkeit unter Berücksichtigung von Biegedrillknicken bei alleiniger Wirkung des Moments um die starke Achse. Das Moment  $M_{u,z}$  ist für I-Querschnitte die plastische Beanspruchbarkeit des Querschnitts um die schwache Achse. Die Normalkräfte  $N_{cr,y}$  beziehungsweise  $N_{cr,z}$  sind die elastischen Verzweigungslasten. Die Momentenbeiwerte  $C_M$  zur Berechnung der äquivalenten konstanten Momente können bei Endmomenten nach Gl. (5) ermittelt werden.

$$C_M = 0.6 + 0.4 \cdot \frac{M_{\min}}{M_{\max}} \geq 0.4 \quad (5)$$

Die Gl. (5) wurde von Austin (1961) für die Berechnung des ideal elastischen Biegedrillknickmoments eines gabelgelagerten Stabes mit Endmomenten vorgeschlagen. Gl. (5) ist eine Näherungskurve zu den numerischen Lösungen der Differentialgleichung. Der Kehrwert von  $C_M$  korreliert mit dem bekannten Momentenbeiwert  $\beta_M$  nach Eurocode 3. In Tab. 1 sind die Lösungen der Differentialgleichung (Dgl) [8] den Momentenbeiwerten  $1/C_M$  beziehungsweise  $\beta_M$  nach Eurocode 3 gegenübergestellt. Die Werte gelten für doppelsymmetrische Querschnitte.

Weitere Belastungen und einfachsymmetrische Querschnitte wurden von Vlasov, Timoshenko, Bleich, Johnston, Galambos, Nethercot, Trahair und anderen untersucht.

Tab. 1. Momentenbeiwert

Momentenverlauf	Dgl	$1/C_M$	$\beta_M$
	1.00	1.00	1.00
	1.75	1.67	1.80
	2.56	2.50	2.50
	1.35		1.40
	1.13		1.30

Die Beanspruchbarkeit des Querschnitts ist zusätzlich zu untersuchen. Dafür wird der gleiche Ansatz verwendet Gl. (6).

$$\left(\frac{M_y}{M_{Nu,y}}\right)^\alpha + \left(\frac{M_z}{M_{Nu,z}}\right)^\alpha \leq 1 \quad (6)$$

$$M_{Nu,y} = 1.18 \cdot M_{pl,y} \cdot \left(1 - \frac{N}{N_{pl}}\right) \leq M_{pl,y} \quad (7)$$

$$M_{Nu,z} = 1.19 \cdot M_{pl,z} \cdot \left[1 - \left(\frac{N}{N_{pl}}\right)^2\right] \leq M_{pl,z}$$

Der Vorteil bei der Verwendung der nichtlinearen Interaktion sowohl für den Querschnittsnachweis als auch für den Stabilitätsnachweis liegt im stetigen Übergang von der Beanspruchbarkeit des Querschnitts zum Bauteilnachweis. Weiters kann die Abhängigkeit von der Querschnittsform durch entsprechende Hochzahlen  $\alpha$  beziehungsweise  $\beta$  berücksichtigt werden. Die Nachweisform gilt für einen Einzelstab. Die Normalkraft und die Endmomente des Einzelstabes werden aus der Tragwerksberechnung entnommen. Bei verschieblichen Tragwerken ist eine Berechnung nach Theorie 2. Ordnung durchzuführen. Die Nachweisform gilt nur für gedrungene Querschnitte mit vollplastischer Beanspruchbarkeit. Lokales Beulen darf nicht auftreten.

## DIN 4114 / ÖNorm B4600

Für doppeltsymmetrische Querschnitte bei Druck und einachsiger Biegung ist in der DIN 4114 (1952) beziehungsweise der ÖNorm B4600 (1978) die Gl. (8) angegeben. Biegeknicken um die schwache Achse z-z und Biegeknicken um die starke Achse y-y werden getrennt mit den auf die jeweiligen Achsen bezogenen Knickzahlen nachgewiesen. Die Schnittkräfte aus den Gebrauchslasten ( $\sigma$ -zulässig Konzept) werden nach der Theorie 1. Ordnung berechnet. Die Tragwerksstabilität wird über Systemknicklängen nach der elastischen Verzweigungstheorie berücksichtigt (Ersatzstabverfahren). Für die Interaktion zwischen Druck und Biegung ist ein konstanter Faktor  $k=0.9$  vorgesehen. Nach ÖNorm wird statt der Knickzahl  $\omega$  das Verhältnis  $\sigma_{zul}/\sigma_{k,zul}$  geschrieben.

$$\omega_z \cdot \frac{N}{A} \leq \sigma_{zul} \quad (8)$$
$$\omega_y \cdot \frac{N}{A} + 0.9 \cdot \frac{M_y}{W_{el,y}} \leq \sigma_{zul}$$

Ist das Moment entlang der Stabachse veränderlich, so darf bei unverschieblichen Stabenden für  $M_y$  der Mittelwert aus den Stabendmomenten, mindestens jedoch die Hälfte des größeren Endmoments, eingesetzt werden. Damit wird berücksichtigt, daß ein am Stabende vorhandener Maximalwert des Biegemoments sich auf das Biegeknicken günstiger auswirkt, als ein im Bereich der Stabmitte vorhandener Maximalwert des Moments. Nach ÖNorm B4600 darf Gl. (9) verwendet werden. Bei verschieblichen Stabenden ist das größere Endmoment zu verwenden.

$$M_y = \sqrt{0.3(M_{y,1}^2 + M_{y,2}^2) + 0.4M_{y,1}M_{y,2}} \quad (9)$$

Für Biegeknicken bei Druck und zweiachsiger Biegung wird Gl. (10) angewendet. Die Knickzahl ist auf Achse z-z zu beziehen. Eine Trennung in Biegeknicken um die schwache Achse z-z und Biegeknicken um die starke Achse y-y wie bei Druck und einachsiger Biegung ist nicht mehr gegeben.

$$\omega_z \cdot \frac{N}{A} + 0.9 \cdot \left( \frac{M_y}{W_{el,y}} + \frac{M_z}{W_{el,z}} \right) \leq \sigma_{zul} \quad (10)$$

Diese Interaktionsformeln sind für die Handrechnung einfach anwendbar. Die Abweichungen zu genaueren Traglastanalysen sind aber zum Teil erheblich. Eine grundsätzliche Verbesserung der Übereinstimmung mit Traglastanalysen konnte mit dem variablen Interaktionsfaktor  $k$  in der DIN 18800 erreicht werden.

## SIA 161 (Schweiz)

Für Druck und einachsige Biegung kann nach der SIA 161 (1979, revidierte Fassung 1990) die Gl. (11) verwendet werden, wenn das Ausweichen um die schwache Achse z-z verhindert wird. Der Abminderungsfaktor  $\kappa_y$  wird daher für die starke Achse y-y genommen. Bei ungleichen Endmomenten kann der Maximalwert des Moments mit dem Momentenbeiwert  $C_M$  nach Gl. (12) abgemindert werden.

$$\frac{N_{Sd}}{\kappa_y \cdot N_{pl, Rd}} + \frac{1}{1 - N_{Sd}/N_{cr, y}} \cdot \frac{C_M \cdot M_{y, Sd, max}}{M_{pl, Rd}} \leq 1 \quad (11)$$

$$C_M = 0.6 + 0.4 \cdot \frac{M_{y, Sd, min}}{M_{y, Sd, max}} \geq 0.4 \quad (12)$$

Die Auswirkungen von Imperfektionen sind mit dem Abminderungsfaktor  $\kappa$  berücksichtigt. Mit dem Momentenerhöhungsfaktor wird der Effekt der Theorie 2. Ordnung für das Feldmoment des Einzelstabes berücksichtigt (P- $\delta$  Effekt). Für die Berücksichtigung der Tragwerksstabilität ist bei verschieblichen Systemen die Schnittkraftberechnung nach Theorie 2. Ordnung durchzuführen (P- $\Delta$  Effekt).

Für den Stabilitätsnachweis von Einzelstäben aus Walzprofilen bei Druck und zweiachsiger Biegung gibt die SIA 161 (1990) die Gl. (13) an. Die Interaktionsgleichung geht auf Tebedge und Chen zurück (1974).

$$\left( \frac{C_{My} M_y}{M_{Nu, y}} \right)^\alpha + \left( \frac{C_{Mz} M_z}{M_{Nu, z}} \right)^\alpha \leq 1 \quad (13)$$

$$M_{Nu, y} = M_{u, y} \cdot \left( 1 - \frac{N}{N_u} \right) \left( 1 - \frac{N}{N_{cr, y}} \right) \quad (14)$$

$$M_{Nu, z} = M_{pl, z} \cdot \left( 1 - \frac{N}{N_u} \right) \left( 1 - \frac{N}{N_{cr, z}} \right)$$

Als alternative Nachweismethode wird die Schnittkraftberechnung nach Theorie 2. Ordnung angegeben. Bei einer Schnittkraftberechnung mit Stabvorkrümmungen und Stabvorverdrehungen ist der Biegeknicknachweis im Querschnittsnachweis bereits enthalten.

## DIN 18800

Der Nachweis bei Druck und zweiachsiger Biegung wird nach DIN 18800 Teil 2 (1990) mit Gl. (15) geführt. Die Interaktionsgleichung geht auf Lindner und Gietzelt zurück [26] [27]. Die Schnittkräfte sind nach Theorie 1. Ordnung für Bemessungslasten zu ermitteln. Die Tragwerksstabilität wird über die Systemknicklänge berücksichtigt (Ersatzstabverfahren). Der Nachweis wird bei kompakten Querschnitten mit plastischen Beanspruchbarkeiten der Querschnitte geführt.

$$\frac{N_{Sd}}{\kappa_{\min} \cdot N_{pl, Rd}} + k_y \cdot \frac{M_{y, Sd}}{M_{pl, y, Rd}} + k_z \cdot \frac{M_{z, Sd}}{M_{pl, z, Rd}} \leq 1 \quad (15)$$

Der Abminderungsfaktor  $\kappa_{\min}$  ist das Minimum von  $\kappa_y$  und  $\kappa_z$ . Die Abminderungsfaktoren  $\kappa$  ergeben sich in Abhängigkeit zur bezogenen Schlankheit und dem Kurvenparameter  $\alpha$  nach den Europäischen Knickspannungslinien mit Gl. (16).

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{1}{\phi + (\phi^2 - \bar{\lambda}^2)^{0.5}} \leq 1 \\ \phi &= 0.5 \cdot [1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2] \\ \bar{\lambda} &= \sqrt{N_{pl} / N_{cr}} \end{aligned} \quad (16)$$

Im Vergleich zur DIN 4114 ( $k=0.9$ =konstant) können die Interaktionsfaktoren  $k_y$  und  $k_z$  theoretisch zwischen  $0.2 \leq k \leq 1.5$  liegen. Sie sind vor allem vom Momentenverlauf abhängig. So ergibt sich zum Beispiel bei einem konstanten Momentenverlauf ( $\beta_M=1.1$ ) eine unterlineare Interaktionskurve ( $k>1$ ) und bei einem durchschlagenden Momentenverlauf mit gegengleichen Endmomenten ( $\beta_M=2.5$ ) eine überlineare Interaktionskurve ( $k<1$ ). Dieser Effekt wird bei hohen Schlankheiten und einem hohen Normalkraftanteil verstärkt. Mit Gl. (9) beziehungsweise Gl. (12) wird tendenzmäßig dieser Effekt auch beschrieben. Ein maximales Moment im Bereich der Stabmitte beeinflusst das Biegeknicken also ungünstiger als ein maximales Moment am Stabende.

$$\begin{aligned} k_y &= 1 - \mu_y \cdot \frac{N_{Sd}}{\kappa_y \cdot N_{pl, Rd}} \leq 1.5 \\ k_z &= 1 - \mu_z \cdot \frac{N_{Sd}}{\kappa_z \cdot N_{pl, Rd}} \leq 1.5 \end{aligned} \quad (17)$$



$$\mu_y = \bar{\lambda}_y(2\beta_{My} - 4) + (W_{pl,y} - W_{el,y})/W_{el,y} \leq 0.8$$

$$\mu_z = \bar{\lambda}_z(2\beta_{Mz} - 4) + (W_{pl,z} - W_{el,z})/W_{el,z} \leq 0.8$$
(18)

Bei Anwendung dieser Nachweismethode für Druck und einachsige Biegung ist für  $\kappa$  der Abminderungsfaktor für die betrachtete Biegeebene einzusetzen. Zusätzlich ist in diesem Fall das Biegeknicken um die schwache Achse z-z ohne Mitwirkung von  $M_y$  zu untersuchen.

### Eurocode 3

Nach Eurocode 3 (1992) sind Bauteile mit Querschnitten der Klasse 1 oder Klasse 2, die durch Druck und zweiachsige Biegung beansprucht werden, mit Gl. (19) nachzuweisen. Die Einteilung der Querschnitte in Klassen kann in [48] beziehungsweise bei "Querschnittsklassen nach Eurocode 3" auf Seite 71 nachgelesen werden.

$$\frac{N_{Sd}}{\kappa_{\min} N_{pl,d}} + k_y \cdot \frac{M_{y,Sd}}{M_{pl,y,d}} + k_z \cdot \frac{M_{z,Sd}}{M_{pl,z,d}} \leq 1$$
(19)

$$k_y = 1 - \mu_y \cdot \frac{N_{Sd}}{\kappa_y N_{pl}} \leq 1.5$$
(20)

$$k_z = 1 - \mu_z \cdot \frac{N_{Sd}}{\kappa_z N_{pl}} \leq 1.5$$

$$\mu_y = \bar{\lambda}_y(2\beta_{My} - 4) + (W_{pl,y} - W_{el,y})/W_{el,y} \leq 0.9$$

$$\mu_z = \bar{\lambda}_z(2\beta_{Mz} - 4) + (W_{pl,z} - W_{el,z})/W_{el,z} \leq 0.9$$
(21)

Die Interaktionsgleichung ist nahezu gleich wie nach DIN 18800. Ein geringfügiger Unterschied zwischen Eurocode 3 und DIN 18800 liegt in der Begrenzung  $\mu \leq 0.9$  statt  $\mu \leq 0.8$  und bei der Berechnung der Interaktionsbeiwerte  $k_y$  und  $k_z$  in der Verwendung von  $N_{pl}$  statt  $N_{pl,Rd}$ .

Bei der Anwendung dieser Nachweismethode für Druck und einachsige Biegung ist für  $\kappa$  im Gegensatz zur DIN 18800 der kleinere Abminderungsfaktor einzusetzen. Ein zusätzlicher Nachweis für Biegeknicken um die schwache Achse z-z ist daher nicht nötig. Bei Druck und einachsiger Biegung können im Vergleich zur DIN 18800 deutlich geringere Traglasten erhalten werden.

## AS DR 87164 (Australien)

Im Draft Australian Standard AS DR 87164 (1987) wird bei Druck und zweiachsiger Biegung für kompakte doppelsymmetrische I-Querschnitte die Gl. (22) für den Querschnittsnachweis angegeben. Die Normalkraft  $N$  ist in dieser Gleichung in den Widerstandswerten  $M_{N_{u,y}}$  und  $M_{N_{u,z}}$  eingearbeitet. Die Schnittkräfte  $M_y$  und  $M_z$  sind mit einem geeigneten Verfahren zu bestimmen. Bei Stabilitätsuntersuchungen ist die elastische Theorie 2. Ordnung unter Berücksichtigung der P- $\delta$  und P- $\Delta$  Effekte zu verwenden.

$$\left(\frac{M_y}{0.9M_{N_{u,y}}}\right)^{1.4} + \left(\frac{M_z}{0.9M_{N_{u,z}}}\right)^{1.4} \leq 1 \quad (22)$$

## AISC LRFD (Nordamerika)

Bei Druck und zweiachsiger Biegung kann nach dem Standard AISC LRFD (1986) die Gl. (23) für  $N/0.85N_u \geq 0.2$  verwendet werden.  $N_u$  ist die Grenzdruckkraft für zentrischen Druck. Der Einfluß von Imperfektionen wird damit über die Knickspannungslinie im Normalkraftanteil berücksichtigt. Die Momente  $M_y$  und  $M_z$  sind mit einer Tragwerksberechnung nach Theorie 2. Ordnung zu ermitteln. Alternativ dazu können die Momente auch nach Theorie 1. Ordnung verwendet werden, wenn sie mit den dort angegebenen Momentenerhöhungsfaktoren multipliziert werden. Die Faktoren berücksichtigen sowohl den P- $\delta$  als auch den P- $\Delta$  Effekt. Geometrische Ersatzimperfektionen sind für die Berechnung der Schnittkräfte nicht angegeben.

$$\frac{N}{0.85N_u} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_y}{0.9M_{u,y}} + \frac{M_z}{0.9M_{u,z}} \right) \leq 1 \quad (23)$$

Beim Vergleich der weltweit verwendeten Biegeknicknachweise für Druck und Biegung sind im Detail viele Unterschiede feststellbar. Die Nachweismethoden können aber im wesentlichen auf zwei Konzepte zurückgeführt werden. Manchmal werden aber auch Kombinationen von beiden Berechnungsmöglichkeiten gewählt.

- Verwendung von Knickspannungslinien und gemeinsame Behandlung der Schnittkraftanteile  $N$  und  $M$  mit Interaktionsformeln.
- Querschnittsnachweise mit Schnittkräften nach Theorie 2. Ordnung unter Berücksichtigung von Imperfektionen.

## Versuche

Einen wesentlichen Teil bei der Überprüfung von Bemessungskonzepten stellen die Vergleiche mit Versuchen dar. Für die Bestätigung der Europäischen Knickspannungslinien und der Bemessungskonzepte für Biegeknicken und Biegedrillknicken wurden über tausend Großversuche ausgewertet. In [2] [19] [23] [30] und in der dort angeführten Literatur sind Ergebnisse von Versuchen dokumentiert. Vergleiche von Versuchslasten mit Traglasten nach Bemessungsregeln sind in [24] [26] [27] zu finden.

Für die vorliegende Arbeit wurden die Traglasten mit einem FE-Programm berechnet. Versuche wurden nicht durchgeführt. Es wurden jedoch einige in der Literatur dokumentierte Versuche nachgerechnet ("Vergleichsrechnungen" auf Seite 245). Die Abweichungen zwischen den Traglastanalysen und den Versuchen lagen im allgemeinen bei etwa  $\pm 10\%$  und in Einzelfällen auch bis  $\pm 20\%$ . Die Schwierigkeit bei einer Nachrechnung eines Versuchs besteht in der Bestimmung der Versuchsdaten. So ist zum Beispiel im Versuch eine theoretisch gelenkige Lagerung unter Umständen nicht vollkommen reibungsfrei. Die Festigkeitswerte sind im allgemeinen über den Querschnitt unterschiedlich hoch. Die Querschnittsabmessungen und geometrischen Imperfektionen können praktisch nicht vollständig über den gesamten Versuchskörper erfaßt werden. Die Eigenspannungen können nur beispielhaft an Versuchsproben bestimmt werden. Die vorgesehene Lasteinleitung ist oft nur schwer exakt zu bewerkstelligen. Andererseits wäre der Aufwand zur Erstellung des Rechenmodells sehr hoch, wenn alle vorhin genannten Abweichungen von den Sollwerten zur Verfügung stehen würden. Aus diesem Grund wird es stets eine gewisse Differenz zwischen dem Versuchsergebnis und der Traglastanalyse geben.

Der Vorteil einer Traglastanalyse im Vergleich zu einem Großversuch besteht vor allem in den geringeren Kosten. Weiters können bei Traglastanalysen die gewünschten Parameter leichter definiert und variiert werden. Bei einem Versuch sind ungewollte Imperfektionen oft nicht vollständig zu verhindern. Die Hardware und Software hat bereits einen hohen Standard erreicht. Es ist daher zu erwarten, daß in Zukunft Traglastanalysen für Parameterstudien vermehrt eingesetzt werden. Die Anzahl der Versuche kann damit durch numerische Berechnungen reduziert werden. Zur Verifizierung der Annahmen für die Traglastanalysen werden aber nach wie vor Versuche für die Eckparameter dienen.

## 1.3 Problemstellung

Der Biegeknicknachweis und Biegedrillknicknachweis von Stäben bei Druck und zweiachsiger Biegung ist in der DIN 18800 und im Eurocode 3 nach umfangreichen Diskussionen neu geregelt worden [24] [26] [27] [45]. Bei der Anwendung und im Vergleich der beiden Nachweismethoden ergeben sich jedoch noch immer einige Fragen, die im folgenden aufgezeigt werden sollen. Die Stabilitätsfälle Biegeknicken und Biegedrillknicken werden dabei getrennt behandelt.

### Biegeknicken bei Druck und einachsiger Biegung

Nach DIN 18800 darf für Druck und einachsige Biegung um die starke Achse Gl. (24) angewendet werden. Biegeknicken um die starke Achse und Biegeknicken um die schwache Achse wird getrennt untersucht. Der Abminderungsfaktor  $\kappa$  wird jeweils für die betrachtete Biegeebene eingesetzt. Im Biegeknicknachweis um die schwache Achse scheint das Moment  $M_y$  nicht auf. Die deutsche Richtlinie zur Anwendung von Eurocode 3 schlägt diese Vorgangsweise ebenfalls vor [51]. Im Gegensatz dazu ist nach Eurocode 3 Gl. (25) anzuwenden. Der Nachweis wird nicht in Biegeknicken um die schwache beziehungsweise starke Achse getrennt. Es ist der kleinere Abminderungsfaktor  $\kappa_z$  einzusetzen. Bei größeren Unterschieden der Schlankheiten und damit der Abminderungsfaktoren  $\kappa_y$  und  $\kappa_z$  ergeben sich bedeutende Unterschiede in den Nachweisergebnissen zwischen DIN 18800 und Eurocode 3.

*Frage:* Nach Gl. (24) hat das Moment  $M_y$  beim Biegeknicken um die schwache Achse z-z keinen Einfluß auf die Traglast. Entspricht das dem wirklichen Tragverhalten? Welches Bemessungskonzept beschreibt das tatsächliche Tragverhalten bei Druck und einachsiger Biegung besser?

DIN 18800

$$\frac{N_{Sd}}{\kappa_y \cdot N_{pl, Rd}} + k_y \cdot \frac{M_{y, Sd}}{M_{pl, y, Rd}} \leq 1 \quad (24)$$
$$\frac{N_{Sd}}{\kappa_z \cdot N_{pl, Rd}} \leq 1$$

Eurocode 3

$$\frac{N_{Sd}}{\kappa_z \cdot N_{pl, Rd}} + k_y \cdot \frac{M_{y, Sd}}{M_{pl, y, Rd}} \leq 1 \quad (25)$$

*Beispiel:* Im Interaktionsdiagramm  $N$ - $M_y$ - $M_z$  (Bild 4) sind die Ergebnisse einer geometrisch und materiell nichtlinearen Traglastanalyse (GMNIA) für einen imperfekten Einzelstab

IPE 500, L=6.16 m bei Druck und zweiachsiger Biegung dargestellt. Der Verlauf der Momente  $M_y$  und  $M_z$  ist konstant über die Stablänge. Es kann Biegeknicken um die schwache oder starke Achse auftreten. Eine Verdrehung um die Stablängsachse und damit Biegedrillknicken ist ausgeschlossen. Die DIN 18800 Gl. (24) liegt im Vergleich zur Traglastanalyse zum Teil auf der unsicheren Seite (Bereich A in Bild 4). Im Gegensatz dazu liegt der Eurocode 3 Gl. (25) im Vergleich zur Traglastanalyse auf der sicheren Seite (Bereich B in Bild 4). Das Ergebnis der Traglastanalyse zeigt also ein von beiden Bemessungskonzepten abweichendes Tragverhalten.

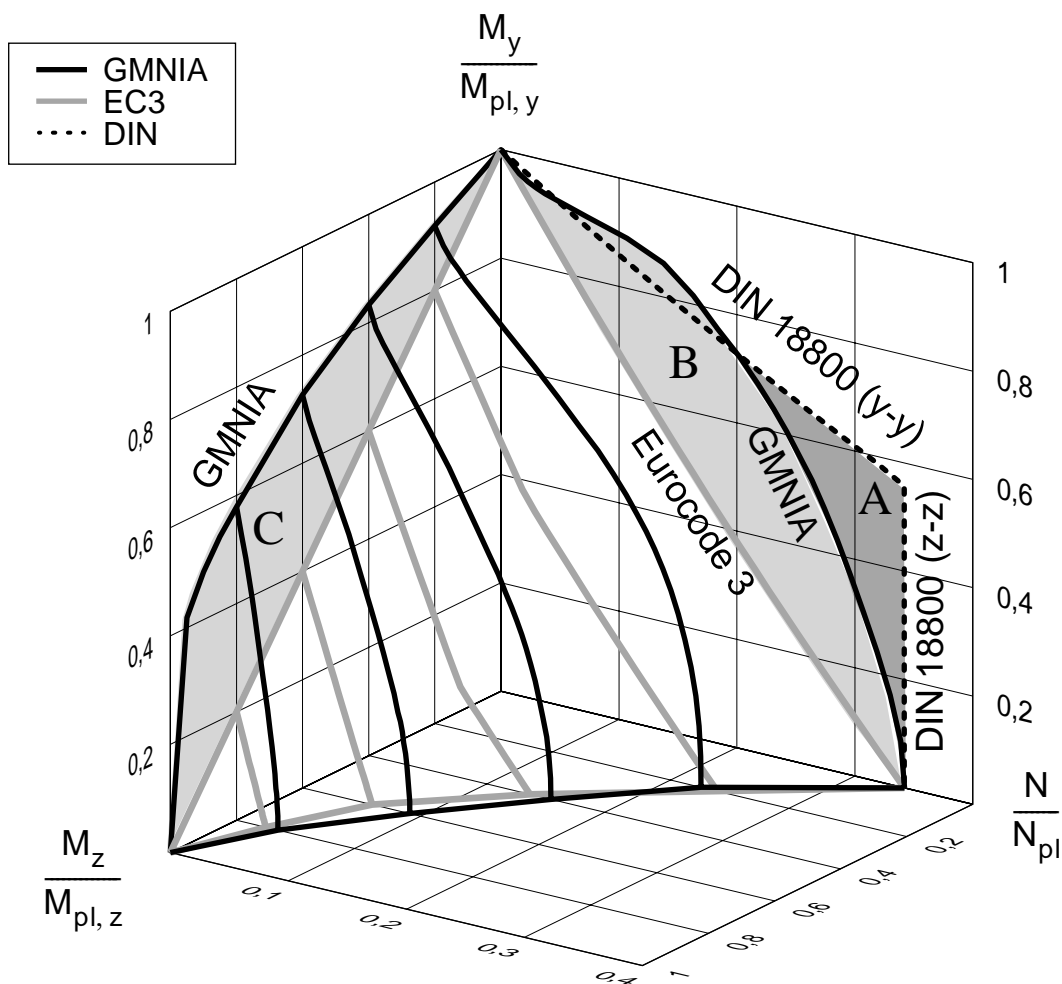


Bild 4. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 500, L=6.16 m, konstanter Momentenverlauf

Die Größenordnung der Auswirkung der unterschiedlichen Bemessungsregeln wird an einem Beispiel gezeigt. Ein Einzelstab IPE 500, L=6.16 m wird mit einer Druckkraft und einem konstanten Moment  $M_y$  belastet. Das Moment  $M_z$  ist Null. Die Belastung N- $M_y$  für den Grenzzustand der Tragfähigkeit wird für ein konkretes Beispiel aus Bild 4 entnommen. Es wird jener Punkt auf der Interaktionskurve gewählt, bei dem sich nach der Traglastanalyse (GMNIA) und der DIN 18800 (y-y) gleiche Traglasten ergeben.

$$N/N_{pl} = 0.200 \quad M_y/M_{pl,y} = 0.728$$

Nach DIN 18800 ergibt sich ein Ausnutzungsgrad  $0.200/0.972 + 1.09 \cdot 0.728 = 1.00$ .  
 Nach Eurocode 3 ergibt sich ein Ausnutzungsgrad  $0.200/0.342 + 1.09 \cdot 0.728 = 1.38$ .  
 Für ein IPE 550 ergibt sich ein Ausnutzungsgrad von 1.09 und für ein IPE 600 ein Ausnutzungsgrad von 0.86. Nach Eurocode 3 ist also für diese Belastung statt einem IPE 500 ein Querschnitt zwischen einem IPE 550 und einem IPE 600 erforderlich.

*Anmerkung:* Die Flanschausrundung bei der Ermittlung der Querschnittswerte wurde in diesem Beispiel nicht berücksichtigt. Für die Traglastanalysen wurden die charakteristischen Werte für die Streckgrenze und den Elastizitätsmodul verwendet. Die Nachweise nach den Normen wurden daher mit dem Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_M=1.0$  geführt.

## Biegeknicken bei Druck und zweiachsiger Biegung

In Bild 4 sind für einen Einzelstab bei Druck und zweiachsiger Biegung die Ergebnisse einer nichtlinearen Traglastanalyse (GMNIA) die Traglasten nach Eurocode 3 Gl. (19) gegenübergestellt. In bestimmten Bereichen des Interaktionsdiagramms ist für dieses Beispiel eine gute Übereinstimmung festzustellen. In anderen Bereichen ist eine erhebliche Abweichung vorhanden. Eine Beurteilung der Nachweismethode für Druck und zweiachsige Biegung soll anhand einer umfangreichen Parameterstudie für verschiedene Querschnitte, Schlankheiten und Momentenverläufe getroffen werden.

*Frage:* Wie gut ist die Übereinstimmung der Traglasten nach Eurocode 3 mit nichtlinearen Traglastanalysen für einen baupraktisch üblichen Parameterbereich bei Biegeknicken? Für welche Bereiche ist eine gute Übereinstimmung gegeben und für welche Bereiche ist eventuell eine Modifizierung der Nachweismethode anzustreben?

## Biegeknicken bei einem kleinen Moment $M_z$

Der Nachweis bei Druck und zweiachsiger Biegung ist nach DIN 18800 mit Gl. (15) zu führen. Dabei ist der kleinere Abminderungsfaktor  $\kappa_z$  zu verwenden. Bei einem sehr kleinen Moment  $M_z$  ist damit nach DIN 18800 der Übergang vom Nachweis bei Druck und einachsiger Biegung Gl. (24) zum Nachweis bei Druck und zweiachsiger Biegung sprunghaft (Bild 4).

*Frage:* Darf das Konzept nach DIN 18800 für Druck und einachsige Biegung bei einem zusätzlich vorhandenen kleinen Moment  $M_z$  angewendet werden? Wie stark ist der Abfall der Traglast bei einem zusätzlich vorhandenen kleinen Moment  $M_z$  im Vergleich zu Druck und einachsiger Biegung? Ist der Abfall der Traglast sprunghaft? Ist durch eine Modifikation der Nachweismethode eine Beseitigung der Unstetigkeit möglich?

*Anmerkung:* In [29] wird zur Behebung dieses mechanisch nicht sinnvollen Sprunges ein Abminderungsfaktor nach Gl. (26) vorgeschlagen, der jedoch nicht in die DIN 18800 aufgenommen wurde.

$$\kappa = \kappa_y \frac{m_y}{m_y + m_z} + \kappa_z \frac{m_z}{m_y + m_z} \quad (26)$$

In Bild 5 ist für einen Einzelstab IPE 500,  $L=6.16$  m mit konstantem Momentenverlauf das Interaktionsdiagramm  $N$ - $M_y$ - $M_z$  mit diesem Abminderungsfaktor (DIN Kommentar) den Traglastanalysen (GMNIA) gegenübergestellt. Daraus ist zu sehen, daß zwar der Sprung vermieden wird, aber die Form der Interaktionsfläche und damit das mechanische Verhalten wird mit Gl. (26) im Vergleich zur Traglastanalyse nicht gut wiedergegeben. Der Bereich A von Bild 4 wird fortgesetzt. In Bild 5 ist für  $M_z/M_{pl,z}=0.2$  der auf der unsicheren Seite liegende Bereich D dargestellt. Gl. (26) kann nach diesem Beispiel nicht empfohlen werden.

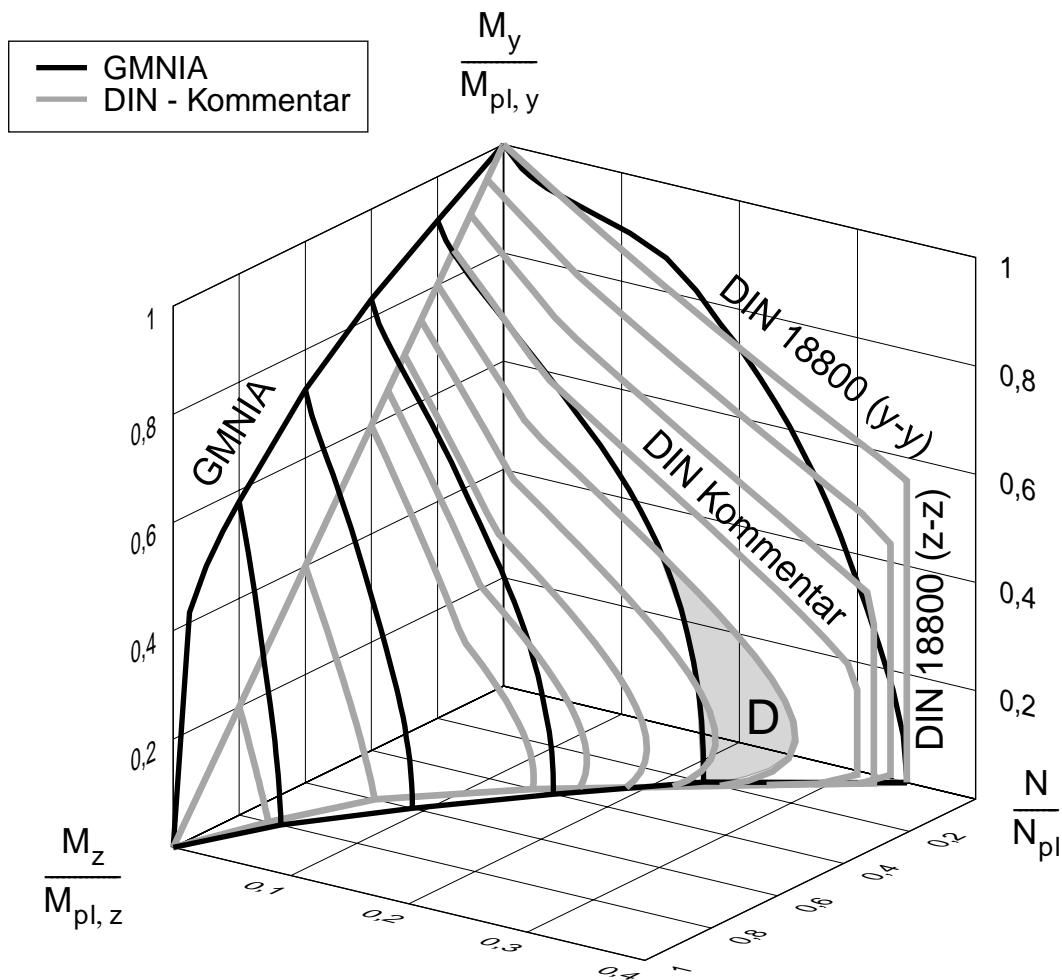


Bild 5. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 500,  $L=6.16$  m, konstanter Momentenverlauf

*Anmerkung:* Die Interaktionskurven im Bereich  $M_z/M_{pl,z} \leq 0.4$  wurden zur besseren Darstellung der Interaktionsfläche für den DIN Kommentar in engeren Abständen als sonst gezeichnet.

### Biegeknicken bei einer kleinen Normalkraft $N$

Bei einem Stab mit einer sehr kleinen Normalkraft wird nicht Biegeknicken sondern Querschnittsversagen eintreten. Biegedrillknicken wird ausgeschlossen. Für sehr kleine Normalkräfte wird aus Gl. (19) praktisch eine lineare Interaktionsgleichung zwischen den

Momenten  $M_y$  und  $M_z$ . Diese liegt für Querschnitte der Klasse 1 und Klasse 2 bedeutend auf der sicheren Seite im Vergleich zur Interaktionsformel für die Beanspruchbarkeit des Querschnitts Gl. (35). Der Übergang von der genauen Beanspruchbarkeit des Querschnitts zum Biegeknicknachweis ist damit sprunghaft (Bereich C in Bild 4).

*Frage:* Darf bei zweiachsiger Biegung mit einer kleinen Normalkraft der Biegeknicknachweis entfallen? Ist durch eine Modifikation des Nachweises eine Beseitigung der Unstetigkeit möglich?

*Anmerkung:* Die DIN 18800 erlaubt bei einachsiger Biegung mit einer kleinen Normalkraft den Nachweis unter Vernachlässigung dieser Normalkraft. Ein Grenzwert für die Normalkraft führt aber nur zu einer Verschiebung der Unstetigkeit.

Für Querschnitte der Klasse 3 ist für die Beanspruchbarkeit des Querschnitts die lineare Interaktionsgleichung zu verwenden und damit ist in diesem Fall kein Sprung vorhanden.

### **Biegeknicken bei einer kleinen Schlankheit**

Eine ähnliche Situation wie vorhin ergibt sich bei einem Stab mit einer kleinen Schlankheit. Es wird nicht Biegeknicken sondern Querschnittsversagen eintreten. Für kleine Schlankheiten wird aus Gl. (19) nahezu eine lineare Interaktionsgleichung im gesamten Bereich  $N$ - $M_y$ - $M_z$ . Die vollplastische Beanspruchbarkeit des Querschnitts nach Gl. (35) wird damit nicht genutzt. Diese Diskrepanz ist nur bei Querschnitten der Klasse 1 und Klasse 2 vorhanden, da für Querschnitte der Klasse 3 ohnehin die lineare Interaktionsgleichung zu verwenden ist.

*Frage:* Genügt bei einer kleinen Schlankheit der Querschnittsnachweis und darf der Biegeknicknachweis vernachlässigt werden? Wie klein muß in diesem Fall die Schlankheit sein? Ist durch eine Modifikation der Nachweismethode eine Beseitigung der Unstetigkeit möglich?

*Anmerkung:* Für eine Schlankheit  $\bar{\lambda} \leq 0.2$  ist der Abminderungsfaktor  $\kappa=1$ . Für diesen Bereich kann daher bei zentrischem Druck der Biegeknicknachweis entfallen. Bei Druck und zweiachsiger Biegung führt die Anwendung einer solchen Regelung jedoch nur zu einer Verschiebung der Unstetigkeit zwischen dem Querschnittsnachweis und dem Biegeknicknachweis in einen anderen Schlankheitsbereich.

In Bild 6 ist für den Querschnitt IPE 500 die Beanspruchbarkeit des Querschnitts (MNA) den Traglasten nach Eurocode 3 Gl. (19) für den Grenzfall  $\lambda=0$  gegenübergestellt. Vor allem im Bereich mit einem hohen Moment  $M_z$  sind die Abweichungen besonders hoch (Bereich E in Bild 6).



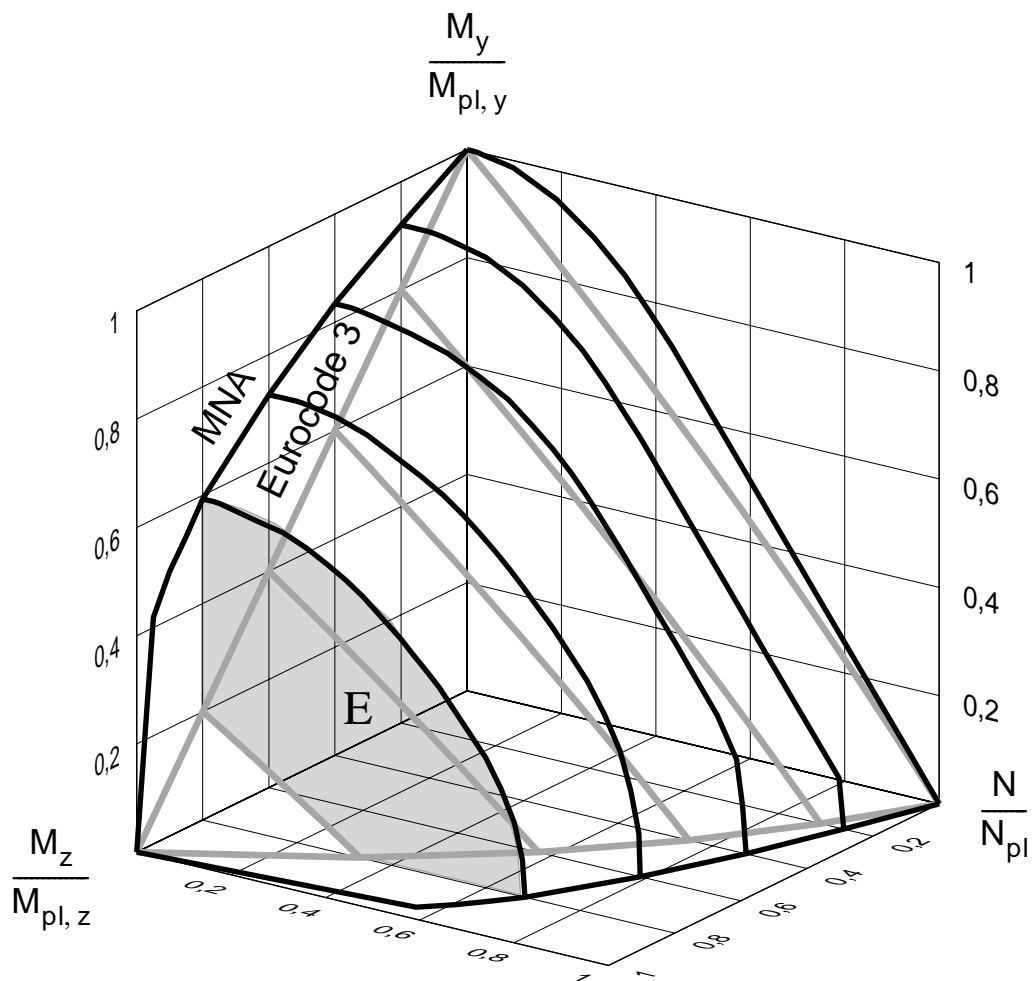


Bild 6. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 500, Grenzfall  $\lambda=0$

### Maximale Momente $M_y$ und $M_z$ sind an verschiedenen Stellen

Bei Druck und zweiachsiger Biegung können die maximalen Momente  $M_y$  und  $M_z$  an verschiedenen Stellen entlang des Stabes auftreten. Beim Nachweis der Beanspruchbarkeit des Querschnitts sind zugehörige Schnittkräfte zu verwenden. Wenn die maßgebende Stelle entlang des Stabes nicht bekannt ist, sind diese Nachweise an mehreren Stellen zu führen. Beim Biegeknicknachweis ist die Situation etwas anders. Es handelt sich hierbei um einen Bauteilnachweis und damit ist die Betrachtung von zugehörigen Schnittgrößen an mehreren Stellen entlang des Stabes vom Konzept her nicht richtig. Wenn jedoch die Maximalwerte der Momente bei der Nachweismethode nach Eurocode 3 verwendet werden, ergeben sich die gleichen Traglasten für den Lf B und den Lf C (Bild 7). Die Traglast ist für den Lf B aber in Wirklichkeit sicherlich nicht die gleiche wie für den Lf C. Nach [27] [29] wird die Verwendung von zugehörigen Schnittgrößen für die Biegeknicknachweise bei Druck und zweiachsiger Biegung erlaubt.

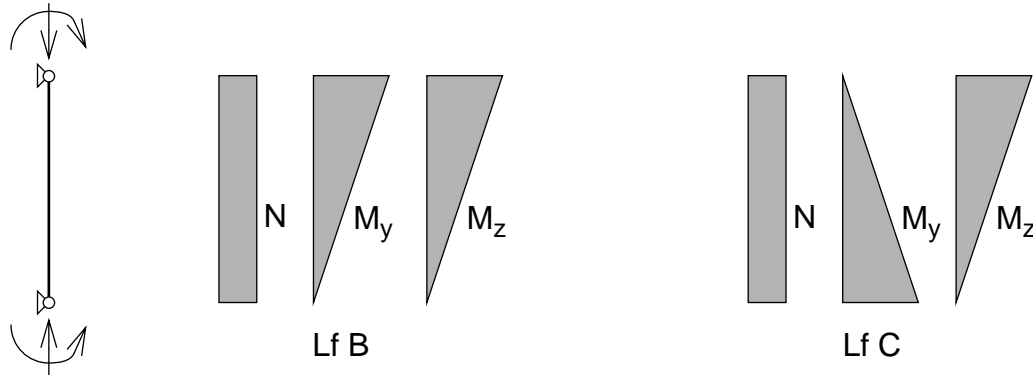


Bild 7. Maximale Momente  $M_y$  und  $M_z$  sind an verschiedenen Stellen

*Frage:* Wie groß ist der Unterschied der Traglast für Lf B im Vergleich zu Lf C ? Liegt bei Verwendung von zugehörigen Schnittgrößen der Biegeknicknachweis nach Eurocode 3 stets auf der sicheren Seite oder sind in bestimmten Parameterbereichen die Maximalwerte der Momente zu verwenden ?

### Biegeknicken bei Stäben mit Querschnitten der Klasse 3

Nach Eurocode 3 wird für das Biegeknicken von Stäben mit Querschnitten der Klasse 3 Gl. (27) angeführt. Bei zentrischem Druck ergibt sich nach diesem Konzept die gleiche Traglast für Stäbe mit Querschnitten der Klasse 3 wie für Stäbe mit Querschnitten der Klasse 1. Die Traglast ist jedoch für Querschnitte der Klasse 1 sicherlich höher als für Querschnitte der Klasse 3, denn ein zentrisch gedrückter imperfekter Stab erhält auch Biegemomente  $M_y$  beziehungsweise  $M_z$ . Aus dieser Betrachtung müßten für Querschnitte der Klasse 3 niedrigere Abminderungsfaktoren  $\kappa$  vorhanden sein (Knickspannungslinien).

$$\frac{N_{Sd}}{\kappa_{\min} A \cdot f_{yd}} + k_y \cdot \frac{M_{y, Sd}}{W_{el, y} \cdot f_{yd}} + k_z \cdot \frac{M_{z, Sd}}{W_{el, z} \cdot f_{yd}} \leq 1 \quad (27)$$

*Frage:* Ist die Traglast bei zentrischem Druck für Querschnitte der Klasse 3 gleich hoch wie für Querschnitte der Klasse 1 oder Klasse 2 ?

*Anmerkung:* Die Versuche für die Erstellung der Europäischen Knickspannungslinien wurden im allgemeinen mit Walzprofilen der Querschnittsklasse 1 und 2 durchgeführt.

### Biegedrillknicken bei Druck und zweiachsiger Biegung

In den Bemessungskonzepten nach DIN 18800 und Eurocode 3 wird zwischen Biegeknicken und Biegedrillknicken getrennt. Bei einem gabelgelagerten Einzelstab ist Biegedrillknicken gegenüber Biegeknicken immer maßgebend oder zumindest genauso ungünstig. Bei einem schlanken Stab mit einem hohen I-Querschnitt und einem hohen Momentenanteil  $M_y$  ist der

Unterschied besonders hoch. Bei Hohlprofilen mit üblichen Abmessungen  $b/h$  ist aufgrund der hohen Torsionssteifigkeit eine Verdrehung um die Stablängsachse praktisch nicht gegeben und damit ist Biegedrillknicken nicht ungünstiger als Biegeknicken.

Biegeknicken ist ein Sonderfall von Biegedrillknicken, bei dem die Verdrehung um die Stablängsachse Null ist. Eine Trennung in Biegeknicken und Biegedrillknicken ist vom mechanischen Gesichtspunkt nicht ideal, sie wird jedoch auch in der vorliegenden Arbeit beibehalten, um eine einfachere Handhabung der Untersuchung zu erreichen. Anhand einer Parameterstudie mit einem baupraktisch üblichen Parameterbereich soll auch für Biegedrillknicken die Güte der Übereinstimmung der Traglasten nach Eurocode 3 mit den Ergebnissen der nichtlinearen Traglastanalysen gezeigt werden.

*Frage:* Wie gut ist die Übereinstimmung der Traglasten nach Eurocode 3 mit nichtlinearen Traglastanalysen für einen baupraktisch üblichen Parameterbereich beim Biegedrillknicken ?

Die einzelnen hier angesprochenen Fragen werden im wesentlichen in “Diskussion des Bemessungsvorschlags” auf Seite 46 und in den Schlußfolgerungen der Parameterstudie in den Abschnitten “Biegeknicken um die Achse  $y-y$  infolge  $N-M_y$ ” auf Seite 84, “Biegeknicken um die Achse  $z-z$  infolge  $N-M_z$ ” auf Seite 98, “Biegeknicken um die Achsen  $y-y$  und  $z-z$ ” auf Seite 107 und “Biegedrillknicken infolge  $N-M_y-M_z$ ” auf Seite 164 zusammenfassend beantwortet.

## 1.4 Ziel und Umfang der Arbeit

Biegeknicken und Biegedrillknicken von gabelgelagerten Einzelstäben aus Stahl bei Druck und zweiachsiger Biegung wird anhand einer Parameterstudie mit dem FE-Programm Abaqus [56] getrennt untersucht. Es wird vor allem der kompakte doppelsymmetrische I-Querschnitt mit voller plastischer Beanspruchbarkeit betrachtet. Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Klärung der im Abschnitt “Problemstellung” auf Seite 16 gestellten Fragen im Zusammenhang mit den Bemessungsregeln nach DIN 18800 und Eurocode 3 und damit das Aufzeigen des Tragverhaltens von Stäben aus Stahl bei Druck und zweiachsiger Biegung. Ein weiteres Ziel ist die Modifikation der Nachweise nach Eurocode 3 beziehungsweise eine Formulierung eines Bemessungsvorschlages, um die erwähnten Unstetigkeiten zu beseitigen und vorhandene Abweichungen der Traglasten zwischen dem Nachweis und der Traglastanalyse zu minimieren.

### Parameterstudie

Der wesentliche Teil der vorliegenden Arbeit besteht in der Durchführung der Parameterstudie. Die Ergebnisse der geometrisch und materiell nichtlinearen Traglastanalysen von imperfekten Stäben dienen zur Klärung des Tragverhaltens. Als Imperfektionen wurden die für Traglastanalysen von Stäben üblichen geometrischen Imperfektionen  $e=L/1000$  und die vom Querschnitt abhängigen Eigenspannungen angenommen. Um eine große Anzahl von einzelnen Berechnungsfällen durchführen zu können, wurden Pre- und Postprozessoren geschrieben [12] [31]. Mit diesen Programmen kann die Erstellung der Inputfiles für Abaqus, die Verwaltung und die Ergebnisaufbereitung für die graphische Darstellung in Interaktionsdiagrammen komfortabel durchgeführt werden. Die numerisch ermittelten Traglasten werden den Traglasten nach Eurocode 3 und dem Bemessungsvorschlag gegenübergestellt. Ein direkter Vergleich der Traglasten nach Eurocode 3 und dem Bemessungsvorschlag ist damit für einen umfangreichen Parameterbereich möglich.

Der Parameterbereich für die gabelgelagerten Einzelstäbe umfaßt

- Querschnitte IPE 200, IPE 500, HEB 300, RHP 200/100/10 (Hohlprofil)
- Stabschlankheiten  $\bar{\lambda} = 0.5, 1.0, 1.5, 3.0$
- Momentenverläufe für Endmomente und Querbelastungen
- Randbedingungen für Biegeknicken und Biegedrillknicken

Der Parameterbereich ist im Abschnitt “Traglastanalysen mit dem FE-Programm” auf Seite 74 ausführlich angeführt. Weitere Parameterbereiche für Imperfektionen und das Material wurden im Kapitel “Studien zum Tragverhalten” auf Seite 193 untersucht. In diesem Kapitel werden auch Überlegungen zu Querschnitten der Klasse 3 und T-förmigen Querschnitten angestellt.

In diesem Kapitel wird ein Bemessungsvorschlag für das Biegeknicken von Stäben aus Stahl bei Druck und zweiachsiger Biegung vorgestellt. Die Kurzbezeichnung für den Bemessungsvorschlag lautet SOPHIA. Diese Abkürzung steht für *second order plastic hinge analysis of an imperfect member*.

Die Anwendung des Bemessungsvorschlags bei Tragwerken wird im Abschnitt “Tragwerke” auf Seite 50 und anhand von Beispielen gezeigt. Weiters werden der Bemessungsvorschlag und die Fragen der Problemstellung in “Diskussion des Bemessungsvorschlags” auf Seite 46 allgemein diskutiert.

Weitere Abschnitte in diesem Kapitel behandeln die Beanspruchbarkeit des Querschnitts, die Ersatzimperfectionen und die Querschnittsklassen nach Eurocode 3 und DIN 18800.

Im Kapitel “Parameterstudie” auf Seite 73 werden die Traglasten nach dem Bemessungsvorschlag und nach Eurocode 3 beziehungsweise nach DIN 18800 mit den Ergebnissen der Traglastanalysen in Interaktionsdiagrammen  $N$ - $M_y$ - $M_z$  verglichen. Der Bemessungsvorschlag entstand aus diesen Vergleichen und weiteren in dieser Arbeit nicht enthaltenen Interaktionsdiagrammen. Der Bemessungsvorschlag ist damit ein Ergebnis der Parameterstudie.

## 2.1 Einzelstab mit Druck und zweiachsiger Biegung

In der vorliegenden Arbeit wird als Einzelstab ein gerader Stab mit Gabelagerungen an den Stabenden bezeichnet. Für einen solchen Einzelstab aus Stahl wird nun ein Bemessungsvorschlag für Biegeknicken bei Druck und zweiachsiger Biegung vorgestellt. Diese Einzelstabbe-rechnung ist auch die Grundlage für die Anwendung des Bemessungsvorschlages bei Tragwerken.

Folgende Forderungen sollen vom Bemessungsvorschlag erfüllt werden.

- Beseitigung der in der Problemstellung erwähnten Unstetigkeiten
- Gute Übereinstimmung mit den Traglastanalysen im gesamten Parameterbereich
- Eignung für eine Handrechnung

Ursprünglich wurde versucht, durch eine Modifikation der Interaktionsformel nach Eurocode 3 eine Lösung zu finden. Dabei wurden der grundsätzliche Ansatz beibehalten und nur die Interaktionsfaktoren  $k_y$  und  $k_z$  modifiziert. Die modifizierten Bemessungsregeln wurden anschließend graphisch in Form von Interaktionsdiagrammen  $N-M_y-M_z$  mit den Traglastana-lysen der Parameterstudie verglichen und beurteilt.

Eine bedeutende Verbesserung durch eine Modifikation der jetzigen Bemessungsregeln nach Eurocode 3 konnte mit diesen Versuchen nicht verwirklicht werden. Deshalb wurde eine andere bekannte Bemessungsmethode aufgegriffen und erweitert. In der DIN 18800 ist diese Möglichkeit der Bemessung als Nachweisverfahren EP allgemein verankert. Die Grundlage bildet die elastische Schnittkraftberechnung nach Theorie 2. Ordnung am imperfekten Stab mit anschließenden plastischen Querschnittsnachweisen. Für den Bemessungsvorschlag wurde eine modifizierte Ersatzimperfektion erarbeitet und diese Festlegung durch den Vergleich mit der Parameterstudie bestätigt.

Die Anwendung wird im folgenden an einem aus einem Tragwerk herausgelöst gedachten Einzelstab dargestellt. Für den Einzelstab werden an den Stabenden und im Bereich der Stabmitte die Schnittkräfte berechnet. Die Schnittkräfte nach Theorie 2. Ordnung im Bereich der Stabmitte werden für den imperfekten Stab mit dem Momentenerhöhungsfaktor berechnet. Mit den Schnittkräften an diesen drei Stellen werden Querschnittsnachweise geführt. Ein zusätzlicher Biegeknicknachweis wie im Ersatzstabverfahren nach Eurocode 3 ist nicht mehr erforderlich. Die Bemessung wird nicht in Querschnittsnachweis und Bauteilnachweis unterteilt, sondern der Bauteilnachweis wird durch einen Querschnittsnachweis ersetzt.

Folgende Vorteile des Bemessungsvorschlages können gegenüber den Bemessungsregeln nach Eurocode 3 beziehungsweise nach DIN 18800 vorweg zusammengefaßt werden.

- Die in der Problemstellung erwähnten Unstetigkeiten für Biegeknicken werden beseitigt, weil die Nachweise nicht in einen Querschnittsnachweis und einen Bauteilnachweis getrennt werden.
- Eine bessere Übereinstimmung mit den Traglastanalysen wird nahezu im gesamten Parameterbereich erreicht, weil ein wirklichkeitsnahes mechanisches Modell dem Bemessungsvorschlag zugrundeliegt. Es ist damit im gesamten untersuchten Parameterbereich eine gleichmäßige Sicherheit gegenüber den Ergebnissen der Traglastanalysen vorhanden. Bei Stäben mit Querschnitten der Klasse 1 oder Klasse 2 bei Druck und zweiachsiger Biegung ergeben sich im Vergleich zum Eurocode 3 zum Teil bedeutend höhere Traglasten. Im Ver-

gleich zur DIN 18800 sind bei Druck und einachsiger Biegung andererseits zum Teil geringere Traglasten zu erwarten. Für Querschnitte der Klasse 3 ergeben sich ebenfalls geringere Traglasten als nach Eurocode 3. Die höheren beziehungsweise geringeren Traglasten nach dem Bemessungsvorschlag im Vergleich zu den Bemessungsregeln nach Eurocode 3 und DIN 18800 wurden durch die Traglastanalysen der Parameterstudie bestätigt.

Folgende Nachteile des Bemessungsvorschlages können gegenüber den Bemessungsregeln nach Eurocode 3 beziehungsweise nach DIN 18800 vorweg zusammengefaßt werden.

- Der Bemessungsvorschlag ist für eine Handrechnung etwas aufwendiger als der Biegeknicknachweis nach Eurocode 3.
- Eine Anwendung des Bemessungsvorschlags für den zentrisch gedrückten Stab mit Querschnitten der Klasse 1 oder Klasse 2 ist nicht vorteilhaft, weil der Aufwand im Vergleich zur Bemessung mit den Europäischen Knickspannungslinien wesentlich höher ist und zusätzlich eine nicht so gute Übereinstimmung mit den Traglastanalysen erzielt werden kann.
- Der Biegedrillknicknachweis ist in diesem Bemessungsvorschlag noch nicht enthalten. Insofern ist der Bemessungsvorschlag nicht abgeschlossen, sondern muß zur Berücksichtigung von Biegedrillknicken noch in analoger Form erweitert werden.

Im folgenden wird der Bemessungsvorschlag im Detail dargestellt. Die Bemessung eines Stabes geschieht, wie bereits erwähnt, in zwei Schritten. Im ersten Schritt werden die Schnittkräfte unter Berücksichtigung von Imperfektionen und dem Effekt der Theorie 2. Ordnung berechnet (Bild 8). Im zweiten Schritt wird an den Stabenden und im Bereich der Feldmitte des Einzelstabes die Beanspruchbarkeit des Querschnitts berechnet.

- Berechnung der Schnittkräfte an den Stabenden und im Bereich der Stabmitte
- Querschnittsnachweise an den Stabenden und im Bereich der Stabmitte

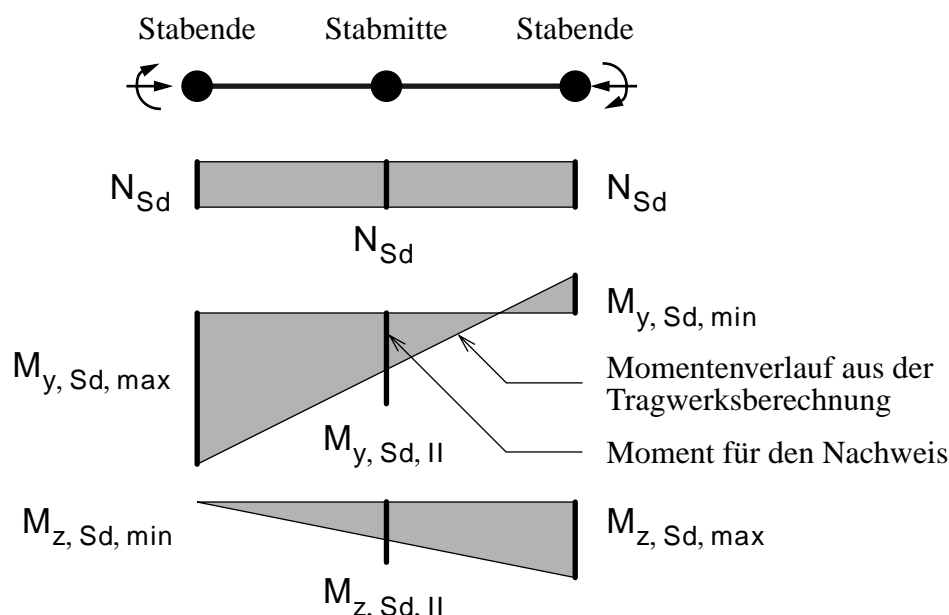


Bild 8. Schnittkräfte an den Stabenden und im Bereich der Stabmitte

## Schnittkräfte an den Stabenden

Die Schnittkräfte an den Stabenden des Einzelstabes kommen aus der Tragwerksberechnung. Die Betrachtung der Stabenden ist nicht nötig, wenn die Schnittkräfte an den Stabenden gegenüber den Schnittkräften im Bereich der Stabmitte eindeutig nicht maßgebend sind.

Bei Tragwerken ohne einen Einfluß der Theorie 2. Ordnung können die Schnittkräfte des Tragwerks nach Theorie 1. Ordnung berechnet werden. Dies gilt zum Beispiel für Tragwerke mit steifen Verbänden. Bei Tragwerken mit einem Einfluß der Theorie 2. Ordnung sind die Schnittkräfte an den Stabenden nach Theorie 2. Ordnung zu ermitteln. Dabei sind als Imperfektionen Vorverdrehungen anzunehmen. Der Effekt der Vorkrümmungen wird im Bemessungsvorschlag berücksichtigt. Die Tragwerksberechnung nach Theorie 2. Ordnung ist gegenüber der Tragwerksberechnung nach Theorie 1. Ordnung zweifellos aufwendiger. Nachdem aber bereits gute Programme für diese Berechnungen zur Verfügung stehen, scheint eine Anwendung für diese Kategorie von Tragwerken akzeptabel zu sein.

Ein Vorteil bei der Tragwerksberechnung nach Theorie 2. Ordnung liegt in der wirklichkeitsnahen Ermittlung der Schnittkräfte und in einer sicheren Bemessung der Verbindungen. Beim Ersatzstabverfahren stehen für die Bemessung der Verbindungen nur Schnittkräfte nach Theorie 1. Ordnung zur Verfügung. Eine analoge Problematik ergibt sich, wenn Beulnachweise, zum Beispiel für Stege geschweißter I-Träger, zu führen sind. Weiteres zur Anwendung des Bemessungsvorschlages bei Tragwerken ist in "Tragwerke" auf Seite 50 zusammengefaßt.

## Schnittkräfte im Bereich der Stabmitte

Der Bemessungsvorschlag behandelt im speziellen diesen Bereich. Die Schnittkräfte werden dabei nach Gl. (28) berechnet. Der Effekt der Theorie 2. Ordnung wird durch den Momentenerhöhungsfaktor berücksichtigt. Das Moment aus der Tragwerksberechnung wird nicht in der Stabmitte genommen, sondern es wird der Maximalwert des Moments mit dem Momentenbeiwert  $C_M$  entsprechend dem Momentenverlauf abgemindert (Tab. 2). Der Maximalwert des Moments wird somit je nach dem Momentenverlauf in ein äquivalentes Moment umgerechnet. Eine Betrachtung der Schnittkräfte an mehreren Stellen im Bereich der Stabmitte ist nicht nötig. Mit diesen Vereinfachungen ist eine Handrechnung möglich.

$$N_{Sd}$$
$$M_{y, Sd, II} = (C_{M, y} \cdot M_{y, Sd, max} + N_{Sd} \cdot e_z) \cdot \frac{1}{1 - N_{Sd}/N_{cr, y}} \quad (28)$$
$$M_{z, Sd, II} = (C_{M, z} \cdot M_{z, Sd, max} + N_{Sd} \cdot e_y) \cdot \frac{1}{1 - N_{Sd}/N_{cr, z}}$$

Die Ersatzimperfektionen  $e_y$  und  $e_z$  wurden nach Gl. (29) neu geregelt. Die Grundwerte der Ersatzimperfektionen  $e_{y,0}$  und  $e_{z,0}$  wurden der DIN 18800 Teil 2 entnommen (Tab. 3). Der Modifikationsfaktor  $c$  für den Grundwert der Ersatzimperfektion wurde so bestimmt, daß sich möglichst gute Übereinstimmungen mit den Traglastanalysen der Parameterstudie ergaben.



$$\begin{aligned} e_y &= c \cdot e_{y,0} \\ e_z &= c \cdot e_{z,0} \end{aligned} \quad (29)$$

Der Modifikationsfaktor  $c$  nach Gl. (30) ist neben der Schlankheit auch von der Momentenbeanspruchung abhängig. Je größer die Belastung durch die Momente und damit die Ausbreitung der Fließzonen ist, desto größer ist die modifizierte Ersatzimperfection. Die Traglasten nach der Fließgelenktheorie 2. Ordnung werden somit den Ergebnissen der Traglastanalysen angepaßt. Die Ersatzimperfectionen werden in diesem Bemessungsvorschlag, im Gegensatz zu den Bestimmungen der DIN 18800, gleichzeitig in beiden Richtungen angesetzt. Es ist daher nur ein Nachweis zu führen. Bei einer getrennten Untersuchung der Imperfectionen um die schwache beziehungsweise starke Achse, wie es zum Beispiel in [36] vorgesehen ist, sind beide Ausweichrichtungen getrennt zu untersuchen. Eine weitere Begründung für die gewählte Vorgangsweise kann in "Auswirkungen von Imperfectionen" auf Seite 212 nachgelesen werden.

$$c = \frac{1}{2} + 5 \left[ \bar{\lambda}_y \left( \frac{M_{y, Sd, l}}{M_{pl, y, Rd}} \right)^2 + \bar{\lambda}_z \left( \frac{M_{z, Sd, l}}{M_{pl, z, Rd}} \right)^2 \right] \quad (30)$$

Die Momente für die Berechnung des Modifikationsfaktors ergeben sich aus den äquivalenten Momenten und dem Moment infolge der Normalkraft am vorgekrümmten Stab nach Gl. (31). Für die Vorkrümmung wird der Grundwert der Ersatzimperfection genommen (Tab. 3).

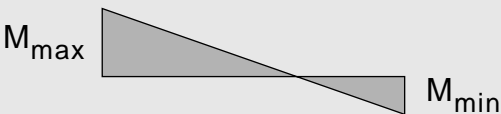

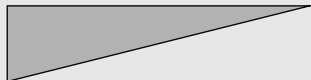
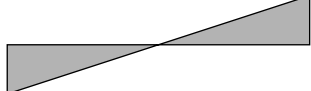


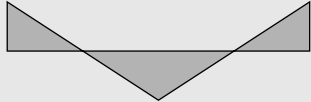
$$\begin{aligned} M_{y, Sd, l} &= C_{M, y} \cdot M_{y, Sd, max} + N_{Sd} \cdot e_{z, 0} \\ M_{z, Sd, l} &= C_{M, z} \cdot M_{z, Sd, max} + N_{Sd} \cdot e_{y, 0} \end{aligned} \quad (31)$$

Der Momentenbeiwert  $C_M$  für die Berechnung der äquivalenten Momente kann bei Endmomenten nach Gl. (32) bestimmt werden. Der Momentenbeiwert wird in der Literatur im allgemeinen mit  $C_M \geq 0.4$  begrenzt [8] [45] [54]. Die Vergleiche mit den Traglastanalysen zeigten jedoch, daß diese Begrenzung nicht nötig ist. In der vorliegenden Arbeit beträgt damit der minimale Wert für den Momentenbeiwert  $C_M = 0.2$  bei gegengleichen Endmomenten.

$$\begin{aligned} C_{M, y} &= 0.6 + 0.4 \cdot \frac{M_{y, Sd, min}}{M_{y, Sd, max}} \\ C_{M, z} &= 0.6 + 0.4 \cdot \frac{M_{z, Sd, min}}{M_{z, Sd, max}} \end{aligned} \quad (32)$$

Der Momentenbeiwert liegt grundsätzlich zwischen  $0.2 \leq C_M \leq 1.0$ . Der maximale Momentenbeiwert  $C_M=1.0$  ist zu verwenden, wenn das maximale Moment aus der Tragwerksberechnung über einen größeren Bereich um die Stabmitte vorhanden ist. Der minimale Momentenbeiwert  $C_M=0.2$  darf verwendet werden, wenn das Moment aus der Tragwerksberechnung im Bereich um die Stabmitte, wie im Fall des durchschlagenden Momentenverlaufs, klein ist. In Tab. 2 sind auch für weitere häufig vorkommende Momentenverläufe die Momentenbeiwerte angegeben. Diese wurden durch Vergleiche mit den Traglastanalysen der Parameterstudie ermittelt.

Tab. 2. Momentenbeiwerte für verschiedene Momentenverläufe

Momentenverlauf	Momentenbeiwert $C_M$
	$C_M = 0.6 + 0.4 \cdot \frac{M_{\min}}{M_{\max}}$
	$C_M = 1.00$
	$C_M = 0.60$
	$C_M = 0.20$
	$C_M = 0.90$
	$C_M = 0.95$
	$C_M = 0.85$

Für nicht in der Tab. 2 vorkommende Momentenverläufe können die Momentenbeiwerte aufgrund der vorhandenen Ergebnisse näherungsweise angegeben werden. Zum Beispiel können für den in Bild 9 dargestellten Momentenverlauf die Grenzwerte des Momentenbeiwerts mit  $0.6 \leq C_M \leq 0.9$  festgelegt werden. Der Momentenbeiwert wird nahezu 0.9 betragen,

wenn der Maximalwert des Moments im mittleren Drittel des Stabes liegt. Eine Reduzierung zum kleineren Grenzwert kann erst erfolgen, wenn der Maximalwert des Moments im äußeren Drittel des Stabes liegt. Auf diese Weise können für weitere Momentenverläufe über das mechanische Verständnis die Momentenbeiwerte eingegrenzt werden. Genauere Festlegungen der Momentenbeiwerte für nicht untersuchte Momentenverläufe müßten allerdings durch weitere Traglastanalysen bestätigt werden.

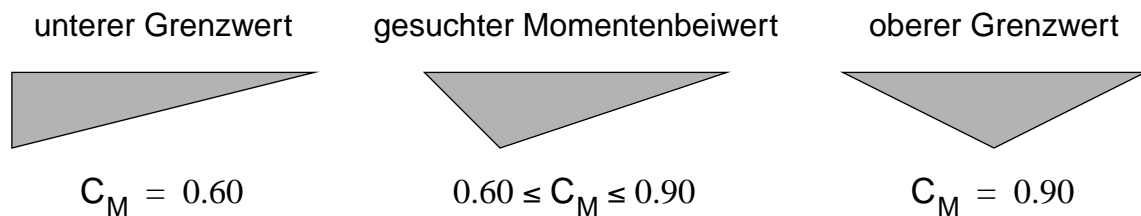


Bild 9. Grenzwerte für einen Momentenbeiwert

Die bezogene Schlankheit wird mit der bekannten Gl. (33) berechnet. Sie wird für den Modifikationsfaktor der Ersatzimperfektion benötigt. Die elastische Verzweigungslast wird mit Gl. (34) ermittelt. Sie wird für den Momentenerhöhungsfaktor zur Berücksichtigung des Effekts der Theorie 2. Ordnung und für die Schlankheit benötigt.

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{N_{pl, Rd} / N_{cr, y}} \quad (33)$$

$$\bar{\lambda}_z = \sqrt{N_{pl, Rd} / N_{cr, z}}$$

Für die Berechnung der Verzweigungslasten ist für die Länge  $L_y$  und  $L_z$  im allgemeinen die Einzelstablänge  $L$  zu verwenden. Bei einem Einzelstab mit dazwischenliegenden Abstützungen, die nur in einer Richtung wirken, sind die entsprechenden Abstände der Abstützungen für diese Richtung zu verwenden (Bild 10). So kann zum Beispiel Biegeknicken um die starke Achse berechnet werden, wenn  $L_z$  praktisch Null gesetzt wird. Biegeknicken um die schwache Achse ergibt sich, wenn  $L_y$  praktisch Null gesetzt wird. Zwischenabstützungen, die nur in einer Richtung wirken, können also mit denselben Gleichungen durch entsprechende Verwendung von  $L_y$  und  $L_z$  näherungsweise behandelt werden.

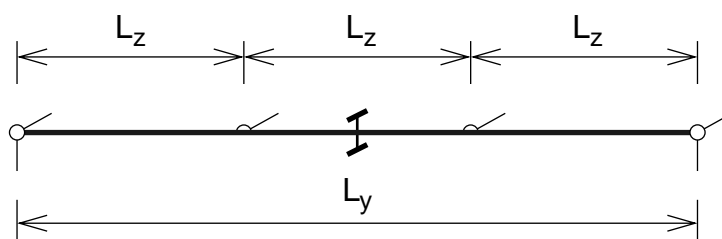


Bild 10. Längen  $L_y$  und  $L_z$  beim Einzelstab mit zwischenliegenden Abstützungen

$$N_{cr,y} = (\pi^2 \cdot EI_y) / L_y^2$$

$$N_{cr,z} = (\pi^2 \cdot EI_z) / L_z^2$$
(34)

Für die Berechnung des Grundwertes der Ersatzimperfection gilt dieselbe Festlegung für die Längen wie für die Verzweigungslast. Wenn in bestimmten Abständen Abstützungen in einer Richtung vorhanden sind, so ist für die Stablänge  $L_y$  beziehungsweise  $L_z$  der entsprechende Abstand anzunehmen, denn der Stab der Vorkrümmung wird sinnvollerweise auf den Abstand der Abstützungen bezogen.

Tab. 3. Grundwert der Ersatzimperfection

Querschnitt	$e_{z,0}$	$e_{y,0}$
warmgefertigte Hohlquerschnitte	$L_y/300$	$L_z/300$
kaltgefertigte Hohlquerschnitte	$L_y/250$	$L_z/250$
gewalzte I-Querschnitte $h/b > 1.2$ und $t \leq 40$ mm	$L_y/300$	$L_z/250$
gewalzte I-Querschnitte $h/b \leq 1.2$ oder $t > 40$ mm	$L_y/250$	$L_z/200$
geschweißte I-Querschnitte $t \leq 40$ mm	$L_y/250$	$L_z/200$
geschweißte I-Querschnitte $t > 40$ mm	$L_y/200$	$L_z/150$

*Anmerkung:* Die Berechnung der Schnittkräfte für den vorgekrümmten Einzelstab könnte statt der Verwendung des Momentenerhöhungsfaktors für die Theorie 2. Ordnung auch direkt mit einem Programm erfolgen. Für die modifizierte Ersatzimperfection ist auch eine andere Festlegung, als die hier gezeigte, vorstellbar. Der Querschnittsnachweis im Bereich der Stabmitte könnte statt mit den äquivalenten Momenten auch EDV-mäßig in entsprechend engen Abständen entlang des Stabes mit den zugehörigen tatsächlichen Schnittkräften erfolgen. Wesentlich ist, daß die Schnittkräfte des imperfekten Stabes möglichst realitätsnah ermittelt werden und mit diesen Schnittkräften die Beanspruchbarkeit des maßgebenden Querschnitts nachgewiesen wird.

## Beanspruchbarkeit der Querschnitte

Mit den ermittelten Schnittkräften an den Stabenden und im Bereich der Stabmitte wird die Beanspruchbarkeit der Querschnitte berechnet. Wenn die maßgebende Kombination der Schnittkräfte eindeutig erkannt werden kann, ist natürlich nur an dieser Stelle der Querschnittsnachweis zu führen. In der vorliegenden Arbeit erfolgte der Vergleich und die Abstimmung mit den Traglastanalysen mit den Interaktionsgleichungen nach Eurocode 3 für die Beanspruchbarkeit der Querschnitte. Grundsätzlich könnten aber auch andere Interaktionsgleichungen verwendet werden, wenn sie ähnliche Ergebnisse liefern.

**Querschnitte der Klasse 1 und Klasse 2:** Für Querschnitte der Klasse 1 und Klasse 2 ist nach Eurocode 3 Gl. (35) zu verwenden. Die Interaktionsgleichung beschreibt näherungsweise die tatsächliche Beanspruchbarkeit des Querschnitts. Im Abschnitt "Beanspruchbarkeit der Querschnitte" auf Seite 63 sind in Interaktionsdiagrammen für einige Querschnitte die Traglasten nach Gl. (35) den tatsächlichen Beanspruchbarkeiten gegenübergestellt.

$$\left( \frac{M_{y, Sd}}{M_{Ny, Rd}} \right)^{\alpha_y} + \left( \frac{M_{z, Sd}}{M_{Nz, Rd}} \right)^{\alpha_z} \leq 1 \quad (35)$$

**I-Querschnitte:** Die Näherung darf für gewalzte und geschweißte I-Querschnitte mit gleichen Flanschen und ohne Schraubenlöcher verwendet werden.

$$M_{Ny, Rd} = M_{pl, y, Rd} \cdot \frac{(1-n)}{(1-0.5a)} \leq M_{pl, y, Rd} \quad (36)$$

für  $n \leq a$  gilt:

$$M_{Nz, Rd} = M_{pl, z, Rd} \quad (37)$$

für  $n > a$  gilt:

$$M_{Nz, Rd} = M_{pl, z, Rd} \left[ 1 - \left( \frac{n-a}{1-a} \right)^2 \right] \quad (38)$$

$$n = N_{Sd} / N_{pl, Rd}$$

$$a = (A - 2bt_f) / A \leq 0.5 \quad (39)$$

$$\alpha_y = 2$$

$$\alpha_z = 5n \geq 1$$

**Rechteckhohlprofile:** Die Näherung darf für Rechteckhohlprofile und geschweißte Kasten-träger mit konstanter Wanddicke und ohne Schraubenlöcher verwendet werden.

$$M_{N_y, Rd} = M_{pl, y, Rd} \cdot \frac{(1 - n)}{(1 - 0.5a_w)} \leq M_{pl, y, Rd} \quad (40)$$

$$M_{N_z, Rd} = M_{pl, z, Rd} \cdot \frac{(1 - n)}{(1 - 0.5a_f)} \leq M_{pl, z, Rd}$$

$$n = N_{Sd} / N_{pl, Rd}$$

$$a_w = (A - 2bt_f) / A \leq 0.5$$

$$a_f = (A - 2ht_w) / A \leq 0.5 \quad (41)$$

$$\alpha_y = \alpha_z = 1.66 / (1 - 1.13n^2) \leq 6$$

**Rundrohre:** Die Näherung darf für Rundrohre mit konstanter Wanddicke und ohne Schrau-benlöcher verwendet werden.

$$M_{N, Rd} = 1.04 \cdot M_{pl, Rd} \cdot (1 - n^{1.7}) \leq M_{pl, Rd} \quad (42)$$

$$\alpha = 2 \quad (43)$$

Bei Anwendung der für die Handrechnungen einfacheren linearen Gl. (44) für Querschnitte der Klasse 1 oder Klasse 2 ist ein bedeutender Vorteil des Bemessungsvorschlages gegenüber der Bemessungsregel nach Eurocode 3 nicht mehr gegeben. Die damit errechneten Traglasten liegen zum Teil erheblich auf der sicheren Seite. Die Anwendung von Gl. (44) wird daher für Querschnitte der Klasse 1 und Klasse 2 nicht empfohlen. Der Bemessungsvorschlag ermög-licht für Querschnitte der Klasse 1 und Klasse 2 also nur in Verbindung mit Gl. (35) gute Ergebnisse im gesamten Parameterbereich.

$$\frac{N_{Sd}}{N_{pl, Rd}} + \frac{M_{y, Sd}}{M_{pl, y, Rd}} + \frac{M_{z, Sd}}{M_{pl, z, Rd}} \leq 1 \quad (44)$$

**Querschnitte der Klasse 3:** Für Querschnitte der Klasse 3 gibt der Eurocode 3 die lineare Gl. (45) an. Bei Verwendung dieser Interaktionsgleichung kann der Bemessungsvorschlag auch für Querschnitte der Klasse 3 verwendet werden. Bei zentrischem Druck ergeben sich beim Bemessungsvorschlag damit im Vergleich zu Querschnitten der Klasse 1 und Klasse 2 geringere Traglasten, weil ein zentrisch gedrückter Stab infolge der Imperfektionen auch durch

Momente beansprucht wird. Nach Eurocode 3 werden für Querschnitte der Klasse 1 und Klasse 3 gleich hohe Traglasten errechnet, weil dieselben Knickspannungslinien verwendet werden. Der Bemessungsvorschlag liefert für Querschnitte der Klasse 3 in diesem Fall plausible Traglasten als das Nachweiskonzept nach Eurocode 3.

$$\frac{N_{Sd}}{A \cdot f_{yd}} + \frac{M_{y, Sd}}{W_{el, y} \cdot f_{yd}} + \frac{M_{z, Sd}}{W_{el, z} \cdot f_{yd}} \leq 1 \quad (45)$$

## Sonderfall Einzelstab mit zentrischem Druck

Die Europäischen Knickspannungslinien wurden für Stäbe mit kompakten Querschnitten bei zentrischem Druck entwickelt. Die Übereinstimmung der Knickspannungslinien mit Traglastanalysen ist sehr gut. Die Traglast des zentrisch gedrückten Stabes sollte daher auch mit dem Bemessungsvorschlag gut wiedergegeben werden. Die Anpassung der beiden verschiedenen Konzepte kann beim Bemessungsvorschlag über die modifizierte Ersatzimperfection erfolgen.

*Frage:* Wie muß die Ersatzimperfection formuliert werden, damit nach dem Bemessungsvorschlag und dem Nachweis nach Eurocode 3 mit den Europäischen Knickspannungslinien für den zentrisch gedrückten Stab dieselben Traglasten erhalten werden ?

Im folgenden werden Überlegungen zur Festlegung der Ersatzimperfection für den zentrisch gedrückten Stab angestellt. Der Nachweis nach Eurocode 3 für den zentrisch gedrückten Stab erfolgt mit Gl. (46). Die Druckkraft für den Grenzzustand der Tragfähigkeit beträgt damit  $N_u = \kappa \cdot N_{pl,Rd}$  mit dem Abminderungsfaktor nach den Europäischen Knickspannungslinien.

$$\frac{N_{Sd}}{\kappa \cdot N_{pl,Rd}} \leq 1 \quad (46)$$

Die modifizierte Ersatzimperfection soll nun so gewählt werden, daß mit der Druckkraft nach den Knickspannungslinien der Grenzzustand der Tragfähigkeit beim Bemessungsvorschlag erreicht wird. Die Schnittkräfte ergeben sich nach Gl. (47). Die Ersatzimperfectionen  $e_y$  und  $e_z$  sind in dieser Gleichung die Unbekannten.

$$\begin{aligned} N_{Sd} &= \kappa \cdot N_{pl,Rd} \\ M_{y,Sd,II} &= \frac{N_{Sd} \cdot e_z}{1 - N_{Sd}/N_{cr,y}} \\ M_{z,Sd,II} &= \frac{N_{Sd} \cdot e_y}{1 - N_{Sd}/N_{cr,z}} \end{aligned} \quad (47)$$

Beim Bemessungsvorschlag wird die Interaktionsformel nach Eurocode 3 für die Beanspruchbarkeit der Querschnitte verwendet. Durch Einsetzen der Schnittkräfte in Gl. (48) können theoretisch die Ersatzimperfectionen ermittelt werden. Eine einfache Formel für die Ersatzimperfectionen kann daraus aber nicht abgeleitet werden.

$$\left( \frac{M_{y,Sd,II}}{M_{Ny,Rd}} \right)^{\alpha_y} + \left( \frac{M_{z,Sd,II}}{M_{Nz,Rd}} \right)^{\alpha_z} = 1 \quad (48)$$



Daher wird zur Demonstration die lineare Gl. (49) für die Beanspruchbarkeit des Querschnitts verwendet. Als weitere Vereinfachung wird die Vorkrümmung nur in einer Richtung angesetzt. Durch Einsetzen der Schnittkräfte in die lineare Interaktionsformel ergibt sich Gl. (50).

$$\frac{N_{Sd}}{N_{pl, Rd}} + \frac{M_{y, Sd, II}}{M_{pl, y, Rd}} + \frac{M_{z, Sd, II}}{M_{pl, z, Rd}} \leq 1 \quad (49)$$

$$\kappa + \frac{\kappa \cdot N_{pl, Rd} \cdot e}{(1 - \kappa \cdot \bar{\lambda}^{-2}) M_{pl, Rd}} \leq 1 \quad (50)$$

Wenn für den zentrisch gedrückten Stab nach Theorie 2. Ordnung die gleiche Traglast erhalten werden soll wie nach Eurocode 3, ist die Vorkrümmung in einer Richtung nach Gl. (51) anzusetzen. Es wird aber noch einmal darauf hingewiesen, daß die lineare Interaktion für die Beanspruchbarkeit des Querschnitts verwendet wurde, um eine einfache explizite Lösung für die Vorkrümmung angeben zu können. Durch Verwendung der linearen Interaktion geht jedoch der wesentliche Vorteil des Bemessungsvorschlags verloren. Weiters ist bei Verwendung dieser hergeleiteten Vorkrümmung nur für den Stab mit zentrischem Druck eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Traglastanalysen vorhanden. Bei Druck und zweiachsiger Biegung sind wieder größere Abweichungen zu erwarten.

$$e = \frac{1}{\kappa} (1 - \kappa) (1 - \kappa \cdot \bar{\lambda}^{-2}) \frac{W_{pl}}{A} \quad (51)$$

Eine graphische Auswertung für diese Vorkrümmung ist in [29] für einige Querschnitte dargestellt. Der Zusammenhang der Vorkrümmung mit dem Abminderungsfaktor der Europäischen Knickspannungslinien ist weiters in [37] [39] [40] zu finden.

Im Eurocode 3 ist bei Verwendung der linearen Interaktion die Vorkrümmung nach Gl. (52) zu verwenden. Nach Untersuchungen von Rondal und Maquoi wird mit diesem Ansatz eine gute Übereinstimmung mit den Knickspannungslinien erreicht.

$$e = \alpha (\bar{\lambda} - 0.2) k_{\gamma} \frac{W_{pl}}{A} \quad (52)$$

Für den Stab mit Druck und zweiachsiger Biegung schien der analytische Zugang zur Festlegung einer Ersatzimperfection nicht praktikabel zu sein. Die modifizierte Ersatzimperfection für den Bemessungsvorschlag nach Gl. (29) wurde daher durch eine Anpassung an die Ergebnisse der Parameterstudie ermittelt. Der Stab mit zentrischem Druck wird damit allerdings etwas schlechter wiedergegeben als mit den Europäischen Knickspannungslinien. Die gesamte Form der Interaktionsfläche  $N$ - $M_y$ - $M_z$  ist im untersuchten Parameterbereich aber mit der modifizierten Ersatzimperfection im Vergleich mit den Traglastanalysen gut dargestellt.

### Beispiel "Einzelstab mit Druck und zweiachsiger Biegung"

Ein Einzelstab mit Druck und zweiachsiger Biegung, zum Beispiel eine Pfette als Teil in einem Dachverband, soll mit dem Bemessungsvorschlag nachgewiesen werden (Bild 11). An den Stabenden ist eine Gabelagerung vorhanden. Biegeknicken kann in beiden Richtungen quer zur Stabachse auftreten. Biegedrillknicken wird in diesem Beispiel ausgeschlossen. Die Querschnittswerte können der Tab. 6 auf Seite 75 entnommen werden.

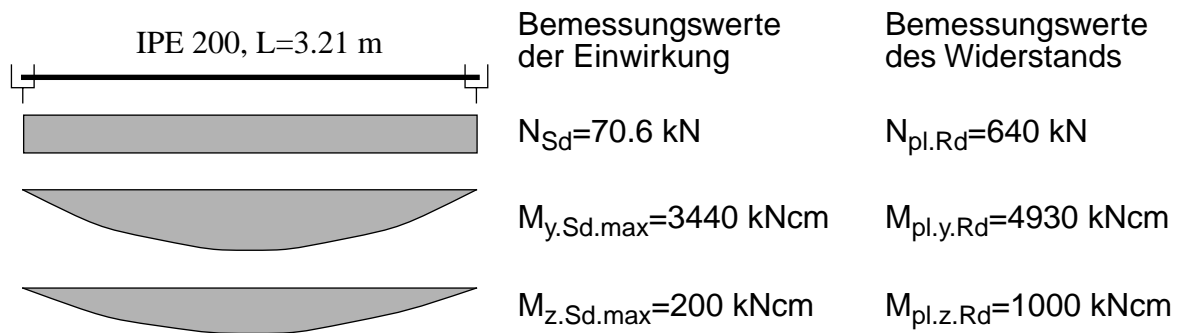


Bild 11. Bemessungsbeispiel für einen Einzelstab mit Druck und Biegung

**Bemessungsvorschlag:** Der maßgebende Querschnitt liegt im Bereich der Stabmitte.

$$\begin{aligned}
 N_{cr,y} &= \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 1845}{321^2} = 3710 & \bar{\lambda}_y &= \sqrt{\frac{640}{3710}} = 0.415 \\
 N_{cr,z} &= \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 142}{321^2} = 285 & \bar{\lambda}_z &= \sqrt{\frac{640}{285}} = 1.50
 \end{aligned}
 \tag{53}$$

Mit den bezogenen Schlankheiten, den Schnittkräften und den Grundwerten der Ersatzimperfektion (Tab. 3 auf Seite 32) wird die modifizierte Ersatzimperfektion berechnet.

$$\begin{aligned}
 e_{z,0} &= 321/300 = 1.07 \\
 e_{y,0} &= 321/250 = 1.28 \\
 M_{y,Sd,l} &= 0.95 \cdot 3440 + 70.6 \cdot 1.07 = 3340 \\
 M_{z,Sd,l} &= 0.95 \cdot 200 + 70.6 \cdot 1.28 = 280 \\
 c &= \frac{1}{2} + 5 \left[ 0.415 \left( \frac{3340}{4930} \right)^2 + 1.50 \left( \frac{280}{1000} \right)^2 \right] = 2.04 \\
 e_z &= 2.04 \cdot 1.07 = 2.18 \\
 e_y &= 2.04 \cdot 1.28 = 2.61
 \end{aligned}
 \tag{54}$$

Mit den Momentenerhöhungsfaktoren können die Schnittkräfte nach Theorie 2. Ordnung am imperfekten Stab für den Querschnittsnachweis im Bereich der Stabmitte berechnet werden.

$$N_{Sd} = 70.6$$

$$M_{y, Sd, II} = (0.95 \cdot 3440 + 70.6 \cdot 2.18) \frac{1}{1 - 70.6/3710} = 3490 \geq 3440 \quad (55)$$

$$M_{z, Sd, II} = (0.95 \cdot 200 + 70.6 \cdot 2.61) \frac{1}{1 - 70.6/285} = 498 \geq 200$$

Die Abminderungen der gegebenen Momente durch die Momentenbeiwerte  $C_M=0.95$  sind geringer, als die Erhöhungen der Momente durch die Effekte aus Imperfektionen und Theorie 2. Ordnung. Andernfalls müßte ein allgemeiner Querschnittsnachweis in Stabmitte mit den gegebenen Schnittkräften geführt werden. Dies kann bei Stäben mit einer sehr geringen Schlankheit der Fall sein.

Die Beanspruchbarkeit des Querschnitts wird mit Gl. (35) nach Eurocode 3 geführt.

$$\begin{aligned} n &= \frac{70.6}{640} = 0.110 & M_{Ny, Rd} &= 4930 \frac{1 - 0.110}{1 - 0.5 \cdot 0.375} > 4930 \\ a &= \frac{27.2 - 2 \cdot 10.0 \cdot 0.85}{27.2} = 0.375 & M_{Nz, Rd} &= 1000 \end{aligned} \quad (56)$$

$$\left(\frac{3490}{4930}\right)^2 + \left(\frac{498}{1000}\right)^1 = 0.501 + 0.498 = 1.00 \leq 1.00 \quad (57)$$

In diesem Beispiel ist nach dem Bemessungsvorschlag der Nachweis erfüllt. Die Traglastanalyse liefert praktisch das gleiche Ergebnis (Bild 94 auf Seite 120).

**Eurocode 3:** Zum Vergleich wird im folgenden der Nachweis nach Eurocode 3 gezeigt. Nach diesem Konzept werden die Querschnittsnachweise und Bauteilnachweise getrennt geführt.

Beanspruchbarkeit des Querschnitts

$$\frac{70.6}{640} + \frac{3440}{4930} + \frac{200}{1000} = 0.110 + 0.698 + 0.200 = 1.01 > 1.00 \quad (58)$$

Der Querschnittsnachweis in Stabmitte wird mit der linearen Interaktionsgleichung für die Beanspruchbarkeit des Querschnitts nicht eingehalten. Deshalb wird im folgenden der genauere Querschnittsnachweis mit den bereits errechneten Daten von Gl. (56) geführt.

$$\left(\frac{3440}{4930}\right)^2 + \left(\frac{200}{1000}\right)^1 = 0.487 + 0.200 = 0.69 \leq 1.00 \quad (59)$$

Biegeknicknachweis für Druck und zweiachsige Biegung.

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_y &= 0.415 \\ \bar{\lambda}_z &= 1.50 \\ \kappa_y &= 0.949 \\ \kappa_z &= 0.342 \\ \mu_y &= 0.415(2 \cdot 1.3 - 4) + \frac{210 - 185}{185} = -0.446 \\ \mu_z &= 1.50(2 \cdot 1.3 - 4) + \frac{42.5 - 28.4}{28.4} = -1.60 \\ k_y &= 1 + 0.446 \frac{70.6}{0.949 \cdot 640} = 1.05 \\ k_z &= 1 + 1.60 \frac{70.6}{0.342 \cdot 640} > 1.50 \end{aligned} \quad (60)$$

Der Ausnutzungsgrad kann damit für die gegebene Belastung berechnet werden.

$$\frac{70.6}{0.342 \cdot 640} + 1.05 \cdot \frac{3440}{4930} + 1.50 \cdot \frac{200}{1000} = 0.323 + 0.733 + 0.300 = 1.36 > 1.00 \quad (61)$$

Der Nachweis nach Eurocode 3 ist nicht eingehalten. Die gegebene Belastung müßte etwa um den Faktor  $1/1.36=0.74$  kleiner sein, oder es müßte für die gegebene Belastung ein stärkerer Querschnitt gewählt werden. Die Traglast nach Eurocode 3 wäre im Vergleich zur Traglastanalyse (GMNIA) damit etwa um 26% geringer. Der Nachweis nach Eurocode 3 liegt in diesem Fall also bedeutend auf der sicheren Seite.

**ÖNorm B4600:** Die Bemessungsregel nach ÖNorm B4600 ergibt bei einem angenommenen Sicherheitsfaktor  $\gamma_M \cdot \gamma_F = 1.5$  folgenden Nachweis.

$$\lambda = 321/2.28 = 141 \rightarrow \sigma_{k, \text{zul}} = 5.0 \quad (62)$$

$$\frac{16.5}{5.0} \cdot \frac{70.6/1.5}{27.2} + 0.9 \cdot \frac{3440/1.5}{185} + 0.9 \cdot \frac{200/1.5}{28.4} = 5.7 + 11.2 + 4.2 = 21.1 > 16.5 \quad (63)$$

Auch nach ÖNorm B4600 ist für die gegebene Belastung der Nachweis nicht eingehalten. Die gegebene Belastung müßte um den Faktor  $16.5/21.1=0.78$  kleiner sein, oder es müßte für die gegebene Belastung ein stärkerer Querschnitt gewählt werden.

Der Bemessungsvorschlag erfordert im Vergleich zur ÖNorm B4600 einen hohen Rechenaufwand. Dem gegenüber steht aber eine wirklichkeitsnahe Beurteilung der Traglast und in diesem Fall auch eine wirtschaftliche Auslegung des Stabes.

*Anmerkung:* Die Querschnittswerte in diesem Beispiel wurden für einen Querschnitt IPE 200 ohne Berücksichtigung der Flanschausrundung berechnet. Weiters wurden die charakteristischen Festigkeitswerte mit  $\gamma_M=1.0$  verwendet, um eine direkte Einordnung in die Interaktionsdiagramme der Parameterstudie zu ermöglichen.

### Beispiel "Einzelstab mit Druck und einachsiger Biegung"

Ein Einzelstab mit Druck und einachsiger Biegung soll mit dem Bemessungsvorschlag nachgewiesen werden (Bild 12). An den Stabenden ist eine Gabel Lagerung vorhanden. Biegeknicken kann in beiden Richtungen quer zur Stabachse auftreten. Biegedrillknicken wird in diesem Beispiel ausgeschlossen. Die Querschnittswerte können der Tab. 6 auf Seite 75 entnommen werden.

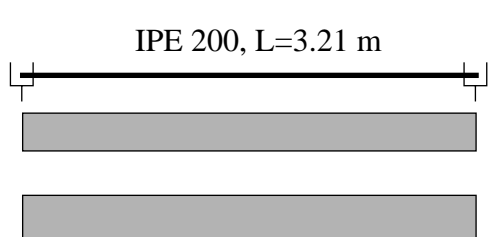
 <p style="text-align: center;">IPE 200, L=3.21 m</p>	<p><b>Bemessungswerte der Einwirkung</b></p> <p><math>N_{Sd}=176 \text{ kN}</math></p> <p><math>M_{y,Sd,max}=2040 \text{ kNcm}</math></p>	<p><b>Bemessungswerte des Widerstands</b></p> <p><math>N_{pl,Rd}=640 \text{ kN}</math></p> <p><math>M_{pl,y,Rd}=4930 \text{ kNcm}</math></p> <p><math>M_{pl,z,Rd}=1000 \text{ kNcm}</math></p>
--	---	--

Bild 12. Bemessungsbeispiel für einen Einzelstab mit Druck und Biegung

**Bemessungsvorschlag:** Der maßgebende Querschnitt liegt im Bereich der Stabmitte.

$$\begin{aligned}
 N_{cr,y} &= \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 1845}{321^2} = 3710 & \bar{\lambda}_y &= \sqrt{\frac{640}{3710}} = 0.415 \\
 N_{cr,z} &= \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 142}{321^2} = 285 & \bar{\lambda}_z &= \sqrt{\frac{640}{285}} = 1.50
 \end{aligned}
 \tag{64}$$

Mit den bezogenen Schlankheiten, den Schnittkräften und den Grundwerten der Ersatzimperfektion (Tab. 3 auf Seite 32) wird die modifizierte Ersatzimperfektion berechnet.

$$\begin{aligned}
 e_{z,0} &= 321/300 = 1.07 \\
 e_{y,0} &= 321/250 = 1.28 \\
 M_{y,Sd,l} &= 2040 + 176 \cdot 1.07 = 2230 \\
 M_{z,Sd,l} &= 176 \cdot 1.28 = 225 \\
 c &= \frac{1}{2} + 5 \left[ 0.415 \left( \frac{2230}{4930} \right)^2 + 1.50 \left( \frac{225}{1000} \right)^2 \right] = 1.30 \\
 e_z &= 1.30 \cdot 1.07 = 1.39 \\
 e_y &= 1.30 \cdot 1.28 = 1.66
 \end{aligned}
 \tag{65}$$

Mit den Momentenerhöhungsfaktoren können die Schnittkräfte nach Theorie 2. Ordnung am imperfekten Stab für den Querschnittsnachweis im Bereich der Stabmitte berechnet werden.

$$\begin{aligned}
 N_{Sd} &= 176 \\
 M_{y, Sd, II} &= (2040 + 176 \cdot 1.39) \frac{1}{1 - 176/3710} = 2400 \\
 M_{z, Sd, II} &= 176 \cdot 1.66 \frac{1}{1 - 176/285} = 764
 \end{aligned} \tag{66}$$

Die Beanspruchbarkeit des Querschnitts wird mit Gl. (35) nach Eurocode 3 geführt.

$$\begin{aligned}
 n &= \frac{176}{640} = 0.275 & M_{N_y, Rd} &= 4930 \frac{1 - 0.275}{1 - 0.5 \cdot 0.375} = 4400 \\
 a &= \frac{27.2 - 2 \cdot 10.0 \cdot 0.85}{27.2} = 0.375 & M_{N_z, Rd} &= 1000
 \end{aligned} \tag{67}$$

$$\left( \frac{2400}{4400} \right)^2 + \left( \frac{764}{1000} \right)^{1.375} = 0.298 + 0.691 = 0.99 \leq 1.00 \tag{68}$$

In diesem Beispiel ist nach dem Bemessungsvorschlag der Nachweis für die gegebene Belastung gerade erfüllt. Nach der Traglastanalyse (GMNIA) kann eine um etwa 3% höhere Belastung aufgenommen werden (Bild 89 auf Seite 118). Der Bemessungsvorschlag liegt also geringfügig auf der sicheren Seite.

**Eurocode 3:** Zum Vergleich wird im folgenden der Nachweis nach Eurocode 3 für die gegebene Belastung geführt. Der Nachweis für die Beanspruchbarkeit des Querschnitts ist eingehalten. Der Biegeknicknachweis für Druck und Biegung lautet wie folgt.

$$\begin{aligned}
 \bar{\lambda}_y &= 0.415 \\
 \bar{\lambda}_z &= 1.50 \\
 \kappa_y &= 0.949 \\
 \kappa_z &= 0.342 \\
 \mu_y &= 0.415(2 \cdot 1.1 - 4) + \frac{210 - 185}{185} = -0.612 \\
 k_y &= 1 + 0.612 \frac{176}{0.949 \cdot 640} = 1.18
 \end{aligned} \tag{69}$$

Der Ausnutzungsgrad kann damit für die gegebene Belastung berechnet werden.

$$\frac{176}{0.342 \cdot 640} + 1.18 \cdot \frac{2040}{4930} = 0.804 + 0.488 = 1.29 > 1.00 \quad (70)$$

Der Nachweis nach Eurocode 3 ist nicht eingehalten. Die gegebene Belastung müßte etwa um den Faktor  $1/1.29=0.78$  kleiner sein, oder es müßte für die gegebene Belastung ein stärkerer Querschnitt gewählt werden. Der Nachweis nach Eurocode 3 liegt also in diesem Fall im Vergleich zur Traglastanalyse bedeutend auf der sicheren Seite.

**DIN 18800:** Zum Vergleich wird im folgenden der Nachweis nach DIN 18800 mit dem Konzept für Druck und einachsige Biegung geführt. Von Gl. (69) werden bereits berechnete Daten übernommen.

Biegeknicknachweis um die starke Achse.

$$\frac{176}{0.949 \cdot 640} + 1.18 \cdot \frac{2040}{4930} = 0.290 + 0.488 = 0.78 \leq 1.00 \quad (71)$$

Biegeknicknachweis um die schwache Achse.

$$\frac{176}{0.342 \cdot 640} = 0.80 \leq 1.00 \quad (72)$$

Der Nachweis nach DIN 18800 ist eingehalten. Die gegebene Belastung könnte etwa um den Faktor  $1/0.80=1.25$  größer sein. Diese Traglast nach DIN 18800 wäre aber im Vergleich zur Traglastanalyse (GMNIA) etwa um 22% größer. Der Nachweis nach DIN 18800 ist in diesem Fall also bedeutend auf der unsicheren Seite.

**ÖNorm B4600:** Die Bemessungsregel nach ÖNorm B4600 ergibt bei einem angenommenen Sicherheitsfaktor  $\gamma_M \cdot \gamma_F = 1.5$  folgenden Nachweis.

Biegeknicken um die starke Achse

$$\lambda_y = 321/8.23 = 39 \rightarrow \sigma_{k,y,zul} = 14.8 \quad (73)$$

$$\frac{16.5}{14.8} \cdot \frac{176/1.5}{27.2} + 0.9 \cdot \frac{2040/1.5}{185} = 4.8 + 6.6 = 11.4 \leq 16.5 \quad (74)$$

Biegeknicken um die schwache Achse



$$\lambda_z = 321/2.28 = 141 \rightarrow \sigma_{k,z,zul} = 5.0 \quad (75)$$

$$\frac{16.5}{5.0} \cdot \frac{176/1.5}{27.2} = 14.2 \leq 16.5 \quad (76)$$

Nach ÖNorm B4600 ist für die gegebene Belastung der Nachweis eingehalten. Die gegebene Belastung könnte um den Faktor  $16.5/14.2=1.16$  größer sein. Diese Traglast nach ÖNorm B4600 wäre aber im Vergleich zur Traglastanalyse (GMNIA) etwa um 13% größer. Der Nachweis nach ÖNorm B4600 ist in diesem Fall also, wie auch der Nachweis nach DIN 18800, auf der unsicheren Seite.

*Anmerkung:* Die Querschnittswerte in diesem Beispiel wurden für einen Querschnitt IPE 200 ohne Berücksichtigung der Flanschausrundung berechnet. Weiters wurden die charakteristischen Festigkeitswerte mit  $\gamma_M=1.0$  verwendet, um eine direkte Einordnung in die Interaktionsdiagramme der Parameterstudie zu ermöglichen.

## 2.2 Diskussion des Bemessungsvorschlags

Im folgenden werden die einzelnen Fragen der “Problemstellung” auf Seite 16 kurz diskutiert. Die Antworten wurden durch die graphische Gegenüberstellung der Traglasten der Traglastanalysen, Eurocode 3, DIN 18800 und dem Bemessungsvorschlag gefunden. Die Interaktionsdiagramme sind in “Parameterstudie” auf Seite 73 zusammengestellt.

Beim Bemessungsvorschlag wird nicht mehr zwischen dem Querschnittsnachweis und dem Bauteilnachweis unterschieden. Das grundlegende Konzept ist für beide Versagensarten gleich. Es werden die Schnittkräfte unter Berücksichtigung von Imperfektionen und dem Effekt der Theorie 2. Ordnung ermittelt. Mit diesen Schnittkräften wird die Beanspruchung des maßgebenden Querschnitts nachgewiesen. Auf diese Weise werden von vornherein viele in der Problemstellung erwähnten Diskrepanzen beseitigt.

### Biegeknicken bei Druck und einachsiger Biegung

*Frage:* Beim Konzept nach DIN 18800 hat das Moment  $M_y$  beim Biegeknicken um die schwache Achse  $z-z$  keinen Einfluß auf die Traglast. Entspricht das dem wirklichen Tragverhalten? Beschreibt das Bemessungskonzept nach Eurocode 3 oder DIN 18800 das tatsächliche Tragverhalten bei Druck und einachsiger Biegung besser?

*Antwort:* Das Konzept der DIN 18800 liegt zum Teil auf der unsicheren Seite, denn das Moment  $M_y$  hat auf das Biegeknicken um die schwache Achse sehr wohl einen Einfluß. Andererseits ergeben sich mit dem Nachweis nach Eurocode 3 in weiten Parameterbereichen erheblich zu geringe Traglasten. Es kann daher keinem der beiden Konzepte von vornherein der Vorzug gegeben werden.

Der Bemessungsvorschlag beschreibt das Tragverhalten bei Druck und einachsiger Biegung grundsätzlich richtig.

*Anmerkung:* Bei einer vom statischen Gesichtspunkt gesehen guten Konstruktion wird ein Stab derart abgestützt, daß sich um beide Achsen keine großen Unterschiede in den Schlankheiten ergeben. In diesem Fall sind die Abminderungsfaktoren  $\kappa_y$  und  $\kappa_z$  nicht sehr unterschiedlich und der Nachweis nach DIN 18800 und nach Eurocode 3 liefern ähnliche Traglasten. Die Regelung nach DIN 18800 für das Biegeknicken bei Druck und einachsiger Biegung hat daher in diesen Fällen keine große Bedeutung.

### Biegeknicken bei Druck und zweiachsiger Biegung

*Frage:* Wie gut ist die Übereinstimmung der Traglasten nach Eurocode 3 mit nichtlinearen Traglastanalysen für einen baupraktisch üblichen Parameterbereich bei Biegeknicken? Für welche Bereiche ist eine gute Übereinstimmung gegeben und für welche Bereiche ist eventuell eine Modifizierung der Nachweismethode anzustreben?

*Antwort:* Der Sonderfall zentrischer Druck wird durch die Europäischen Knickspannungslinien sehr gut wiedergegeben. Die Form der Interaktionsflächen  $N-M_y-M_z$  und damit das Tragverhalten bei Druck und zweiachsiger Biegung wird nach Eurocode 3 hingegen zum Teil relativ schlecht für Querschnitte der Klasse 1 und Klasse 2 wiedergegeben. Für große Parameterbereiche werden wesentlich geringere Traglasten ermittelt als mit den Traglastanalysen. Dies gilt vor allem bei einem bedeutenden Momentenanteil  $M_z$  und bei gewissen Momenten-

verlaufen. Die Bemessung ist in diesem Fall unwirtschaftlich. Andererseits ist für andere Parameterbereiche eine gute Übereinstimmung gegeben. Die tatsächliche Sicherheit ist damit nach Eurocode 3 ungleich verteilt.

Mit dem Bemessungsvorschlag wird im gesamten Parameterbereich die Form der Interaktionsflächen im wesentlichen gut repräsentiert. Die tatsächliche Sicherheit nach dem Bemessungsvorschlag ist daher im Vergleich zu den Traglastanalysen ausgewogen.

### **Biegeknicken bei einem kleinen Moment $M_z$**

*Frage:* Darf das Konzept nach DIN 18800 für Druck und einachsige Biegung bei einem zusätzlich vorhandenen kleinen Moment  $M_z$  angewendet werden? Wie stark ist der Abfall der Traglast bei einem zusätzlich vorhandenen kleinen Moment  $M_z$  im Vergleich zu Druck und einachsiger Biegung? Ist der Abfall der Traglast sprunghaft? Ist durch eine Modifikation der Nachweismethode eine Beseitigung der Unstetigkeit möglich?

*Antwort:* Nachdem für Druck und einachsige Biegung nach DIN 18800 bereits für manche Parameterbereiche zu hohe Traglasten erhalten werden, ergibt diese Nachweisform in diesen Fällen bei einer Vernachlässigung eines kleinen Moments  $M_z$  noch stärker auf der unsicheren Seite liegende Ergebnisse. Ein Grenzverhältnis  $M_z/M_{pl,z}$  kann daher nicht angegeben werden, bis zu dem das Konzept nach DIN 18800 für Druck und einachsige Biegung angewendet werden kann.

Die Nachweise nach DIN 18800 ergeben beim Übergang von Druck und einachsiger Biegung zu Druck und zweiachsiger Biegung einen Sprung, wenn größere Unterschiede der Schlankheiten um beide Achse vorhanden sind. In Wirklichkeit ist ein derartig steiler Abfall der Traglast nicht vorhanden. In Bild 4 auf Seite 17 sind für ein Beispiel die Interaktionsflächen nach DIN 18800 und den Traglastanalysen gegenübergestellt. Die dort ersichtliche Form der Interaktionsfläche gilt bezüglich dieser Problemstellung im wesentlichen auch für andere Parameterbereiche.

Mit dem Bemessungsvorschlag wird die Form der Interaktionsfläche und damit das Tragverhalten in diesem Bereich gut wiedergegeben.

### **Biegeknicken bei einer kleinen Normalkraft $N$**

*Frage:* Darf bei zweiachsiger Biegung mit einer kleinen Normalkraft der Biegeknickenachweis entfallen? Ist durch eine Modifikation des Nachweises eine Beseitigung der Unstetigkeit möglich?

*Antwort:* Die Festlegung einer Grenze, bis zu der die Normalkraft vernachlässigt werden darf, würde die Reserven in diesem Bereich infolge der auf der sicheren Seite liegenden Interaktionsgleichung nach Eurocode 3 beanspruchen. Diese Reserven sind jedoch ungleich verteilt. Eine Grenze müsste deshalb sehr aufwendig in Abhängigkeit vom Parameterbereich festgelegt werden. Dies ist praktisch nicht akzeptabel.

Beim Bemessungsvorschlag wird nicht zwischen dem Querschnittsnachweis und dem Bauteilnachweis getrennt. Damit ist eine kontinuierliche Interaktionsfläche in diesem Bereich vorhanden.

## **Biegeknicken bei einer kleinen Schlankheit**

*Frage:* Genügt bei einer kleinen Schlankheit der Querschnittsnachweis und darf der Biegeknicknachweis vernachlässigt werden? Wie klein muß in diesem Fall die Schlankheit sein? Ist durch eine Modifikation der Nachweismethode eine Beseitigung der Unstetigkeit möglich?

*Antwort:* Auch hier ist in Wirklichkeit ein kontinuierlicher Übergang in der Form der Interaktionsflächen gegeben. Eine Diskontinuität durch die Einführung einer Grenzschlankheit würde das tatsächliche Tragverhalten nicht richtig beschreiben. Die Festlegung einer Grenzschlankheit, bis zu der ein Biegeknicknachweis nach Eurocode 3 entfallen darf, scheint nicht zweckmäßig zu sein.

Beim Bemessungsvorschlag ist ein stetiger Verlauf der Interaktionsflächen vorhanden. Das Tragverhalten wird mit dem Bemessungsvorschlag gut wiedergegeben.

## **Maximale Momente $M_y$ und $M_z$ sind an verschiedenen Stellen**

*Frage:* Wie groß ist der Unterschied der Traglast für Lf B im Vergleich zu Lf C? Liegt bei Verwendung von zugehörigen Schnittgrößen der Biegeknicknachweis nach Eurocode 3 stets auf der sicheren Seite oder sind in bestimmten Parameterbereichen die Maximalwerte der Momente zu verwenden?

*Antwort:* Die Unterschiede bei den Traglasten zwischen Lf B und Lf C sind im Bereich geringer Normalkräfte bedeutend. Für den untersuchten Parameterbereich konnte gezeigt werden, daß zugehörige Schnittkräfte beim Biegeknicknachweis nach Eurocode 3 im allgemeinen verwendet werden können. Die Interaktionsflächen werden aber mit dem Bemessungsvorschlag für Biegeknicken auch in diesem Fall besser als nach Eurocode 3 wiedergegeben. Beim Biegedrillknicknachweis nach Eurocode 3 ergaben sich bei der Verwendung von zugehörigen Schnittkräften zum Teil auf der unsicheren Seite liegende Traglasten. Eine generelle Bestätigung für die Verwendung von zugehörigen Schnittkräften kann damit nicht gegeben werden.

## **Biegeknicken bei Stäben mit Querschnitten der Klasse 3**

*Frage:* Ist die Traglast bei zentrischem Druck für Querschnitte der Klasse 3 gleich hoch wie für Querschnitte der Klasse 1 oder Klasse 2?

*Antwort:* Die Knickspannungslinien wurden für Querschnitte der Klasse 1 und Klasse 2 entwickelt. Für Querschnitte der Klasse 3 wären eigene Knickspannungslinien zu definieren oder der Querschnitt müßte ähnlich einem Querschnitt der Klasse 4 durch entsprechende mitwirkende Breiten reduziert werden. Die Verwendung von mitwirkenden Breiten beim Querschnitt der Klasse 3 ist allerdings laut Definition nicht vorgesehen.

Nach dem Bemessungsvorschlag sind die Traglasten bei zentrischem Druck durch die Verwendung der linearen Interaktionsgleichung für Querschnitte der Klasse 3 bedeutend niedriger als für Querschnitte der Klasse 1. Die Verwendung der linearen Interaktionsgleichung ist konform mit der Definition eines Querschnitts der Klasse 3. Die Anwendung des Bemessungsvorschlages für Querschnitte der Klasse 3 ist also grundsätzlich richtig. Diskutiert werden kann noch darüber, ob die gleiche Ersatzimperfektion verwendet werden soll wie für Querschnitte der Klasse 1.

## Biegedrillknicken bei Druck und zweiachsiger Biegung

*Frage:* Wie gut ist die Übereinstimmung der Traglasten nach Eurocode 3 mit nichtlinearen Traglastanalysen für einen baupraktisch üblichen Parameterbereich beim Biegedrillknicken ?

*Antwort:* Die Interaktionsfläche N-M<sub>y</sub>-M<sub>z</sub> nach Eurocode 3 stimmt im Bereich mit einem kleinen Moment M<sub>z</sub> besser mit den Traglastanalysen überein als im Bereich mit einem großen Moment M<sub>z</sub>. Die Qualität der Übereinstimmung hängt auch bedeutend vom Momentenverlauf ab.

Mit dem Bemessungsvorschlag in der jetzigen Form kann Biegedrillknicken nicht berücksichtigt werden. Der Bemessungsvorschlag kann jedoch grundsätzlich zur Berücksichtigung von Biegedrillknicken erweitert werden. Diese Erweiterung ist eine vordringliche Aufgabe, wenn die praktische Anwendung des Bemessungsvorschlags angestrebt werden soll.

Eine näherungsweise Berücksichtigung des Biegedrillknickens im Bemessungsvorschlag könnte auch durch die Verwendung des Abminderungsfaktors  $\kappa_{LT}$  für Biegedrillknicken nach Eurocode 3 erfolgen. An Stelle von Gl. (35) wird Gl. (77) verwendet. Der Sonderfall der reinen Momentenbeanspruchung M<sub>y</sub> wird damit richtig erfaßt. Die Genauigkeit der Form der Interaktionsfläche im gesamten Parameterbereich wurde jedoch für diesen Vorschlag nicht überprüft.

$$\left( \frac{M_{y, Sd}}{\kappa_{LT} \cdot M_{Ny, Rd}} \right)^{\alpha_y} + \left( \frac{M_{z, Sd}}{M_{Nz, Rd}} \right)^{\alpha_z} \leq 1 \quad (77)$$

## 2.3 Tragwerke

Im allgemeinen ist kein Einzelstab sondern ein Tragwerk auszulegen. Die Berechnung der Beanspruchung eines Tragwerks, der Schnittkräfte, kann je nach der zu berücksichtigenden Effekte nach unterschiedlichen Methoden durchgeführt werden. Im folgenden wird ein allgemeiner Überblick gegeben.

- Elastizitätstheorie 1. Ordnung
- Elastizitätstheorie 2. Ordnung
- Fließgelenktheorie 1. Ordnung
- Fließgelenktheorie 2. Ordnung
- Geometrisch und materiell nichtlineare Traglastanalyse des imperfekten Systems (GMNIA)

In vielen Fällen werden elastische Tragwerksberechnungen und plastische Querschnittsnachweise durchgeführt. Diese Berechnungsart wird in der Literatur als Verfahren EP bezeichnet. Dieses Verfahren nutzt die plastischen Querschnittsreserven und ist im Vergleich zum Verfahren PP noch relativ einfach anzuwenden. Eventuell vorhandene Systemreserven werden nicht genutzt.

Für die Berechnung des Tragwerks bezüglich der Stabilität ist folgende Einteilung von Bedeutung.

- Tragwerke ohne Effekt der Theorie 2. Ordnung
- Tragwerke mit Effekt der Theorie 2. Ordnung

Bei Tragwerken ohne einen Effekt der Theorie 2. Ordnung können die Schnittkräfte nach Theorie 1. Ordnung berechnet werden. Mit den Schnittkräften werden an den maßgebenden Stellen Querschnittsnachweise geführt. Bauteilnachweise sind nicht nötig. Der seitlich gestützte Durchlaufträger ist ein Beispiel dafür. Aber auch bei verschieblichen Rahmen mit sehr hohen Horizontalbelastungen und damit sehr gedrunenen Stäben ist eventuell eine Schnittkraftberechnung nach Theorie 1. Ordnung mit Querschnittsnachweisen ausreichend. Zum Beispiel trifft das in Japan bei manchen verschieblichen Rahmen aufgrund der großen horizontalen Erdbebenkräfte zu. Dadurch ergeben sich Stützen mit einer geringen Schlankheit. Die zusätzlichen Schnittkräfte infolge der horizontalen Verschiebungen und der Normalkräfte können vernachlässigt werden (P- $\Delta$  Effekt). Eine Berechnung nach Theorie 2. Ordnung ist daher in der Tragwerksebene nicht nötig. Die geringen Schlankheiten der Stäbe erfordern auch keine Betrachtung der Stabvorkrümmungen (P- $\delta$  Effekt).

Bei Tragwerken mit einem Effekt der Theorie 2. Ordnung kann der Stabilitätsnachweis grundsätzlich auf zwei Arten erfolgen.

- Die Bauteilnachweise werden nach dem Ersatzstabverfahren mit Systemknicklängen und Schnittkräften nach Theorie 1. Ordnung geführt. Beim Ersatzstabverfahren wird der Effekt der Theorie 2. Ordnung indirekt durch eine entsprechende Systemknicklänge berücksichtigt. Die Berechnung der Systemknicklänge beruht auf der elastischen Verzweigungstheorie. Das Tragwerk mit der gegebenen Geometrie, den Randbedingungen und der Belastung wird auf einen Ersatzstab zurückgeführt. Der Ersatzstab wird dann mit den Knickspannungslinien bemessen. Der Vorteil dieses Verfahrens ist die Berechnung der Schnittkräfte

nach Theorie 1. Ordnung. Ein Nachteil ist bei der Bemessung von Verbindungen und beim Biegedrillknicknachweis gegeben. Hiefür sind grundsätzlich die Schnittkräfte nach Theorie 2. Ordnung zu verwenden, die in diesem Fall nicht zur Verfügung stehen.

- Das Stabilitätsverhalten wird über Querschnittsnachweise mit Schnittkräften nach Theorie 2. Ordnung am imperfekten Tragwerk berücksichtigt.

Wenn das Stabilitätsverhalten durch eine Berechnung der Schnittkräfte am imperfekten Tragwerk nach Theorie 2. Ordnung berücksichtigt wird, kann folgende Einteilung getroffen werden.

- Tragwerke nur mit  $P-\delta$  Effekt (Einzelstabeffekt)
- Tragwerke nur mit  $P-\Delta$  Effekt (Systemeffekt)
- Tragwerke mit  $P-\delta$  und  $P-\Delta$  Effekt (Einzelstabeffekt und Systemeffekt)

Der  $P-\delta$  Effekt ist bei schlanken Stäben mit großen Druckkräften wichtig. Als Imperfektionen sind Vorkrümmungen zu berücksichtigen. Dieser Fall kann bei unverschieblichen Tragwerken auftreten. Der  $P-\Delta$  Effekt ist bei verschieblichen Tragwerken mit großen Druckkräften wichtig. Als Imperfektionen sind Vorverdrehungen zu berücksichtigen. Bei unverschieblichen Tragwerken führen die Vorverdrehungen nur zu einer zusätzlichen Beanspruchung der aussteifenden Bauteile und müssen bei deren Bemessung berücksichtigt werden. Verschiebliche Tragwerke bestehen bei großen Horizontalkräften im allgemeinen aus Stäben mit geringen Schlankheiten. In diesen Fällen kann die Vorkrümmung vernachlässigt werden. Vorkrümmungen und Vorverdrehungen sind dann gleichzeitig zu verwenden, wenn ein einzelner Stab die Tragfähigkeit eines gesamten verschieblichen Tragwerks bestimmt. In diesen Fällen treten Fließgelenke also nicht nur an den Einzelstabenden, sondern auch in den Bereichen der Stabmitte auf.

**Konzept des Bemessungsvorschlags bei Tragwerken:** Es wird das bekannte Verfahren EP angewendet. Die Schnittkraftermittlung des Tragwerks erfolgt, wenn erforderlich, nach der Elastizitätstheorie 2. Ordnung. Als Imperfektionen sind Vorverdrehungen aber keine Vorkrümmungen anzusetzen. Die Einzelstäbe des Tragwerks werden in weiterer Folge mit dem Bemessungsvorschlag ausgelegt. Die Längen der Einzelstäbe entsprechen den tatsächlichen Längen im Tragwerk und nicht etwa den Systemknicklängen wie beim Ersatzstabverfahren, weil der Systemeffekt in der Schnittkraftberechnung bereits berücksichtigt wird.

Die einzelnen Effekte werden also in zwei Schritten getrennt berücksichtigt. Eine eventuell vorhandene Interaktion wird nicht berücksichtigt.

- Der  $P-\Delta$  Effekt und die Vorverdrehung wird bei der Schnittkraftermittlung berücksichtigt.
- Der  $P-\delta$  Effekt und die Vorkrümmung wird beim Bemessungsvorschlag berücksichtigt.

Für die Schnittkraftberechnung des Tragwerks ist damit folgende Einteilung wichtig.

- Tragwerke ohne Systemeffekt ( $P-\Delta$  Effekt)
- Tragwerke mit Systemeffekt ( $P-\Delta$  Effekt)

## Tragwerke ohne Systemeffekt (P-Δ Effekt)

Tragwerke ohne P-Δ Effekt sind unverschieblich oder seitensteif (Bild 13). Die Begriffe ‘unverschieblich’ und ‘seitensteif’ können wie folgt definiert werden.

- Ein Tragwerk ist unverschieblich, wenn mit ausreichender Genauigkeit angenommen werden kann, daß die Aussteifung alle Horizontalkräfte abträgt. Dies trifft zum Beispiel bei steifen Verbänden oder angeschlossenen Betonkernen zu.
- Ein Tragwerk ist seitensteif, wenn die Verschiebungen infolge von Horizontalkräften so klein sind, daß die zusätzlichen Schnittkräfte infolge der horizontalen Verschiebungen vernachlässigt werden können. Dies trifft zum Beispiel bei sehr steifen Rahmen zu.

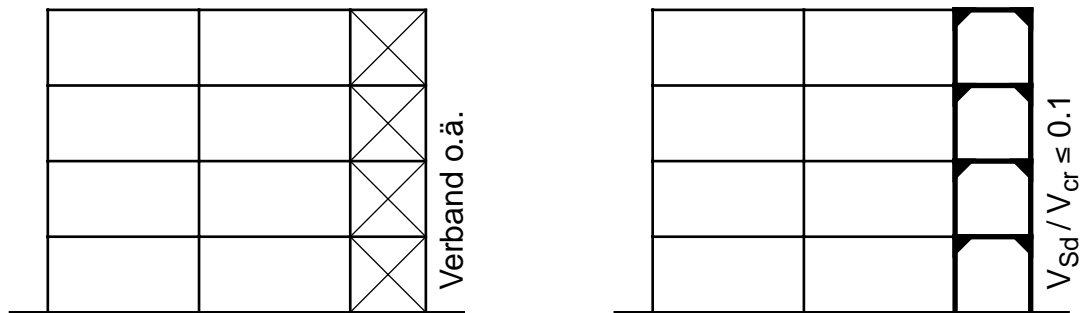


Bild 13. Unverschiebliches beziehungsweise seitensteifes Tragwerk

Bei Tragwerken ohne P-Δ Effekt können die Schnittkräfte für den Bemessungsvorschlag nach Theorie 1. Ordnung berechnet werden. Die Schnittkraftberechnung ist somit bei diesen Tragwerken nicht aufwendiger als beim Ersatzstabverfahren. Mit diesen Schnittkräften werden die Einzelstäbe nach dem Bemessungsvorschlag dimensioniert. Der P-δ Effekt und die Vorkrümmung wird beim Bemessungsvorschlag berücksichtigt.

Der Effekt der Vorverdrehungen ist bei der Bemessung der Aussteifungen zu berücksichtigen. Den Aussteifungen werden also zusätzlich zu den äußeren Belastungen, zum Beispiel infolge Wind, auch die Abtriebskräfte aus den Vorverdrehungen zugewiesen. Die Belastung der Aussteifungen aus Stützenschiefstellungen ist immer zu berücksichtigen. Sie ist aber vor allem dann von Bedeutung, wenn keine äußeren horizontalen Belastungen vorhanden sind.



## Tragwerke mit Systemeffekt (P-Δ Effekt)

Tragwerke mit P-Δ Effekt müssen bei der Verwendung des Bemessungsvorschlags nach Theorie 2. Ordnung berechnet werden (Bild 14). Dabei sind Vorverdrehungen, aber keine Vorkrümmungen, zu berücksichtigen. Die Anwendung der Theorie 2. Ordnung ist durch den Einsatz der EDV praktisch möglich. Die Einzelstäbe werden beim Bemessungsvorschlag mit den Längen nachgewiesen, die den Knickfiguren ohne Seitenverschiebung, also den tatsächlichen Einzelstablängen, entsprechen.

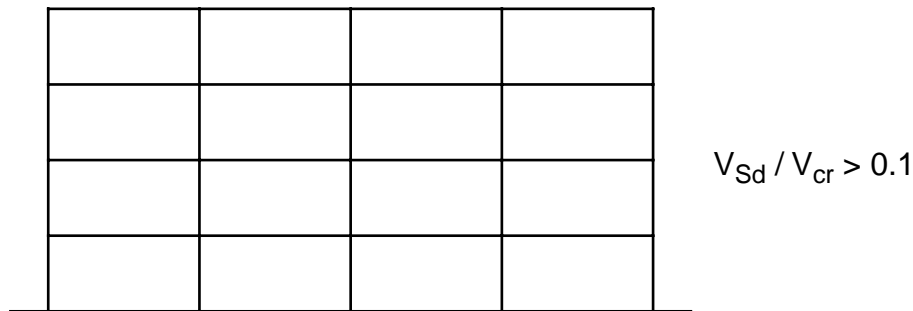


Bild 14. Verschiebliches und seitenweiches Tragwerk

## Variante des Bemessungsvorschlags bei Tragwerken mit Systemeffekt

Die Tragwerksberechnung nach Theorie 2. Ordnung wird von manchen Vertretern der Praxis als zu aufwendig im Vergleich zum Ersatzstabverfahren angesehen. In diesen Fällen kann statt der Tragwerksberechnung nach Theorie 2. Ordnung auch das Ersatzstabverfahren in Verbindung mit dem Bemessungsvorschlag angewendet werden. Der Ersatzstab, in diesem Fall mit der Systemknicklänge, wird also nicht mit der Interaktionsformel nach Eurocode 3, sondern mit dem Bemessungsvorschlag nachgewiesen. Der Vorteil des Bemessungsvorschlags im Vergleich zur Interaktionsformel liegt im kontinuierlichen Übergang zum Querschnittsnachweis. Die Schwächen des Ersatzstabverfahrens bleiben jedoch erhalten. Im Stahlbetonbau wird ein analoges Konzept als Modellstützenverfahren bezeichnet und verwendet [47] [53].

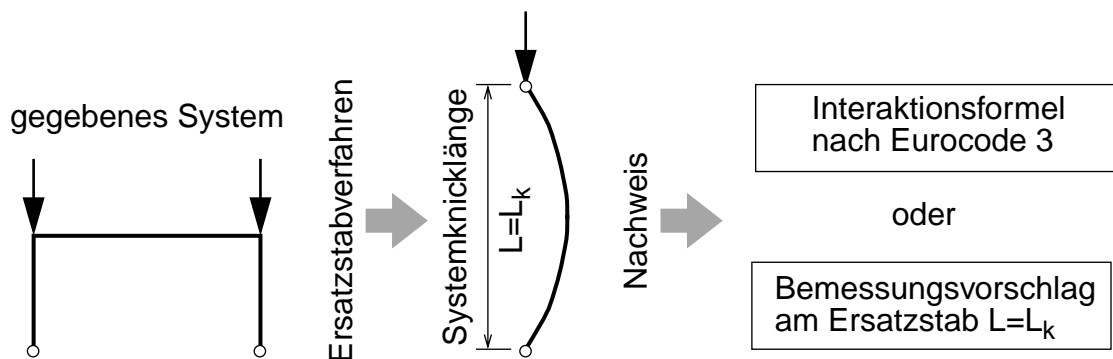


Bild 15. Bemessungsvorschlag in Verbindung mit dem Ersatzstabverfahren

## Beispiel "Unverschiebliches Tragwerk"

Von einem Tragwerk mit Pendelstützen und einer Dachscheibe soll die Regelstütze bemessen werden (Bild 16). Die Dachscheibe ist durch steife Wandverbände unverschieblich gelagert. Alle horizontalen Kräfte, einschließlich der Abtriebskräfte aus Stützenschiefstellungen, werden von den Verbänden abgetragen. Biegeknicken kann zwischen den Abstützungen in beiden Richtungen quer zur Stabachse auftreten. Biegedrillknicken wird in diesem Beispiel ausgeschlossen. Die Abstützung der Regelstütze quer zur schwachen Achse durch den Wandriegel, die nur in einer Richtung wirkt, kann im Bemessungsvorschlag näherungsweise berücksichtigt werden.

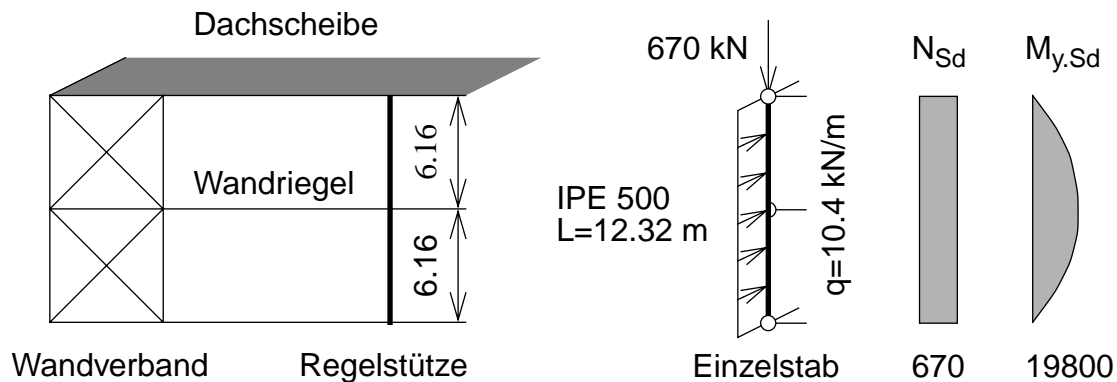


Bild 16. Bemessungsbeispiel für ein unverschiebliches Tragwerk

**Bemessungsvorschlag:** Beim Bemessungsvorschlag wird bei Druck und einachsiger Biegung, im Gegensatz zur DIN 18800, das Biegeknicken um die schwache beziehungsweise starke Achse nicht getrennt untersucht. Aufgrund der geometrischen Imperfektionen quer zu beiden Achsen sind auch immer Biegemomente um beide Achsen vorhanden. In diesem Beispiel ist quer zur starken Achse eine Vorkrümmung über die gesamte Länge des Einzelstabes anzunehmen. Das maximale Moment aus der Imperfektion quer zur starken Achse tritt daher in der Mitte des Einzelstabes auf. Quer zur schwachen Achse ist eine S-förmige Vorkrümmung mit dem Wendepunkt bei der Abstützung durch den Wandriegel maßgebend. Das maximale Moment aus der Imperfektion quer zur schwachen Achse tritt daher in den beiden äußeren Viertelpunkten des Einzelstabes auf. Die maximalen Momente aus den Imperfektionen sind also an verschiedenen Stellen entlang des Stabes vorhanden.

Grundsätzlich sind für die Beanspruchbarkeit des Querschnitts zugehörige Schnittkräfte zu verwenden. Bei den Momenten aus der äußeren Belastung wurde dieses Problem durch die Umrechnung in äquivalente Momente mit Hilfe der Momentenbeiwerte gelöst. Die Beanspruchbarkeit des maßgebenden Querschnitts im Bereich der Stabmitte kann damit einfach nachgewiesen werden.

Für die S-förmige Momentenverteilung aus der Imperfektion quer zur schwachen Achse kann in Anlehnung an das durchschlagende Moment ein Momentenbeiwert  $C_M=0.2$  für den Nachweis im Bereich der Stabmitte geschätzt werden. Es ist jedoch zu bedenken, daß in diesem Beispiel mit der Zwischenabstützung der maßgebende Querschnitt unter Umständen nicht im Bereich der Stabmitte, sondern im Bereich der äußeren Viertelpunkte auftritt. Es wäre

also im Bereich der Viertelpunkte ein weiterer Querschnittsnachweis mit entsprechenden Momentenbeiwerten nötig.

Auf der sicheren Seite liegend kann auch das maximale Momente aus der Imperfektion quer zur schwachen Achse für den Nachweis im Bereich der Stabmitte verwendet werden. Die Einzelstäbe mit Zwischenabstützungen werden damit im Bereich der Stabmitte näherungsweise nachgewiesen. Im folgenden Nachweis wird davon Gebrauch gemacht.

$$\begin{aligned}
 N_{cr,y} &= \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 46200}{1232^2} = 6310 & \bar{\lambda}_y &= \sqrt{\frac{2630}{6310}} = 0.645 \\
 N_{cr,z} &= \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 2130}{616^2} = 1160 & \bar{\lambda}_z &= \sqrt{\frac{2630}{1160}} = 1.50
 \end{aligned} \tag{78}$$

$$\begin{aligned}
 e_{z,0} &= 1232/300 = 4.11 \\
 e_{y,0} &= 616/250 = 2.46 \\
 M_{y,Sd,I} &= 0.95 \cdot 19800 + 670 \cdot 4.11 = 21600 \\
 M_{z,Sd,I} &= 670 \cdot 2.46 = 1650 \\
 c &= \frac{1}{2} + 5 \left[ 0.645 \left( \frac{21600}{49500} \right)^2 + 1.50 \left( \frac{1650}{7520} \right)^2 \right] = 1.47 \\
 e_z &= 1.47 \cdot 4.11 = 6.04 \\
 e_y &= 1.47 \cdot 2.46 = 3.62
 \end{aligned} \tag{79}$$

$$\begin{aligned}
 N_{Sd} &= 670 \\
 M_{y,Sd,II} &= (0.95 \cdot 19800 + 670 \cdot 6.04) \frac{1}{1 - 670/6310} = 25600 \\
 M_{z,Sd,II} &= (670 \cdot 3.62) \frac{1}{1 - 670/1160} = 5740
 \end{aligned} \tag{80}$$

$$\begin{aligned}
 n &= \frac{670}{2630} = 0.255 & M_{Ny,Rd} &= 49500 \frac{1 - 0.255}{1 - 0.5 \cdot 0.429} = 46900 \\
 a &= \frac{112 - 2 \cdot 20.0 \cdot 1.6}{112} = 0.429 & M_{Nz,Rd} &= 7520
 \end{aligned} \tag{81}$$

$$\left( \frac{25600}{46900} \right)^2 + \left( \frac{5740}{7520} \right)^{1.275} = 0.298 + 0.709 = 1.00 \leq 1.00 \tag{82}$$

Die Regelstütze ist nach dem Bemessungsvorschlag nachgewiesen. Beachtenswert ist der hohe Anteil an der Beanspruchung des Querschnitts durch das Moment aus der Imperfektion quer

zur schwachen Achse in diesem Beispiel. Weitere Informationen zu diesem System sind in Bild 245 enthalten. Daraus ist zu sehen, daß nach der Traglastanalyse (GMNIA) eine deutlich höhere Belastung als nach dem Bemessungsvorschlag (SOPHIA) möglich ist. Die Ursache liegt, wie bereits erwähnt, in der auf der sicheren Seite liegenden Verwendung des maximalen Moments aus der Imperfektion um die schwache Achse für den Nachweis im Bereich der Stabmitte. Dem Diagramm liegt, wie auch diesem Beispiel, diese Vereinfachung zugrunde.

**DIN 18800:** Zum Vergleich wird im folgenden der Biegeknicknachweis nach DIN 18800 mit der gleichen Belastung geführt.

$$\begin{aligned}
 \bar{\lambda}_y &= 0.645 \\
 \bar{\lambda}_z &= 1.50 \\
 \kappa_y &= 0.872 \\
 \kappa_z &= 0.342 \\
 \mu_y &= 0.645(2 \cdot 1.3 - 4) + \frac{2110 - 1850}{1850} = -0.762 \\
 k_y &= 1 + 0.762 \frac{670}{0.872 \cdot 2630} = 1.22
 \end{aligned} \tag{83}$$

Biegeknicken um die starke Achse

$$\frac{670}{0.872 \cdot 2630} + 1.22 \cdot \frac{19800}{49500} = 0.292 + 0.488 = 0.78 < 1.00 \tag{84}$$

Biegeknicken um die schwache Achse

$$\frac{670}{0.342 \cdot 2630} = 0.75 < 1.00 \tag{85}$$

Der maßgebende Nachweis ist das Biegeknicken um die starke Achse. Die gegebene Belastung könnte nach DIN 18800 um etwa  $1/0.78=1.28$  erhöht werden. Im Vergleich zur Traglastanalyse nach Bild 246 wäre diese Belastung aber bereits auf der unsicheren Seite.

*Anmerkung:* Die Querschnittswerte in diesem Beispiel wurden für einen Querschnitt IPE 500 ohne Berücksichtigung der Flanschausrundung berechnet. Weiters wurden die charakteristischen Festigkeitswerte mit  $\gamma_M=1.0$  verwendet, um eine direkte Einordnung in die Interaktionsdiagramme der Parameterstudie zu ermöglichen.

### Beispiel "Verschiebliches Tragwerk"

Ein Tragwerk mit eingespannten Stützen wird durch Eigengewicht und horizontale Erdbebenkräfte belastet (Bild 17). Die Erdbebenbeschleunigung beträgt  $a=1 \text{ m/s}^2$ . Dieser Wert ist nach ÖNorm B4015 zum Beispiel in Teilen von Kärnten für die Erdbebenzone 3 bis 4 zu verwenden. Quer zur Tragwerksebene sind die Enden der Stützen gelenkig gelagert. Biegeknicken kann in beiden Richtungen quer zur Stabachse auftreten. Biegedrillknicken wird verhindert. Der Nachweis für die Stützen soll erbracht werden. Das Einspannmoment der Stützen beträgt einschließlich der Vorverdrehung  $M_{y,Sd}=62 \cdot 616 + 620 \cdot 616 / 200 = 40100 \text{ kNm}$ .

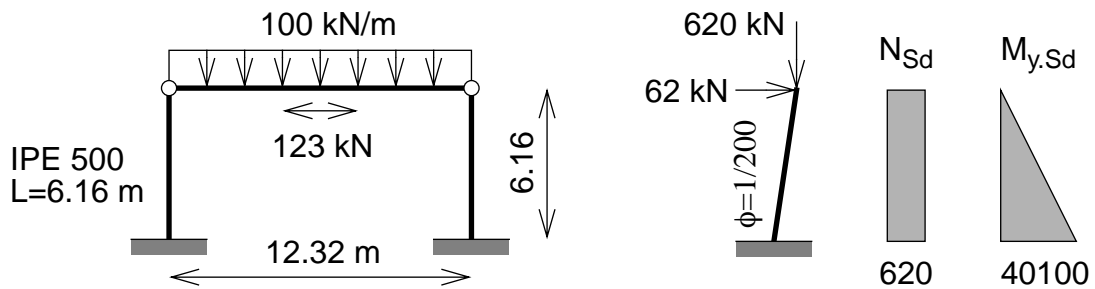


Bild 17. Bemessungsbeispiel für ein verschiebliches Tragwerk

Nach Eurocode 3 darf ein Tragwerk als seitensteif bezeichnet werden, wenn der Bemessungswert der gesamten Vertikallast höchstens 10% von der elastischen Knicklast bei seitlichem Ausweichen beträgt. In diesem Beispiel ist diese Bedingung nach Gl. (86) gerade erfüllt. Nach dieser Regelung kann die Schnittkraftermittlung des Tragwerks nach Theorie 1. Ordnung erfolgen.

$$V_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 46200}{(2 \cdot 616)^2} = 6310 \quad (86)$$

$$\frac{V_{Sd}}{V_{cr}} = \frac{620}{6310} = 0.098 \leq 0.1$$

**Bemessungsvorschlag:** In diesem Beispiel kann der maßgebende Querschnitt an der Einspannstelle oder im Bereich der Stabmitte auftreten. Zuerst wird der Querschnittsnachweis an der Einspannstelle mit den Schnittkräften aus der Tragwerksberechnung geführt. Der P-Δ Effekt wird vorerst vernachlässigt.

$$n = \frac{620}{2630} = 0.236 \quad M_{N_y, Rd} = 49500 \frac{1 - 0.236}{1 - 0.5 \cdot 0.429} = 48100 \quad (87)$$

$$a = \frac{112 - 2 \cdot 20.0 \cdot 1.6}{112} = 0.429 \quad M_{N_z, Rd} = 7520$$

$$\frac{40100}{48100} = 0.83 \leq 1.00 \quad (88)$$

Nach Gl. (88) sind noch Tragreserven vorhanden. Die Traglastanalyse ergab jedoch für die gegebene Belastung einen Laststeigerungsfaktor LPF=1.00 bei einer Vorverdrehung  $\phi=1/200$  und Vorkrümmung  $e=L/1000$  quer zu beiden Achsen. Der maßgebende Querschnitt trat bei der Traglastanalyse an der Einspannstelle auf. Die horizontale Verformung am Stützenkopf betrug im Zustand der maximalen Traglast 8 cm.

*Anmerkung:* Die Traglastanalyse ohne Vorverdrehung und nur mit einer Vorkrümmung quer zur schwachen Achse ergibt einen Laststeigerungsfaktor LPF=1.04. Aufgrund der großen Horizontalkraft bewirkt die Vorverdrehung in der Lastebene also keine wesentliche Traglastminderung bei der Traglastanalyse.

Die Traglast wurde also mit dem Bemessungsvorschlag im Vergleich zur Traglastanalyse deutlich überschätzt. Zwei Effekte führten zu diesem Ergebnis. Es wurde laut Eurocode 3 der Systemeffekt vernachlässigt. Weiters liegt die Interaktionsgleichung für die Beanspruchbarkeit des Querschnitts nach Eurocode 3 für diese Belastungskombination etwas auf der unsicheren Seite. Im folgenden werden diese beiden Effekte berücksichtigt. Die Schnittkraftberechnung nach Theorie 2. Ordnung wird näherungsweise mit dem Momentenerhöhungsfaktor durchgeführt.

$$N_{Sd} = 620$$

$$M_{y, Sd, II} = 40100 \cdot \frac{1}{1 - 620/6310} = 44500 \quad (89)$$

Der in Gl. (90) verwendete Faktor 0.915 für die genaue vollplastische Beanspruchbarkeit des Querschnitts wurde aus Bild 21 entnommen.

$$M_{N, y, Rd} = 0.915 \cdot 49500 = 45300 \quad (90)$$

$$\frac{44500}{45300} = 0.98 \leq 1.00 \quad (91)$$

Der Nachweis an der Einspannstelle ist damit in guter Übereinstimmung mit der Traglastanalyse. Bei verschieblichen Systemen wird daher nur bei sehr seitensteifen Tragwerken die Vernachlässigung des Systemeffekts empfohlen.

Im folgenden wird noch der Querschnittsnachweis im Bereich der Stabmitte mit den Schnittkräften für den vorgekrümmten Einzelstab unter Berücksichtigung der Theorie 2. Ordnung geführt. Dieser Nachweis entspricht der Biegeknickuntersuchung um die schwache Achse.

Die Länge des betrachteten Einzelstabes beträgt  $L=616$  cm. Die Belastung besteht aus einer Normalkraft  $N=620$  kN und einem Endmoment  $M_{y,Sd}=40100$  kNcm. Der Momentenbeiwert für den gegebenen Momentenverlauf beträgt  $C_M=0.6$ .

$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 46200}{616^2} = 25200 \quad \bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{2630}{25200}} = 0.322$$

$$N_{cr,z} = \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 2130}{616^2} = 1160 \quad \bar{\lambda}_z = \sqrt{\frac{2630}{1160}} = 1.501$$
(92)

$$e_{z,0} = 616/300 = 2.05$$

$$e_{y,0} = 616/250 = 2.46$$

$$M_{y,Sd,I} = 0.60 \cdot 44500 + 620 \cdot 2.05 = 28000$$

$$M_{z,Sd,I} = 620 \cdot 2.46 = 1530$$
(93)

$$c = \frac{1}{2} + 5 \left[ 0.322 \left( \frac{28000}{49500} \right)^2 + 1.50 \left( \frac{1530}{7520} \right)^2 \right] = 1.33$$

$$e_z = 1.33 \cdot 2.05 = 2.73$$

$$e_y = 1.33 \cdot 2.46 = 3.27$$

$$N_{Sd} = 620$$

$$M_{y,Sd,II} = (0.60 \cdot 44500 + 620 \cdot 2.73) \frac{1}{1 - 620/25200} = 29100$$
(94)

$$M_{z,Sd,II} = (620 \cdot 3.27) \frac{1}{1 - 620/1160} = 4360$$

$$\left( \frac{29100}{48100} \right)^2 + \left( \frac{4360}{7520} \right)^{1.18} = 0.366 + 0.526 = 0.89 \leq 1.00$$
(95)

Der Querschnittsnachweis im Bereich der Stabmitte ist im Vergleich zum Querschnittsnachweis am Stabende in diesem Beispiel nicht maßgebend. Er könnte jedoch für dieses System bei einem höheren Querschnitt mit schmaleren Flanschen maßgebend werden.

**Variante des Bemessungsvorschlages :** Im folgenden wird der Bemessungsvorschlag in Verbindung mit dem Ersatzstabverfahren gezeigt (vgl. "Variante des Bemessungsvorschlags bei Tragwerken mit Systemeffekt" auf Seite 53).

Entsprechend der DIN 18800 Teil 1 wird eine Vorverdrehung  $\phi=1/400$  angenommen. Das Einspannmoment der Stütze beträgt damit  $M_{y,Sd}=62 \cdot 616 + 620 \cdot 616/400=39100$  kNcm. Die Länge des Ersatzstabes um die starke Achse beträgt  $L=1232$  cm.

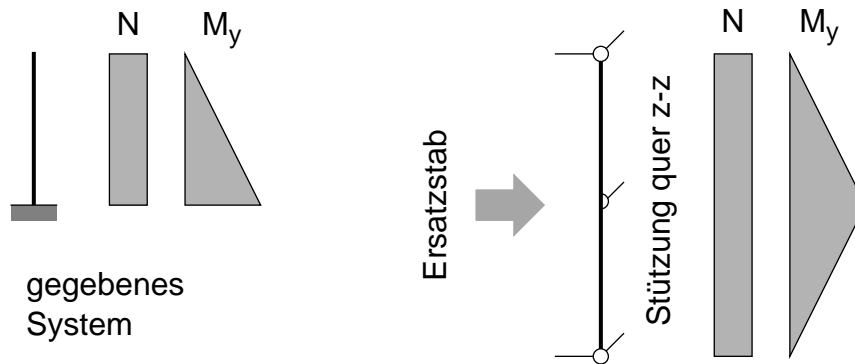


Bild 18. Ersatzstabverfahren für den Bemessungsvorschlag

Im folgenden wird nur mehr der Nachweis für die Einspannstelle der Stütze geführt. An dieser Stelle ist im gegebenen System um die schwache Achse kein Moment vorhanden. Im Ersatzstab wird für den Bereich der Stabmitte das Moment  $M_z$  aus einer Imperfektion quer zur schwachen Achse vernachlässigt. Für das an der Einspannstelle gespiegelte dreieckförmig verteilte Moment beträgt der Momentenbeiwert  $C_M=0.9$ .

$$\begin{aligned}
 e_{z,0} &= 1232/300 = 4.11 \\
 M_{y, Sd, I} &= 0.90 \cdot 39100 + 620 \cdot 4.11 = 37700 \\
 c &= \frac{1}{2} + 5 \left[ 0.645 \left( \frac{37700}{49500} \right)^2 \right] = 2.37 \\
 e_z &= 2.37 \cdot 4.11 = 9.74
 \end{aligned} \tag{96}$$

$$\begin{aligned}
 N_{Sd} &= 620 \\
 M_{y, Sd, II} &= (0.90 \cdot 39100 + 620 \cdot 9.74) \frac{1}{1 - 620/6310} = 45700
 \end{aligned} \tag{97}$$

Mit den Daten aus Gl. (87) für die Beanspruchbarkeit des Querschnitts nach Eurocode 3 ergibt sich folgender Ausnutzungsgrad.

$$\frac{45700}{48100} = 0.95 \leq 1.00 \tag{98}$$

Mit der genauen Beanspruchbarkeit des Querschnitts nach Bild 21 (MNA) ergibt sich praktisch der gleiche Ausnutzungsgrad wie nach der Traglastanalyse.

$$\frac{45700}{0.92 \cdot 49500} = 1.00 \leq 1.00 \tag{99}$$



**DIN 18800:** Zum Vergleich wird im folgenden der Nachweis nach DIN 18800 für Biegeknicken bei Druck und einachsiger Biegung geführt. Das Einspannmoment der Stütze beträgt einschließlich der Vorverdrehung  $\phi=1/400$  nach DIN 18800 Teil 1  $M_{y,Sd}=39100$  kNcm. Das Biegeknicken um die starke Achse und Biegeknicken um die schwache Achse wird getrennt nachgewiesen.

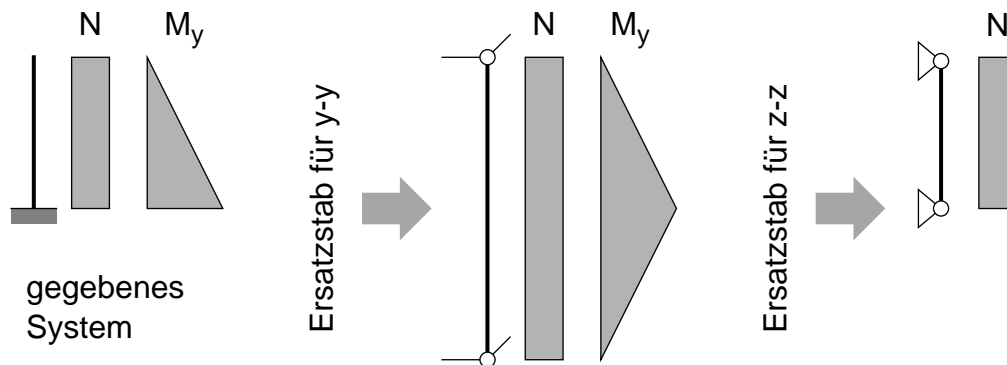


Bild 19. Ersatzstabverfahren für den Nachweis nach DIN 18800

$$\bar{\lambda}_y = 0.645$$

$$\bar{\lambda}_z = 1.50$$

$$\kappa_y = 0.872$$

$$\kappa_z = 0.342$$

(100)

$$\mu_y = 0.645(2 \cdot 1.4 - 4) + \frac{2110 - 1850}{1850} = -0.633$$

$$k_y = 1 + 0.633 \frac{620}{0.872 \cdot 2630} = 1.17$$

Biegeknicken um y-y

$$\frac{620}{0.872 \cdot 2630} + 1.17 \cdot \frac{39100}{49500} = 0.270 + 0.924 = 1.19 > 1.00 \quad (101)$$

Biegeknicken um z-z

$$\frac{620}{0.342 \cdot 2630} = 0.69 < 1.00 \quad (102)$$

Der Nachweis für das Biegeknicken um die starke Achse ist nicht eingehalten. Die Belastung müßte in diesem Beispiel um etwa den Faktor  $1/1.19=0.84$  kleiner sein.

*Anmerkung 1:* Bei einem gabelgelagerten Einzelstab mit Ausweichrichtung um beide Achsen liefert das Konzept nach DIN 18800 für Druck und einachsige Biegung im Vergleich zu Traglastanalysen im allgemeinen auf der unsicheren Seite liegende Ergebnisse. Bei diesem Ersatzstab ist jedoch im Bereich des maximalen Moments  $M_y$  kein Ausweichen um die schwache Achse möglich und daher ist praktisch auch kein Moment  $M_z$  aus der Imperfektion quer zur schwachen Achse an dieser Stelle vorhanden. Die Fließzone bildet sich an dieser Stelle also nur infolge der Normalkraft  $N$  und dem Moment  $M_y$ .

*Anmerkung 2:* Im folgenden wird noch das Einspannmoment für die Bemessung des Stützenfußes ermittelt. Nach Theorie 1. Ordnung ergibt sich einschließlich der Vorverdrehung von  $\phi=1/400$  ein Einspannmoment  $M_y=391$  kNm. Mit der geforderten Erhöhung nach Eurocode 3 um 20% beträgt  $M_y=470$  kNm. Nach Theorie 2. Ordnung ergibt sich ein Einspannmoment von  $M_y=445$  kNm. Die Traglastanalyse ergab ein Einspannmoment von  $M_y=450$  kNm im Zustand der maximalen Traglast.

## 2.4 Beanspruchbarkeit der Querschnitte

Eine wesentliche Bedeutung beim Bemessungsvorschlag kommt der Interaktionsgleichung für die Beanspruchbarkeit des Querschnitts zu. Im folgenden werden daher Bemessungsregeln aus verschiedenen Normen für die Beanspruchbarkeit des Querschnitts verglichen. Für den Bemessungsvorschlag wurde die Interaktionsgleichung nach Eurocode 3 gewählt, weil dort im Gegensatz zur DIN 18800 auch für Hohlquerschnitte und Rundrohre Angaben enthalten sind und die Übereinstimmung mit den Traglastanalysen für I-Querschnitte im gesamten gesehen nicht schlechter ist als nach DIN 18800.

**DIN 18800:** Die DIN 18800 gibt für I-Querschnitte mit zweiachsiger Biegung und Normalkraft für die Grenzschnittgrößen  $N$ - $M_y$ - $M_z$  die Gl. (103) bis Gl. (105) an.

für  $M_{y, Sd} \leq \bar{M}_{y, Rd}$  gilt:

$$\frac{M_{z, Sd}}{M_{pl, z, Rd}} + c_1 + c_2 \left( \frac{M_{y, Sd}}{M_{pl, y, Rd}} \right)^{2.3} \leq 1 \quad (103)$$

für  $M_{y, Sd} > \bar{M}_{y, Rd}$  gilt:

$$\frac{1}{40} \left( \frac{M_{z, Sd} - \bar{M}_{z, Rd}}{M_{pl, z, Rd}} \right) + \left( \frac{N_{Sd}}{N_{pl, Rd}} \right)^{1.2} + \frac{M_{y, Sd}}{M_{pl, y, Rd}} \leq 1 \quad (104)$$

mit

$$\begin{aligned} \bar{M}_{y, Rd} &= \left[ 1 - \left( \frac{N_{Sd}}{N_{pl, Rd}} \right)^{1.2} \right] M_{pl, y, Rd} \\ \bar{M}_{z, Rd} &= \left[ 1 - c_1 - c_2 \left( \frac{\bar{M}_{y, Rd}}{M_{pl, y, Rd}} \right)^{2.3} \right] M_{pl, z, Rd} \\ c_1 &= (N_{Sd}/N_{pl, Rd})^{2.6} \\ c_2 &= (1 - c_1)^{-N_{pl, Rd}/N_{Sd}} \end{aligned} \quad (105)$$

**Eurocode 3:** Die Interaktionsgleichung nach Eurocode 3 für Querschnitte der Klasse 1 und Klasse 2 wurde bereits in Gl. (35) bis Gl. (43) angeführt. Für Querschnitte der Klasse 3 ist Gl. (45) zu verwenden. Der Nachweis für Querschnitte der Klasse 3 entspricht im grundsätzlichen auch dem allgemeinen Spannungsnachweis nach ÖNorm B4600. Für die Gegenüber-

stellung im Interaktionsdiagramm wurde der Spannungsnachweis nach ÖNorm B4600 in Gl. (106) umgeschrieben. Wenn die elastischen Widerstandsmomente nicht mit den konstanten Faktoren 1.07 erhöht werden, sondern mit den profilabhängigen plastischen Formbeiwerten, ergibt sich die lineare Gl. (44).

$$\frac{N}{A \cdot f_y} + \frac{M_y}{1.07 \cdot W_{el,y} \cdot f_y} + \frac{M_z}{1.07 \cdot W_{el,z} \cdot f_y} \leq 1 \quad (106)$$

## Schlußfolgerungen

Die Ergebnisse der Interaktionsgleichungen nach Eurocode 3 liegen im Vergleich zur genauen Beanspruchbarkeit des Querschnitts (MNA) bei IPE Querschnitten im Bereich mit einem hohen Momentenanteil  $M_z$  und geringer Normalkraft deutlich auf der sicheren Seite. Andererseits ist um den Normalkraftanteil  $N/N_{pl}=0.2$  ohne ein Moment  $M_z$  der Nachweis nach Eurocode 3 um etwa 5% auf der unsicheren Seite. Die Interaktion in der N- $M_z$  Ebene wird sehr gut wiedergegeben.

Die Ergebnisse der Interaktionsgleichungen nach DIN 18800 sind für das HEB 300 im Vergleich zur genauen Beanspruchbarkeit des Querschnitts (MNA) praktisch gleich. Für die IPE Querschnitte liegt die DIN 18800 zum Teil deutlich auf der sicheren Seite. Die Interaktionsgleichungen gelten, im Gegensatz zu den Gleichungen nach Eurocode 3, nicht für Hohlquerschnitte oder Rohre.

**Interaktionsdiagramme:** In Bild 20 bis Bild 23 wurden die Interaktionsgleichungen nach DIN 18800 und Eurocode 3 den Ergebnissen aus den materiell nichtlinearen Analysen für vier Querschnitte gegenübergestellt. Der Kurvenparameter in allen Interaktionsdiagrammen ist das Verhältnis der Momente  $M_z/M_{pl,z}$ . Die Werte betragen  $M_z/M_{pl,z}=0.0, 0.2, 0.4, 0.6$  und  $0.8$ .

### Bezeichnungen in Bild 20 bis Bild 24

MNA	materiell nichtlineare Analyse
EC3	Eurocode 3 nach Gl. (35) bis Gl. (43)
DIN	DIN 18800 nach Gl. (103) bis Gl. (105)
ÖN	ÖNorm B4600 nach Gl. (106)
LIN	Lineare Interaktion für Querschnitte der Klasse 1 und 2 nach Gl. (44)

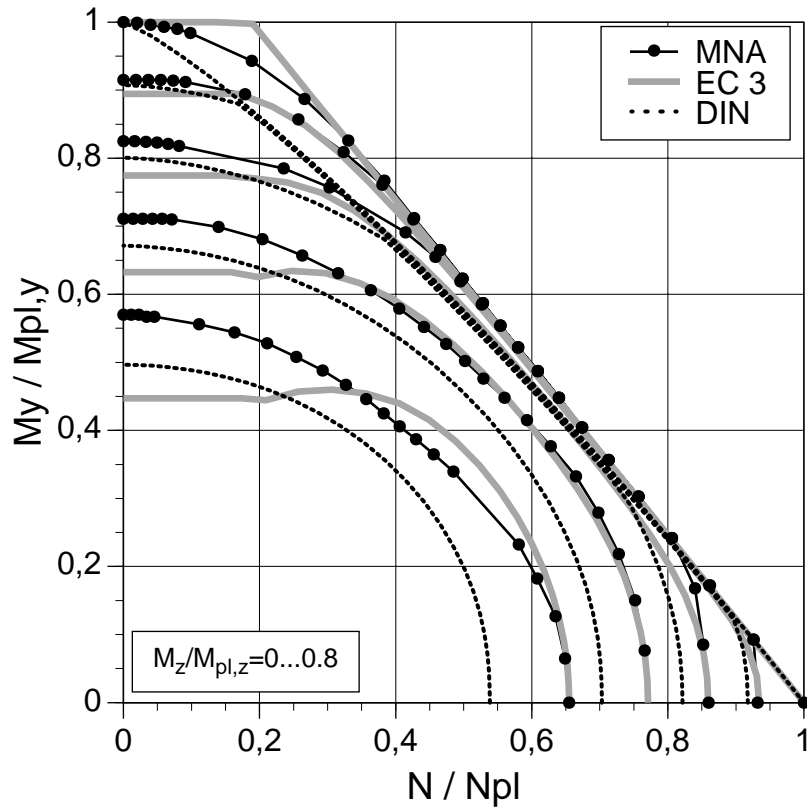


Bild 20. Querschnittsinteraktion N- $M_y$ - $M_z$  für Querschnitt IPE 200

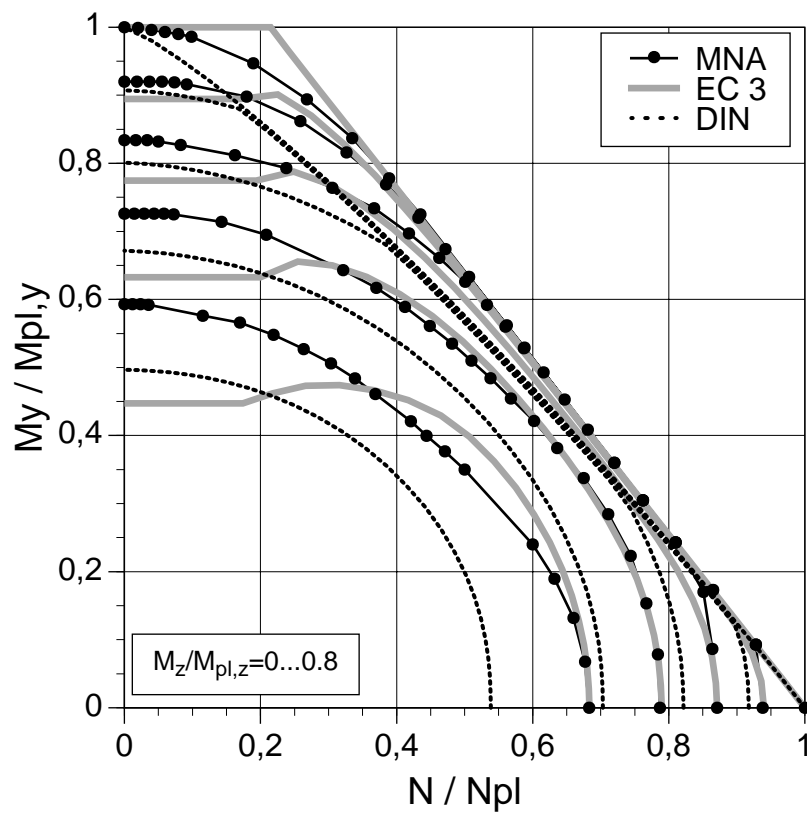


Bild 21. Querschnittsinteraktion N- $M_y$ - $M_z$  für Querschnitt IPE 500

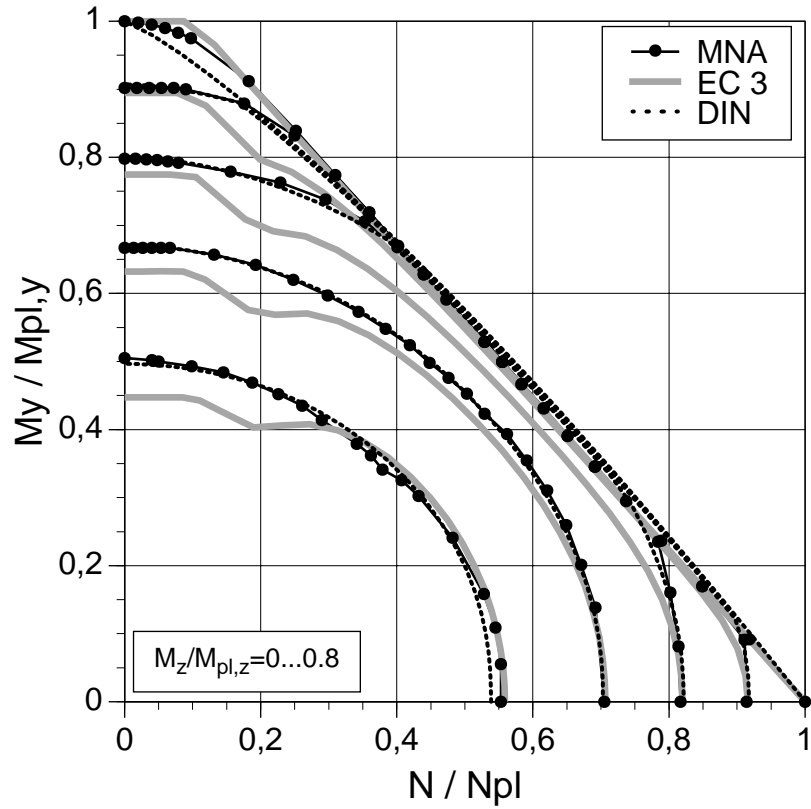


Bild 22. Querschnittsinteraktion N- $M_y$ - $M_z$  für Querschnitt HEB 300

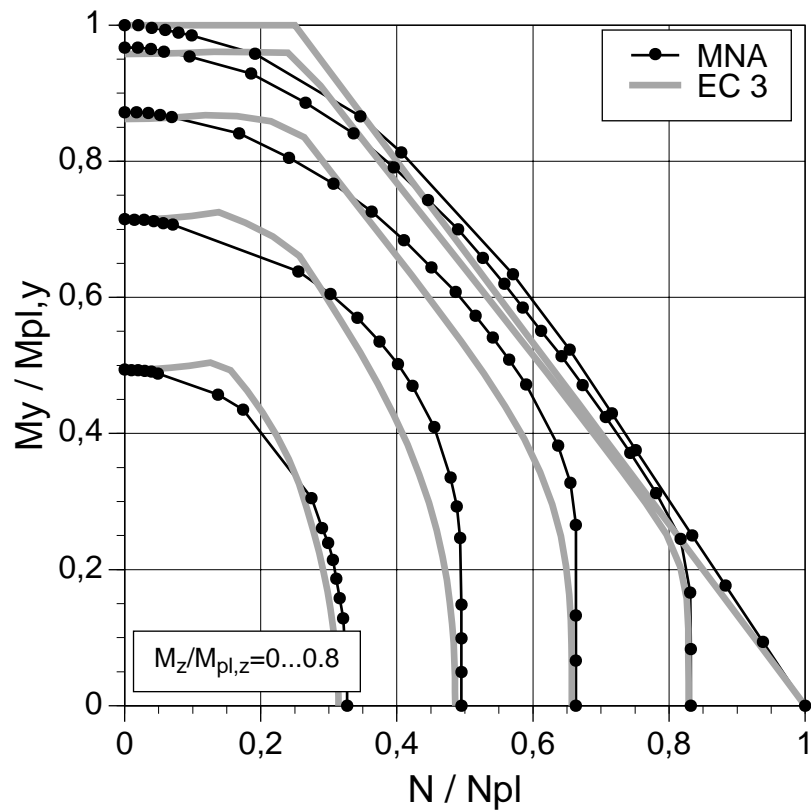


Bild 23. Querschnittsinteraktion N- $M_y$ - $M_z$  für Querschnitt RHP 200/100/10

In Bild 24 wurden die Ergebnisse nach ÖNorm B4600 und der linearen Interaktionsgleichung für Querschnitte der Klasse 1 und Klasse 2 mit den Ergebnissen aus den materiell nichtlinearen Analysen für den Querschnitt IPE 200 verglichen. Die Abweichungen von den Traglastanalysen durch die Anwendung der einfachen linearen Gleichungen sind vor allem bei einem hohen Anteil des Moments um die schwache Achse erheblich auf der sicheren Seite.

Nach ÖNorm B4600 sind aufgrund des möglichen Wertebereichs nur die Kurvenparameter für  $M_z/M_{pl,z}=0.0, 0.2, 0.4$  und  $0.6$  dargestellt.

An den einfachen Nachweismethoden sind vor allem die ungleich verteilten 'ungewollten Sicherheiten' zu den Traglastanalysen zu bemängeln.

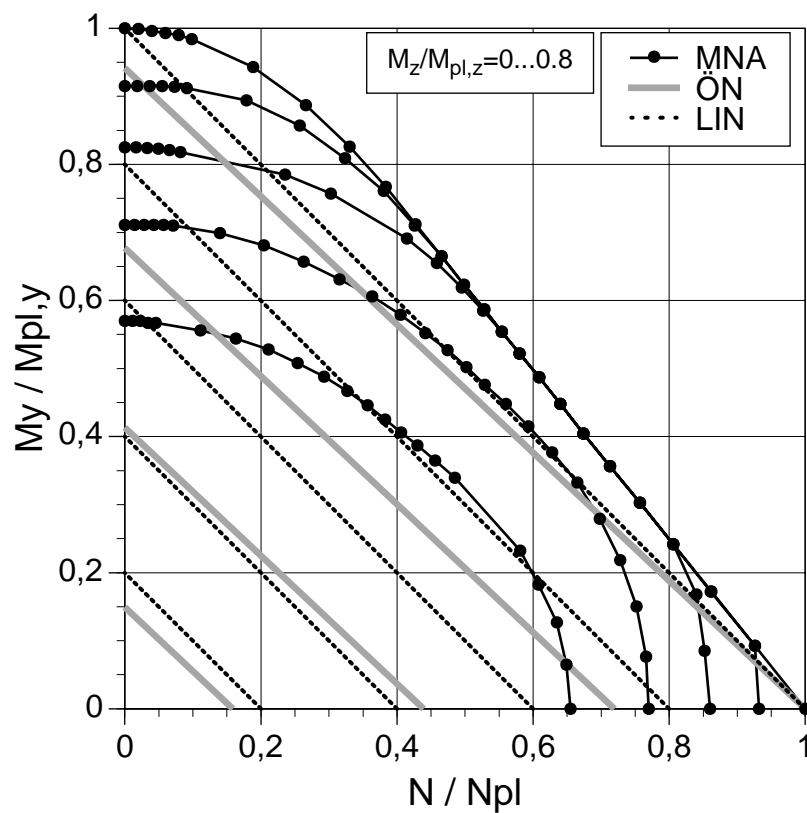


Bild 24. Querschnittsinteraktion  $N-M_y-M_z$  für Querschnitt IPE 200

## 2.5 Ersatzimperfektion nach Eurocode 3 und DIN 18800

Nach Eurocode 3 und DIN 18800 darf für Stäbe alternativ zum Nachweis mit den Interaktionsformeln und Knickspannungslinien auch ein Nachweis nach Theorie 2. Ordnung geführt werden. Dies wird zum Beispiel vor allem für Stäbe mit veränderlichem Querschnitt vorgeschlagen. Die Vorkrümmung nach Eurocode 3 ist entsprechend der Knickspannungslinie, dem Berechnungsverfahren und dem Querschnitt anzunehmen. Die Vorkrümmung nach DIN 18800 ist nur in Abhängigkeit der gegebenen Knickspannungslinie anzunehmen.

Für die vorliegende Arbeit wurden in Interaktionsdiagrammen  $N-M_y-M_z$  zahlreiche Traglasten mit den Ersatzimperfektionen nach Eurocode 3, nach DIN 18800 und nach dem Bemessungsvorschlag verglichen. Die Ergebnisse wurden den Traglastanalysen (GMNIA) gegenübergestellt, um die einzelnen Ersatzimperfektionen beurteilen zu können.

### Schlußfolgerungen

Bei einer hohen Beanspruchung durch die Momente liegen die Traglasten mit diesbezüglich konstanten Ersatzimperfektionen (DIN 18800, Eurocode 3) tendenzmäßig auf der unsicheren Seite und bei einer geringen Beanspruchung durch die Momente auf der sicheren Seite. Bei der Anwendung der Fließgelenktheorie muß die Ersatzimperfektion bei gewünschter Übereinstimmung mit der Fließzonentheorie diesen Effekt ausgleichen. Aus diesen Überlegungen wurde die von der Beanspruchung durch die Momente abhängige modifizierte Ersatzimperfektion nach Gl. (29) definiert. Damit konnte eine deutliche Verbesserung der Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Traglastanalysen erreicht werden.

**Interaktionsdiagramme:** In den Interaktionsdiagrammen Bild 25 bis Bild 28 sind für den Querschnitt IPE 500 für die bezogenen Schlankheiten  $\bar{\lambda}_z = 0.5, 1.0, 1.5$  und  $3.0$  die Traglasten mit den einzelnen Ersatzimperfektionen den Traglastanalysen gegenübergestellt. Der Parameter für die Interaktionskurven ist das Verhältnis  $M_z/M_{pl,z} = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6$  und  $0.8$ .

*Bezeichnungen zu Bild 25 bis Bild 28:*

- GMNIA            geometrisch und materiell nichtlineare Analyse des imperfekten Stabes
- SOPHIA(mod) Fließgelenktheorie 2. Ordnung, modifizierte Ersatzimperfektion
- SOPHIA(EC3) Fließgelenktheorie 2. Ordnung, Imperfektionsannahme nach Eurocode 3
- SOPHIA(DIN) Fließgelenktheorie 2. Ordnung, Imperfektionsannahme nach DIN 18800

*Anmerkung:* Nach SOPHIA(mod) wurden für die folgenden Interaktionsdiagramme die Vorkrümmungen gleichzeitig in beiden Richtungen angesetzt. Nach SOPHIA(EC3) und SOPHIA(DIN) wurden, entsprechend der Norm, die Vorkrümmungen nur um die schwache Achse angenommen. Für den gewählten Querschnitt IPE 500 würden sich jedoch praktisch die gleichen Traglasten ergeben, wenn die Vorkrümmungen in beiden Richtungen angesetzt werden, denn die Vorkrümmung um die starke Achse hat praktisch keinen Einfluß auf die Traglast. Für SOPHIA(EC3) wurde die Vorkrümmung um die schwache Achse mit  $e_{\text{eff}} = L/380$  nach Gl. (107) festgelegt. Die Vorkrümmung für die SOPHIA(DIN) beträgt konstant  $e = L/250$ .

$$e = 2.0k_\gamma e_{\text{eff}}/\varepsilon \quad k_\gamma = (1 - k_\delta) + 2k_\delta \bar{\lambda} \geq 1 \quad (107)$$



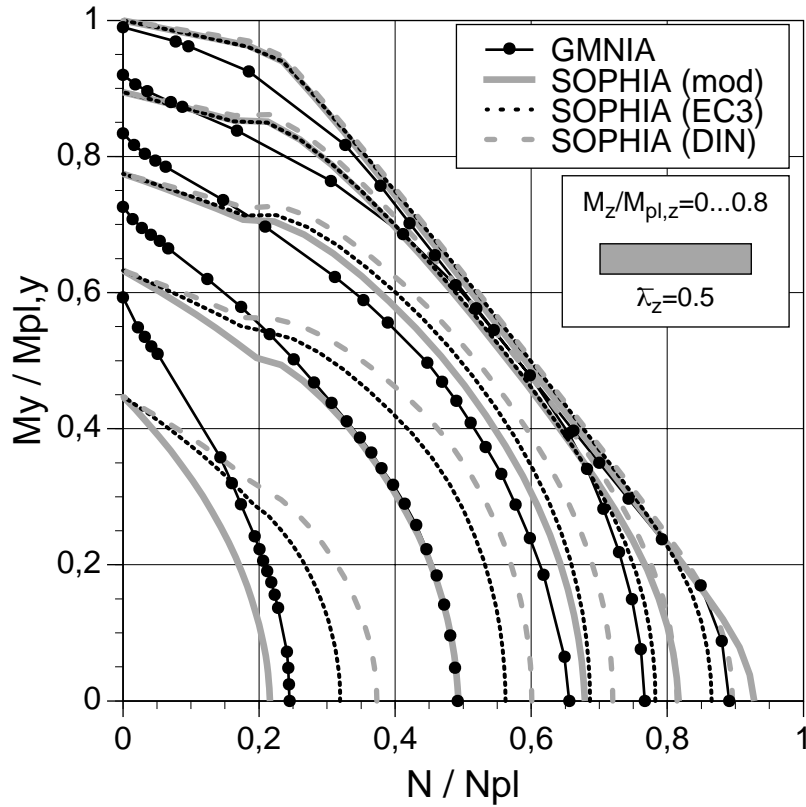


Bild 25. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 500, L=2.05 m, Lf A, BK

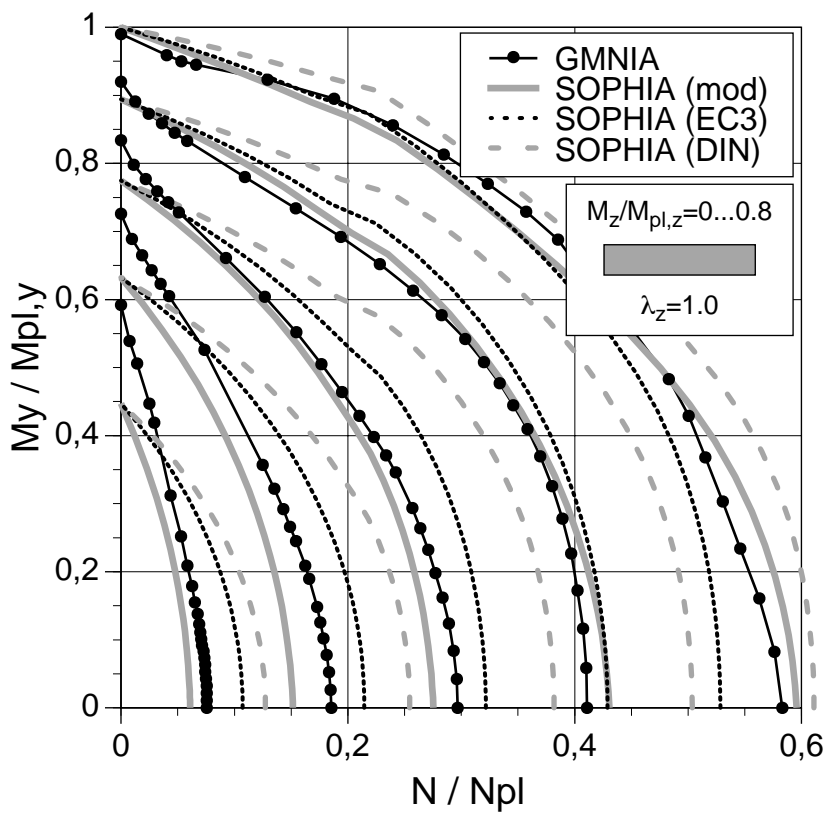


Bild 26. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 500, L=4.10 m, Lf A, BK

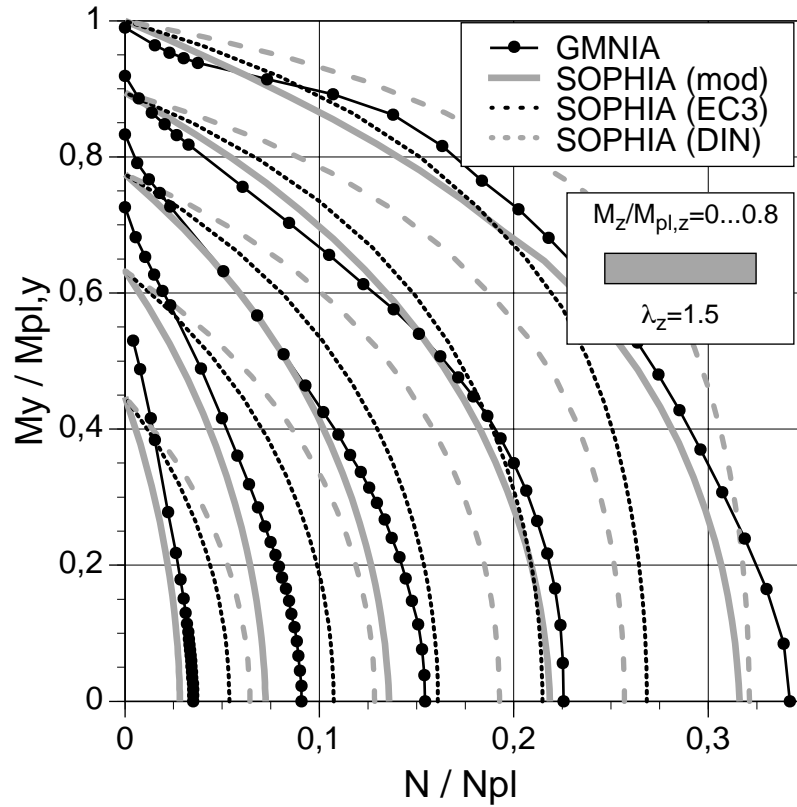


Bild 27. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 500, L=6.16 m, Lf A, BK

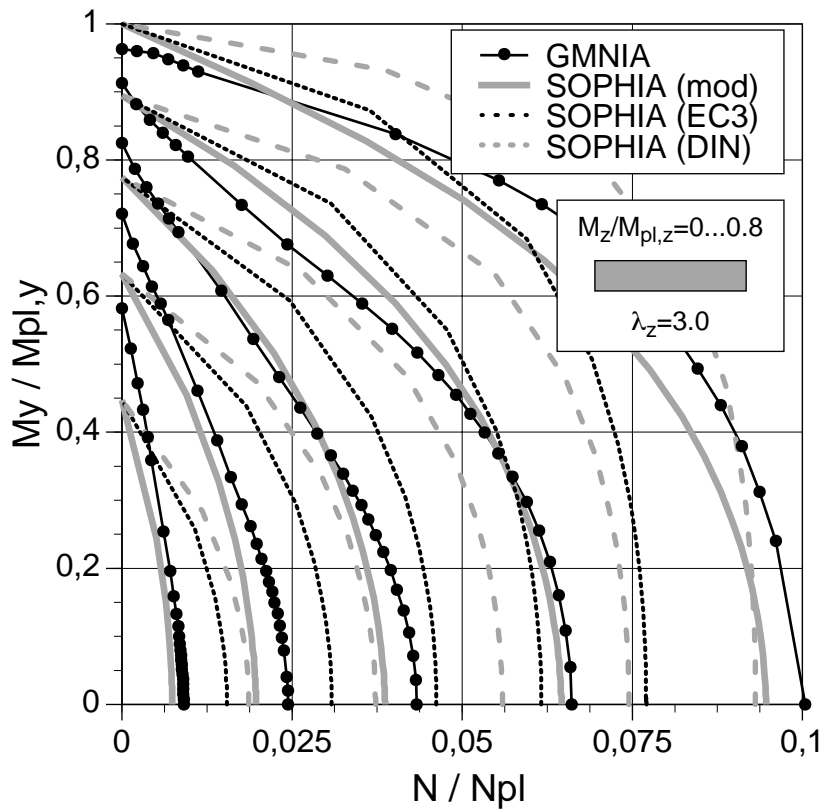


Bild 28. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 500, L=12.32 m, Lf A, BK

## 2.6 Querschnittsklassen nach Eurocode 3







Bei einer plastischen Tragwerksberechnung und plastischer Beanspruchbarkeit der Querschnitte (Berechnungsverfahren PP) müssen die Querschnitte im Bereich der Fließgelenke ein ausreichendes Rotationsvermögen aufweisen. Die Querschnitte müssen in diesem Fall der Klasse 1 entsprechen. Bei einer elastischen Tragwerksberechnung und plastischer Beanspruchbarkeit der Querschnitte (Berechnungsverfahren EP) müssen die Querschnitte der Klasse 1 oder Klasse 2 entsprechen. Für Querschnitte der Klasse 3 ist das Verfahren EE anzuwenden. Beim Bemessungsvorschlag wird entsprechend dieser Bedingungen das Verfahren EP beziehungsweise das Verfahren EE angewendet. In Tab. 4 sind für eine Reihe von Walzprofilen die Querschnittsklassen in Abhängigkeit der Spannungsverteilung angeführt. Daraus kann ein Überblick über die diesbezügliche Anwendbarkeit der einzelnen Walzprofile gewonnen werden.

*Anmerkung:* In der vorliegenden Arbeit wurden für die Parameterstudie die Profile IPE 200, IPE 500, HEB 300 und RHP 200/100/10 gewählt.

Das Profil IPE 200 repräsentiert einen I-Querschnitt der mittleren Abmessungsverhältnisse. Beim Profil IPE 500 ist die Flanscbreite zur Querschnittshöhe sehr klein. Dieses Profil stellt bezüglich der Querschnittsschlankheit einen oberen Grenzwert dar. Im Gegensatz dazu soll das Profil HEB 300 einen unteren Grenzwert bezüglich der Querschnittsschlankheit repräsentieren. Mit dem Profil RHP 200/100/10 wird die Anwendbarkeit für Hohlquerschnitte gezeigt.

Die Parameterstudie ist für Querschnitte der Klasse 1 und Klasse 2 mit der Stahlgüte Fe 360 gedacht. Der Steg des Profils IPE 500 fällt bei einer konstanten Spannungsverteilung  $f_y$  in die Klasse 3 (Tab. 4). Für viele Belastungskombinationen ist eine konstante Spannungsverteilung  $f_y$  nicht vorhanden und die Bedingung zumindest bezüglich Klasse 2 gegeben. Für jene Belastungskombinationen, in denen dies nicht zutrifft, wird das Profil so behandelt, als wäre es ein Querschnitt der Klasse 2.

Tab. 4. Querschnittsklassen für Walzprofile nach Eurocode 3

	Flansch $c/t_f$	Steg $d/t_w$	Flansch		Steg		Steg	
								
			Fe 360	Fe 510	Fe 360	Fe 510	Fe 360	Fe 510
IPE 100	4.8	18.2	1	1	1	1	1	1
IPE 200	5.9	28.4	1	1	1	2	1	1
IPE 300	7.0	35.0	1	1	2	4	1	1
IPE 400	6.7	38.5	1	1	3	4	1	1
IPE 500	6.3	41.8	1	1	3	4	1	1
IPE 600	5.8	42.8	1	1	4	4	1	1
HEA 100	6.3	11.2	1	1	1	1	1	1
HEA 200	10.0	20.6	1	3	1	1	1	1
HEA 300	10.7	24.5	2	3	1	1	1	1
HEA 400	7.9	27.1	1	1	1	2	1	1
HEA 500	6.5	32.5	1	1	1	3	1	1
HEA 600	6.0	37.4	1	1	2	4	1	1
HEA 700	5.6	40.1	1	1	3	4	1	1
HEA 800	5.4	44.9	1	1	4	4	1	1
HEA 900	5.0	48.1	1	1	4	4	1	1
HEA 1000	4.8	52.6	1	1	4	4	1	1
HEB 100	5.0	9.3	1	1	1	1	1	1
HEB 200	6.7	14.9	1	1	1	1	1	1
HEB 300	7.9	18.9	1	1	1	1	1	1
HEB 400	6.3	22.1	1	1	1	1	1	1
HEB 500	5.4	26.9	1	1	1	2	1	1
HEB 600	5.0	31.4	1	1	1	3	1	1
HEB 700	4.7	34.2	1	1	2	4	1	1
HEB 800	4.5	38.5	1	1	3	4	1	1
HEB 900	4.3	41.6	1	1	3	4	1	1
HEB 1000	4.2	45.7	1	1	4	4	1	1

Einleitend wird in diesem Abschnitt ein Überblick über die Grundlagen der einzelnen Methoden der Ermittlung der Traglasten gegeben. Weiters wird der Parameterbereich für die Parameterstudie dokumentiert. Die Ergebnisse der Parameterstudie sind in Interaktionsdiagrammen für  $N-M_y-M_z$  dargestellt und für die folgenden Versagensformen zusammengefaßt.

- Biegeknicken um die starke Achse infolge  $N-M_y$
- Biegeknicken um die schwache Achse infolge  $N-M_z$
- Biegeknicken infolge  $N-M_y-M_z$
- Biegedrillknicken infolge  $N-M_y-M_z$

Die Traglasten aus den materiell und geometrisch nichtlinearen Traglastanalysen der imperfekten Einzelstäbe wurden hierbei den Traglasten nach Eurocode 3 und dem Bemessungsvorschlag für Biegeknicken beziehungsweise Biegedrillknicken gegenübergestellt. Durch den Vergleich mit den Traglastanalysen kann die Güte der einzelnen Nachweismethoden für verschiedene Parameterbereiche erkannt werden. Die Interaktionsdiagramme ermöglichen somit eine Beantwortung der in der Problemstellung aufgezeigten Fragen. Es ist jedoch in den meisten Fällen keine allgemeingültige Antwort möglich, sondern eine Feststellung ist im allgemeinen an einen bestimmten Parameterbereich gebunden.

### 3.1 Traglastanalysen mit dem FE-Programm

Die materiell und geometrisch nichtlinearen Traglastanalysen wurden mit dem FE-Programm Abaqus durchgeführt. Für die Parameterstudie wurden zusätzlich Programme geschrieben, die eine übersichtliche Erstellung der einzelnen Inputfiles für Abaqus und die Verwaltung und Aufbereitung der Ergebnisse für die Darstellung in Interaktionsdiagrammen ermöglichten.

Das mechanische Modell für die Parameterstudie war ein Stabmodell. Für das Biegeknicken wurden die Stabelemente B31 und für das Biegedrillknicken die Stabelemente B31OS verwendet. Die Entscheidung für ein Stabmodell erfolgte aus zweierlei Gründen. Einerseits, weil Querschnitte der Klasse 1 und Klasse 2 untersucht wurden und lokales Beulen bei diesen kompakten Querschnitten nicht auftritt. Mit einem Schalenmodell werden in diesem Fall keine genaueren Ergebnisse als mit einem Stabmodell errechnet, vorausgesetzt, das verwendete Stabelement berücksichtigt alle weiteren wesentlichen Effekte eines Stabes für die nichtlinearen Analysen. Einzelne Vergleichsrechnungen von Schalenmodellen mit Stabmodellen zeigten keinen nennenswerten Unterschied in den Traglasten. Das Stabmodell wurde weiters gewählt, weil die umfangreiche Parameterstudie mit der zur Verfügung stehenden Hardware mit einem Schalenmodell aufgrund des vielfachen Rechenaufwandes nicht durchführbar gewesen wäre.

Weitere Angaben zum Programm sind im Abschnitt “Grundlagen der Traglastanalysen” auf Seite 194 zusammenfaßt. Ein Beispiel für einen Inputfile kann in “Masterinputfile” auf Seite 270 nachgelesen werden.

#### Geometrie

Der Umfang des Parameterbereichs bezüglich der Geometrie wurde auf doppelsymmetrische kompakte Querschnitte beschränkt. Zum einen, weil für Druck und Biegung dies die klassischen Querschnitte sind, und zum anderen, weil die vollplastische Beanspruchung genützt werden soll. Die Längen der Stäbe wurden so gewählt, daß sich je nach Versagensform entweder für die Achse z-z oder die Achse y-y eine bezogene Schlankheit von 0.5, 1.0, 1.5 oder 3.0 ergab (Tab. 5). Die baupraktisch unüblich hohe Schlankheit 3.0 wurde gewählt, um die Anwendbarkeit des Bemessungsvorschlags auch bei sehr schlanken Stäben zu untersuchen.

Tab. 5. Querschnitte und Stablängen für die Parameterstudie

[cm]	Biegeknicken um z-z				Biegeknicken um y-y		
IPE 200	107	214	321	642	386	773	1160
IPE 500	205	410	616	1232	955	1909	2864
HEB 300	363	727	1090	2180	611	1221	1832
RHP 200/100/10	188	375	563	1126	331	661	992
Schlankheit $\bar{\lambda}_z$ bzw $\bar{\lambda}_y$	0.5	1.0	1.5	3.0	0.5	1.0	1.5

Die Querschnittswerte für die verwendeten Profile sind in Tab. 6 zusammengefaßt. Die Querschnittsgeometrie wurde, im Gegensatz zu tatsächlichen Walzprofilen, ohne Berücksichtigung der Flanschausrundungen angenommen, weil das FE-Programm die Flanschausrundungen beim I-Querschnitt für Stabelemente nicht unterstützt. Auf das grundsätzliche Tragverhalten hat diese Annahme keinen Einfluß. Aufgrund der nicht berücksichtigten Flanschausrundungen weichen die in der Tab. 6 angegebenen Querschnittswerte etwas von den genormten Querschnittswerten ab.










Tab. 6. Querschnittswerte

[kN,cm]	A	$I_{yy}$	$I_{zz}$	$i_y$	$i_z$	$N_{pl}$	$M_{ply}$	$M_{plz}$
IPE 200	27.2	1845	142	8.23	2.28	640	4927	999
IPE 500	111.7	46190	2133	20.33	4.37	2626	49520	7520
HEB 300	142.8	24150	8550	13.00	7.74	3356	42080	20090
RHP 200/100/10	56.0	2777	895	7.04	4.00	1316	8272	4982


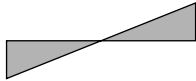
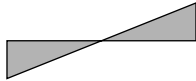
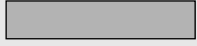






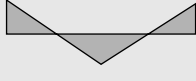
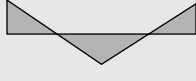

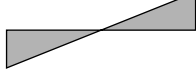

## Momentenverlauf

Die untersuchten Momentenverläufe mit den Bezeichnungen Lf A bis Lf H sind in Tab. 7 zusammengestellt. Die Normalkraft wirkt in allen Fällen konstant über die gesamte Stablänge. Für die Momente wurden entweder Endmomente oder Querlasten angenommen. Bei den Querlasten liegt der Angriffspunkt in der Schwerachse. Dies ist für Biegedrillknicken von Bedeutung. Bei den Momentenverläufen Lf D, Lf G und Lf H sind die Absolutwerte der Endmomente gleich groß. Beim Lf G ist der Wert in der Stabmitte gleich groß wie am Stabende. Der Momentenverlauf Lf H dient zur Überprüfung der Momentenbeiwerte bei gemischter Verwendung.

Tab. 7. Momentenverläufe  $M_y$  und  $M_z$  für die Parameterstudie

	Normalkraft N	Moment $M_y$	Moment $M_z$
Lf A			
Lf B			
Lf C			

Tab. 7. Momentenverläufe  $M_y$  und  $M_z$  für die Parameterstudie

	Normalkraft N	Moment $M_y$	Moment $M_z$
Lf D			
Lf E			
Lf F			
LF G			
LF H			

In den Traglastanalysen wurden die Belastungskomponenten bei Druck und zweiachsiger Biegung nicht gleichzeitig aufgebracht, sondern in einem ersten Schritt erfolgte eine vorgegebene Belastung mit einem Moment  $M_z$  und in einem zweiten Schritt gleichzeitig die Laststeigerung mit der Normalkraft N und dem Moment  $M_y$ . Das wesentliche Ergebnis der Traglastberechnung, der Laststeigerungsfaktor, ist damit auf N und  $M_y$  bezogen. Der Vorteil dieser Vorgangsweise ist die einfachere Darstellung der Ergebnisse in Diagrammen, weil damit Punkte der Interaktionskurven für vorgegebene Momente  $M_z$  erhalten werden (Isolinien). Bei gleichzeitiger Steigerung aller drei Belastungskomponenten N- $M_y$ - $M_z$  würde ein beliebiger Punkt auf der Interaktionsfläche N- $M_y$ - $M_z$  errechnet werden. Für die Darstellung dieser Interaktionsfläche in Form von Isolinien N- $M_y$  wären diese Kurven dann erst zu interpolieren. Die gewählte Vorgangsweise der Lastaufbringung war möglich, weil mehrere Vergleichsrechnungen keinen erkennbaren Einfluß der Reihenfolge der Lastaufbringung in diesen Fällen zeigten. Es ergaben sich die gleichen Traglasten, gleichgültig ob zuerst  $M_z$  und dann N- $M_y$  oder zuerst  $M_y$  und dann N- $M_z$  oder zuerst N und dann  $M_y$ - $M_z$  als Belastung aufgebracht wurden.

## Material

Für die Traglastanalysen der Parameterstudie wurde eine ideal elastisch-plastische Materialarbeitslinie mit den charakteristischen Werten für die Streckgrenze  $f_y=23.5 \text{ kN/cm}^2$  und für den Elastizitätsmodul  $E=21000 \text{ kN/cm}^2$  angenommen (Bild 29).



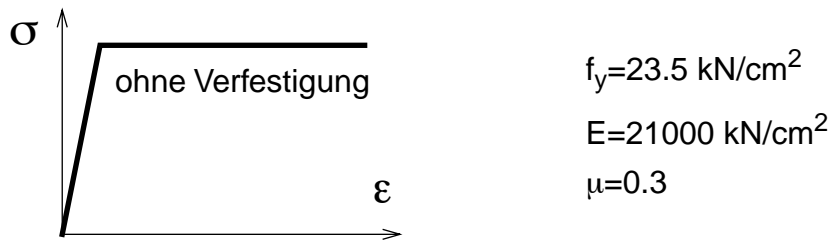


Bild 29. Ideal elastisch-plastisches Materialverhalten

Die Traglastanalysen wurden mit den charakteristischen Werten durchgeführt, d.h. der Teilsicherheitsbeiwert beträgt  $\gamma_M=1.0$ . Für die Berechnung der Traglasten nach Eurocode 3, DIN 18800 und dem Bemessungsvorschlag wurde daher ebenfalls der Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_M=1.0$  verwendet, um eine Gegenüberstellung zu ermöglichen.

## Geometrische Imperfektionen

Als geometrische Imperfektion kann für Stabilitätsuntersuchungen bei Stäben im allgemeinen die erste Eigenform aus einer elastischen Verzweigungsberechnung genommen werden. In manchen Fällen kann aber auch eine theoretische Imperfektion oder eine bereits berechnete Nachbeulform als Imperfektion von Bedeutung sein. Für realistische Traglasten müssen die geometrischen Imperfektionen aufgrund von Messungen und theoretischen Überlegungen festgelegt werden.

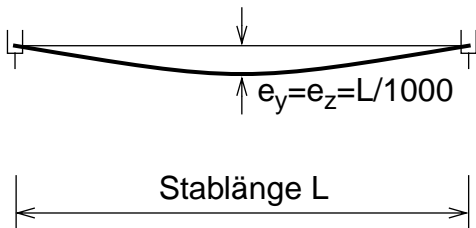
Die geometrischen Imperfektionen für die Parameterstudie wurden im allgemeinen als parabelförmige Vorkrümmungen gleichzeitig in beiden Richtungen mit einem Stich  $e=L/1000$  festgelegt (Bild 30). Der Grund für die Annahme der Stabvorkrümmung gleichzeitig in beiden Richtungen und weitere Studien über Form und Amplitude von geometrischen Imperfektionen werden im Abschnitt "Auswirkungen von Imperfektionen" auf Seite 212 besprochen. Eine Ausnahme bilden die Biegeknickuntersuchungen für eine bestimmte Richtung. Zum Beispiel wurde für das Biegeknicken um die starke Achse mit gesperrter Verschiebung quer zur schwachen Achse natürlich nur eine Imperfektion in Richtung der möglichen Ausweichform angenommen. Die Richtung der Imperfektion wurde natürlich derart gewählt, daß sie mit der Vorbeulverformung aus der Momentenbelastung übereinstimmte.

Für den Lastfall B wurden auch parabelförmige Imperfektionen untersucht, bei denen der maximale Stich nicht in der Stabmitte sondern näher beim maximalen Moment lag. Die Traglasten änderten sich dadurch jedoch nur geringfügig und es wurde daher auch für diesen Lastfall der maximale Stich der Imperfektion in der Stabmitte angenommen.

Für das Biegedrillknicken bei entgegengesetzten Endmomenten (Lf D) und geringen Normalkräften wurde der S-förmigen Stabvorkrümmung eine Vorverdrehung um die Stablängsachse überlagert (Bild 30). Der Stich der S-förmigen Stabvorkrümmung beträgt  $L/2000$ . Diese Imperfektion wurde im Gegensatz zur sonst üblichen Annahme in dieser Arbeit nur in Richtung quer zum Steg angesetzt. Die Größe der überlagerten parabelförmigen Vorverdrehung wurde derart gewählt, daß die Imperfektion der Flansche in Stabmitte  $\pm L/1000$  betrug.

Diese Imperfektionsform führt bei schlanken Stäben unter dieser Belastung zu deutlich geringeren Traglasten als eine parabelförmige Stabvorkrümmung (Bild 253).

Parabelförmige Stabvorkrümmung in beiden Richtungen



S-förmige Stabvorkrümmung und Vorverdrehung um die Achse x-x

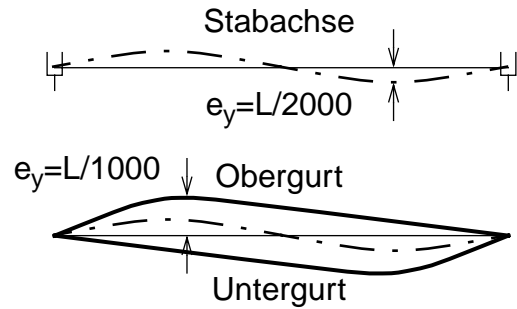


Bild 30. Geometrische Imperfektionen

### Strukturelle Imperfektionen

Bei den Traglastanalysen wurden von den strukturellen Imperfektionen nur Eigenspannungen berücksichtigt. Die Verteilung der Eigenspannungen für die gewählten Querschnitte ist in Bild 31 ersichtlich. Die Definition der Eigenspannung erfolgt im FE-Programm in den Integrationspunkten. Entlang der Flansche und der Stege wurden jeweils 17 Integrationspunkte definiert. Über den I-Querschnitt sind somit 49 Integrationspunkte vorhanden. Über die Länge des Stabes wurden 100 Elemente verwendet. Die Definition der Eigenspannungen und die Berechnung der Fließzonenbereiche kann damit ausreichend genau erfolgen.

Der Einfluß von Eigenspannungen auf die Traglast ist im Abschnitt "Auswirkungen von Imperfektionen" auf Seite 212 anhand von einigen Beispielen dargestellt.

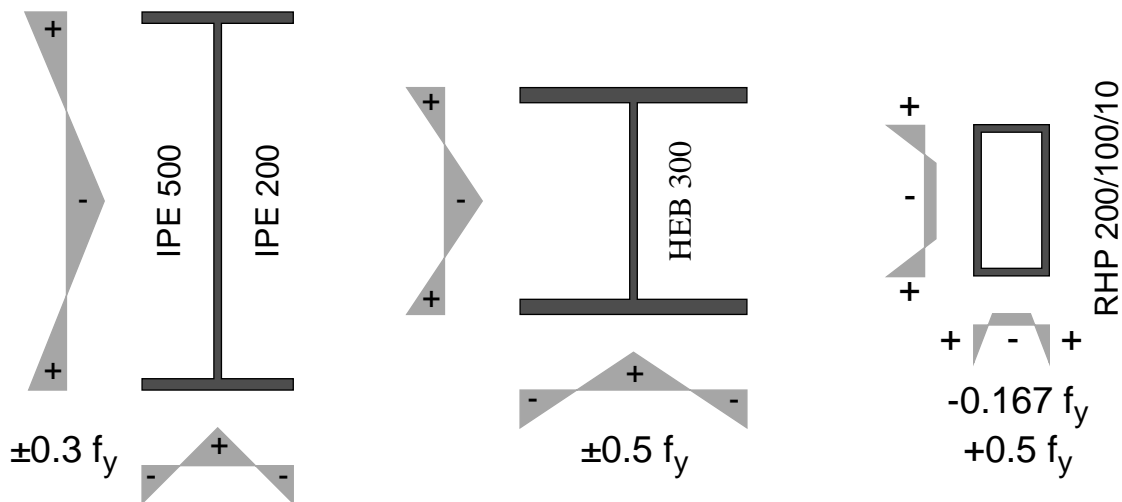


Bild 31. Eigenspannungen

## Randbedingungen

An den Enden der Einzelstäbe wurden Gabellagerungen angenommen. Für die Biegeknickberechnungen wurde die Verdrehung des Stabes um die Längsachse  $\phi_x$  verhindert. Die Definition der Randbedingungen wird im verwendeten FE-Programm auf das anfängliche Knotenkoordinatensystem bezogen. Damit ändert sich bei einer Verformung des Stabes die Richtung der verhinderten Verdrehung nicht. Bei großen Verformungen im Nachbeulbereich weicht die Richtung der aktuellen Stablängsachse von der Richtung der Dreh Sperre ab (Bild 32). Für die Berechnung des Nachbeulbereichs ist dies zu beachten. Für die Traglasten der Parameterstudie dürfte dieser Einfluß nicht bedeutend sein, weil die Maxima der Traglasten bereits bei relativ kleinen Verformungen erreicht werden.

Die Sperre der Verdrehung um die Stablängsachse bei einer gleichzeitig freien Verschiebung des Querschnitts in beide Hauptachsenrichtungen ist in der Praxis ein sicherlich nicht häufig vorkommender Fall. Diese Randbedingung wurde aber gewählt, um das Biegedrillknicken zu verhindern und damit die in der DIN 18800 und im Eurocode 3 vorhandene Trennung in Biegeknicken und Biegedrillknicken auch bei den Traglastanalysen zu erhalten.

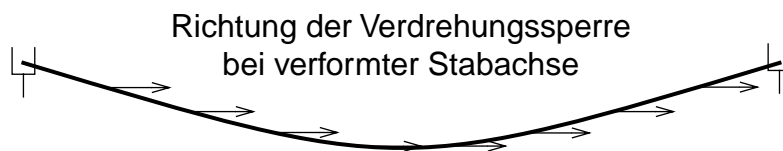


Bild 32. Verhinderung der Verdrehung um die Stablängsachse

Für das Biegeknicken um die starke Achse  $y-y$  wurde neben der gesperrten Verdrehung um die Längsachse auch die Verschiebung quer zur schwachen Achse  $z-z$  verhindert. Für das Biegeknicken um die schwache Achse  $z-z$  wurde die Verschiebung quer zur starken Achse  $y-y$  gesperrt.

Für die Biegedrillknickberechnungen wurden keine Verformungsbehinderungen zwischen den Gabellagerungen angenommen. An den Stabenden kann sich der Querschnitt frei verwölben (Tab. 8 und Bild 33). Mit diesen Randbedingungen ergeben sich kleinere Traglasten als bei einer zusätzlichen Verformungsbehinderung zwischen den Stabenden. Für den gabelgelagerten Einzelstab ist also die Traglast für Biegedrillknicken kleiner oder gleich der Traglast für Biegeknicken. Beim Hohlprofil ergeben sich die gleichen Traglasten für Biegedrillknicken wie für Biegeknicken aufgrund der hohen Torsionssteifigkeit. Das Biegedrillknicken muß in diesem Fall also nicht untersucht werden. Beim I-Querschnitt fallen die Traglasten für Biegedrillknicken und Biegeknicken bei zentrischer Druckbeanspruchung zusammen, weil praktisch nur ein Ausweichen quer zur schwachen Achse auftritt. Das Drillknicken ist bei zentrischem Druck für doppelsymmetrische I-Querschnitte nur bei gebundener Drehachse bedeutend.

Tab. 8. Randbedingungen für Zwischenknoten und Endknoten des Einzelstabes

Freiheitsgrad	v	w	$\phi_x$
Biegeknicken um y-y	0	frei	0
Biegeknicken um z-z	frei	0	0
Biegeknicken um y-y oder z-z	frei	frei	0
Biegedrillknicken	frei	frei	frei
Gabellagerung	0	0	0

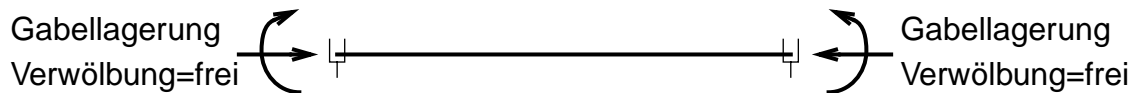


Bild 33. Randbedingungen für Biegedrillknicken

## Berechnungsfälle

In Tab. 9 sind alle Berechnungsfälle der Parameterstudie zusammengestellt. Für die baupraktisch unüblich hohe Schlankheit  $\bar{\lambda} = 3.0$  wurden auch einige Fälle berechnet, um Vergleiche in diesem Parameterbereich zu haben. Für Biegeknicken um y-y beziehungsweise Biegeknicken um z-z sind jeweils drei Schlankheiten  $\bar{\lambda} = 0.5, 1.0$  und  $1.5$  in einem Interaktionsdiagramm zusammengefaßt. Für Biegeknicken um y-y oder z-z beziehungsweise Biegedrillknicken entspricht ein Feld in der Tab. 9 einem Interaktionsdiagramm. Insgesamt ergeben sich aus diesen Berechnungsfällen 176 Interaktionsdiagramme mit im allgemeinen über 100 Traglastanalysen je Interaktionsdiagramm.

Tab. 9. Berechnungsfälle für die Parameterstudie

Querschnitt		IPE 200				IPE 500				HEB 300				RHP 200			
Schlankheit		0.5	1.0	1.5	3.0	0.5	1.0	1.5	3.0	0.5	1.0	1.5	3.0	0.5	1.0	1.5	3.0
Biegeknicke um y-y infolge N-M <sub>y</sub>	Lf A	■				■				■				■			
	Lf B	■				■				■				■			
	Lf D	■				■				■				■			
	Lf E	■				■				■				■			
	Lf F	■				■				■				■			
	Lf G	■				■				■				■			
Biegeknicke um z-z infolge N-M <sub>z</sub>	Lf A	■				■				■				■			
	Lf B	■				■				■				■			
	Lf D	■				■				■				■			
	Lf E	■				■				■				■			
	Lf F	■				■				■				■			
	Lf G	■				■				■				■			
Biegeknicke um y-y oder z-z infolge N-M <sub>y</sub> -M <sub>z</sub>	Lf A	■				■				■				■			
	Lf B	■				■				■				■			
	Lf C	■				■				■				■			
	Lf D	■				■				■				■			
	Lf E	■				■				■				■			
	Lf F	■				■				■				■			
	Lf G	■				■				■				■			
	Lf H	■				■				■				■			
Biegedrillknicken	Lf A	■				■				■				■			
	Lf B	■				■				■				■			
	Lf C	■				■				■				■			
	Lf D	■				■				■				■			
	Lf F	■				■				■				■			

## 3.2 Traglastberechnungen mit den Bemessungsregeln

Für die Nachweismethode nach Eurocode 3 und dem Bemessungsvorschlag wurden Programme geschrieben, die iterativ die Traglasten für einen Ausnutzungsgrad von 100% ermitteln. Biegeknicken und Biegedrillknicken wurde entsprechend der Traglastanalysen getrennt untersucht. Die Beanspruchbarkeit des Querschnitts wurde jeweils mitberücksichtigt. Der Parameterbereich für die Stabgeometrie und die Belastung ist derselbe wie für die nichtlinearen Traglastanalysen. Die graphische Gegenüberstellung der Ergebnisse erfolgte in den Interaktionsdiagrammen der Parameterstudie.

**Eurocode 3:** Die Traglasten berücksichtigen den Querschnittsnachweis nach Eurocode 3 Gl. (35) und den Biegeknicknachweis beziehungsweise den Biegedrillknicknachweis nach Eurocode 3. Das ideale Biegedrillknickmoment für den Biegedrillknicknachweis wurde nach Eurocode 3 Anhang F berechnet. Für das Biegeknicken bei Druck und einachsiger Biegung wurden zusätzlich die Traglasten nach dem Konzept der DIN 18800 Gl. (24) berechnet. Der Interaktionsbeiwert  $k_y$  wurde dabei nach Eurocode 3 berechnet. Die diesbezüglich geringfügige Differenz zwischen dem Eurocode 3 und der DIN 18800 wurde also vernachlässigt.

Für die Gegenüberstellung der Traglasten mit den Ergebnissen der nichtlinearen Traglastanalyse wurde der Teilsicherheitsfaktor  $\gamma_M=1.0$  verwendet. Die verwendeten charakteristischen Festigkeitswerte für das Material betragen  $f_y=23.5 \text{ kN/cm}^2$  und  $E=21000 \text{ kN/cm}^2$ . Die Querschnittswerte wurden ohne Berücksichtigung der Flanschabmessungen berechnet, damit die gleiche Querschnittsgeometrie wie bei der nichtlinearen Traglastanalyse zugrundegelegt ist. Die Stegdicke und die Flanschdicke entspricht den genormten Walzprofilabmessungen.

Für den Momentenverlauf Lf C wurden bei der Berechnung nach Eurocode 3 zugehörige Momente  $M_y$  und  $M_z$  verwendet. Bei einer Verwendung von Maximalwerten würden sich die gleichen Interaktionsdiagramme wie für den Momentenverlauf Lf B ergeben.

Die Interaktionsformel nach Eurocode 3 wurde für die Programmierung in Gl. (108) umgeformt. Das Ergebnis einer Traglastermittlung ist der Laststeigerungsfaktor LPF. Der Faktor ergibt sich durch eine Iteration aus der Bedingung, daß der Ausnutzungsgrad gleich 1 ist. Die Werte der Referenzlast  $m_{ref,z}$  zur Darstellung der Interaktionsfläche  $N-M_y-M_z$  wurden mit 0.0, 0.2, 0.4, 0.6 und 0.8 festgelegt. Die Interaktionsfläche  $N-M_y-M_z$  wird also mit fünf Interaktionskurven für konstante Momentenverhältnisse  $M_z/M_{pl,z}$  dargestellt. Die Referenzlasten  $n_{ref}$  und  $m_{ref,y}$  wurden derart gewählt, daß die berechneten Interaktionspunkte gleichmäßig auf den Interaktionskurven  $N-M_y$  verteilt waren und somit möglichst glatte Kurven in der graphischen Darstellung gezeichnet werden konnten.

$$\gamma_{M1} \left( \frac{LPF \cdot n_{ref}}{\kappa_{min}} + k_y \cdot LPF \cdot m_{ref,y} + k_z \cdot m_{ref,z} \right) = 1 \quad (108)$$

$$\frac{N}{N_{pl}} = LPF \cdot n_{ref}$$

$$\frac{M_y}{M_{pl, y}} = LPF \cdot m_{ref, y} \quad (109)$$

$$\frac{M_z}{M_{pl, z}} = m_{ref, z}$$

**Bemessungsvorschlag:** Für die Berechnung der Traglasten nach dem Bemessungsvorschlag SOPHIA wurden die in dieser Arbeit angegebenen Gleichungen verwendet. Bezüglich der Querschnittsgeometrie und der Materialdaten gilt das selbe wie für die Bemessungsregeln nach Eurocode 3. Es wurde der Querschnittsnachweis am Stabende und im Bereich der Feldmitte geführt und die maßgebende Traglast für die Darstellung verwendet. Für den Lastfall Lf E, Lf F und Lf H ist in Stabmitte auch der normale Querschnittsnachweis ohne Momentenbeiwert  $C_M$  zu betrachten. Dieser Nachweis ist dann maßgebend, wenn die Schnittkraftverminderung infolge des Momentenbeiwerts  $C_M$  größer ist als die Schnittkraftherhöhung durch den Effekt der Theorie 2. Ordnung.

Das Biegeknicken um die starke Achse beziehungsweise das Biegeknicken um die schwache Achse wurde mit den selben Gleichungen wie der allgemeine Biegeknickfall berechnet. Es wurde nur die jeweilige Abstützlänge zu Null gesetzt, um den speziellen Biegeknickfall zu erhalten.

Für den Bemessungsvorschlag wurden zahlreiche Annahmen für die modifizierte Ersatzimperfection mit den Traglastanalysen verglichen. Die Vergleiche mit den anderen gewählten Annahmen für die Ersatzimperfection sind in der vorliegenden Arbeit nicht enthalten.

### 3.3 Biegeknicken um die Achse y-y infolge N-M<sub>y</sub>

In den Interaktionsdiagrammen Bild 34 bis Bild 57 sind die Ergebnisse aus den nichtlinearen Traglastanalysen den Traglasten nach dem Bemessungsvorschlag und nach Eurocode 3 für Biegeknicken bei Druck und einachsiger Biegung gegenübergestellt. Das Moment  $M_z$  ist Null. Die Einzelstäbe sind an den Stabenden gabelgelagert. Die Ausweichrichtung quer zur schwachen Achse z-z und die Verdrehung um die Längsachse ist gesperrt. Die Berechnungen wurden für verschiedene Querschnitte, Momentenverläufe und Schlankheiten durchgeführt. Ein Interaktionsdiagramm gilt für einen bestimmten Querschnitt und Momentenverlauf. Der Parameter für die einzelnen Interaktionskurven ist die bezogene Schlankheit  $\bar{\lambda}_y$ . Die Werte betragen  $\bar{\lambda}_y=0.5, 1.0$  und  $1.5$ . Ein Interaktionsdiagramm stellt somit für einen bestimmten Querschnitt und Momentenverlauf die Interaktionskurven N-M<sub>y</sub> für drei verschiedene Schlankheiten dar. Die einzelnen Interaktionskurven bestehen aus geraden Verbindungen von jeweils etwa 25 Interaktionspunkten.

#### Schlußfolgerungen

Aus dem Vergleich der Interaktionsdiagramme kann folgendes vorweg für das Biegeknicken um y-y für den untersuchten Parameterbereich zusammengefaßt werden.

**Traglastanalysen:** Die Form der Interaktionskurven wird vor allem durch den Momentenverlauf beeinflusst. Der Lf A, konstantes Moment über die gesamte Stablänge, bewirkt die größte Unterlinearität der Interaktionskurven. Auch für den häufig vorkommenden Lf F, die Gleichlast, ist noch eine geringe Unterlinearität festzustellen. Das bedeutet, daß der Interaktionsfaktor für den Momentenanteil größer als 1.0 ist. In der DIN 4114 und der ÖNorm B4600 wurde in der Interaktionsformel für das Biegeknicken der konstante Interaktionsfaktor 0.9 verwendet. Mit diesem Faktor werden also solche Lastfälle diesbezüglich unsicher bemessen. Eine stark überlineare Interaktionskurve ergibt sich für den Lf D mit dem durchschlagenden Momentenverlauf. In diesem Fall ist der Interaktionsfaktor bedeutend kleiner als 1.0. Die ÖNorm liegt hier diesbezüglich auf der sicheren Seite.

Eine bedeutende Abhängigkeit von der Querschnittsform konnte für die untersuchten Querschnitte für Biegeknicken um die starke Achse nicht festgestellt werden. Dies scheint auch plausibel, denn für diesen Stabilitätsfall ist zwischen dem I-Querschnitt und dem Hohlprofil kein grundsätzlicher Unterschied. Die Schlankheit beeinflusst die prinzipielle Form der Interaktionskurven ebenfalls nur gering.

**Eurocode 3:** Die Traglasten nach Eurocode 3 stimmen für zentrischen Druck gut mit den Traglastanalysen überein. Die Europäischen Knickspannungslinien beziehungsweise die Traglastanalysen werden damit bestätigt. Die Interaktionskurven für den Lastfall Lf A werden durch die Interaktionsgleichung relativ gut wiedergegeben. Der Lastfall Lf B weicht vor allem bei einem geringen Normalkraftanteil etwas stärker von den Traglastanalysen ab. Der Lastfall Lf D wird geringfügig besser wiedergegeben als mit dem Bemessungsvorschlag. Der Lastfall Lf E, Lf F und Lf G weist eine zwischen dem Lastfall Lf A und dem Lastfall Lf B liegende Charakteristik auf.

**Bemessungsvorschlag:** Die Übereinstimmung der Traglasten nach SOPHIA mit den Traglastanalysen ist für den untersuchten Parameterbereich beinahe durchwegs besser als dies nach Eurocode 3 der Fall ist.



Bei einachsiger Biegung mit einem geringen Normalkraftanteil liegt der Bemessungsvorschlag zum Teil etwas auf der unsicheren Seite. Dies resultiert vorwiegend aus der verwendeten Querschnittsinteraktion nach Eurocode 3, die in diesen Bereichen auf der unsicheren Seite liegt.

### Bezeichnungen

- GMNIA geometrisch und materiell nichtlineare Analyse des imperfekten Stabes
- SOPHIA Bemessungsvorschlag
- EC 3 Bemessungsregel nach Eurocode 3

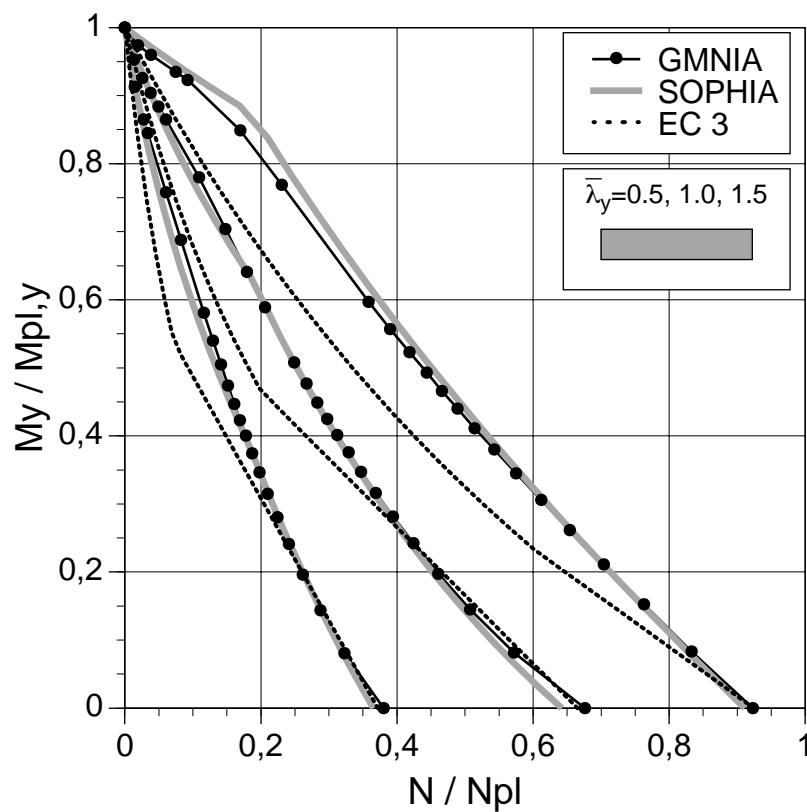


Bild 34. Interaktion N- $M_y$  für IPE 200, Lf A

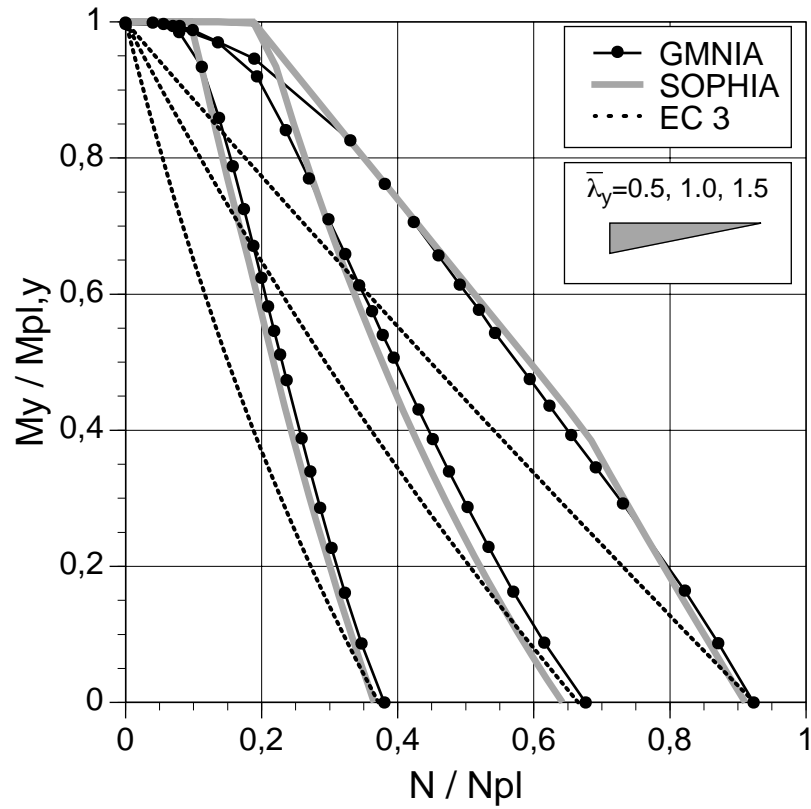


Bild 35. Interaktion N- $M_y$  für IPE 200, Lf B

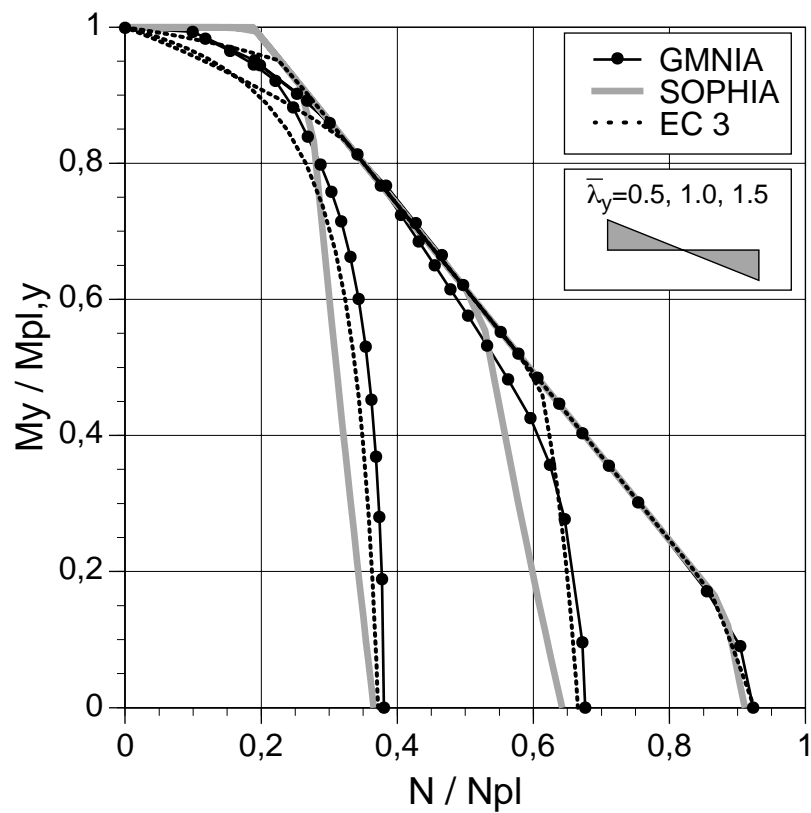


Bild 36. Interaktion N- $M_y$  für IPE 200, Lf D

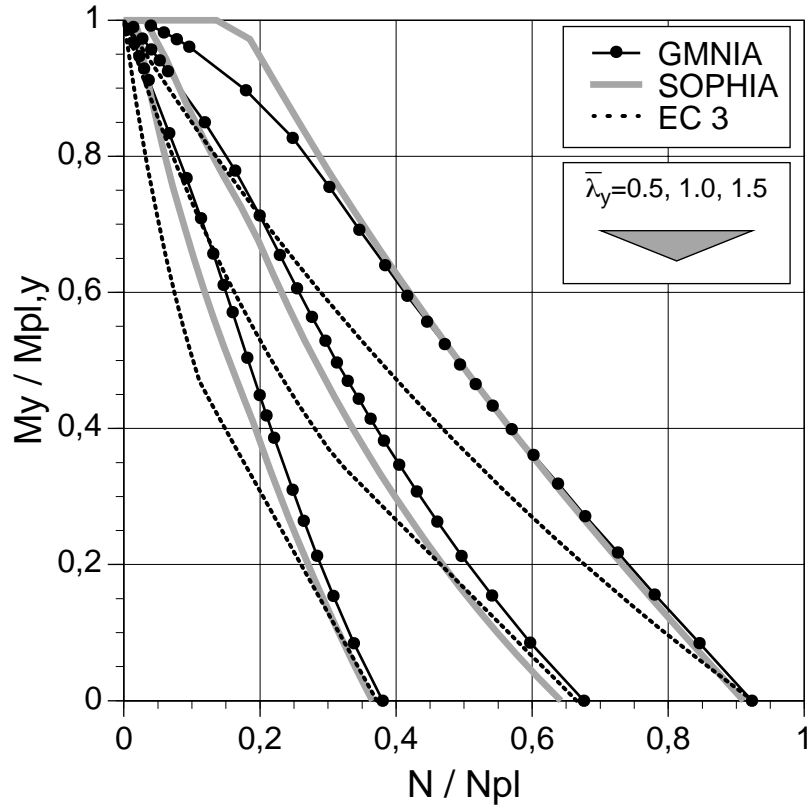


Bild 37. Interaktion N- $M_y$  für IPE 200, Lf E

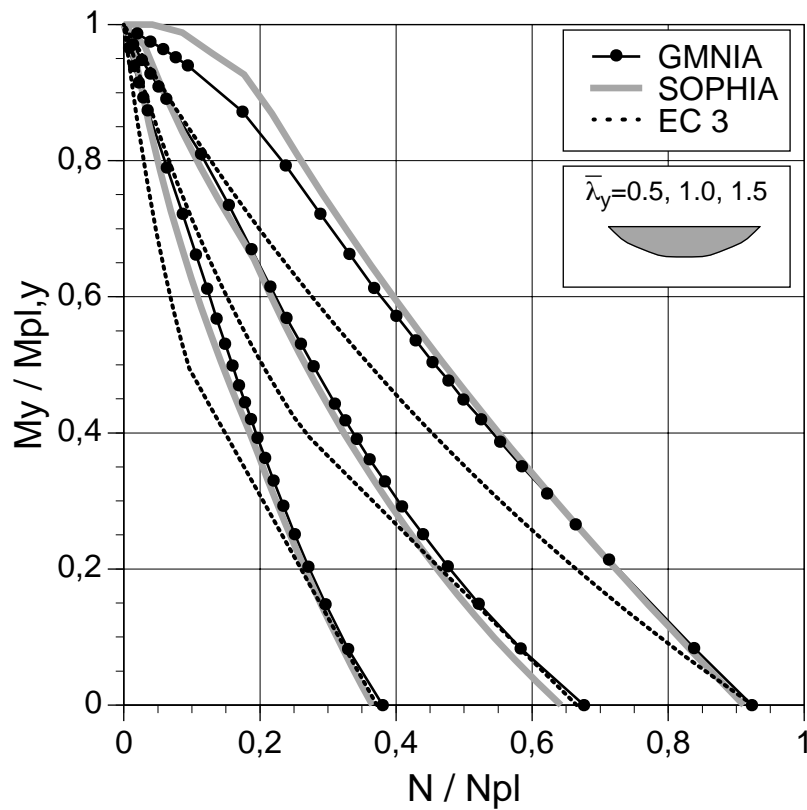


Bild 38. Interaktion N- $M_y$  für IPE 200, Lf F

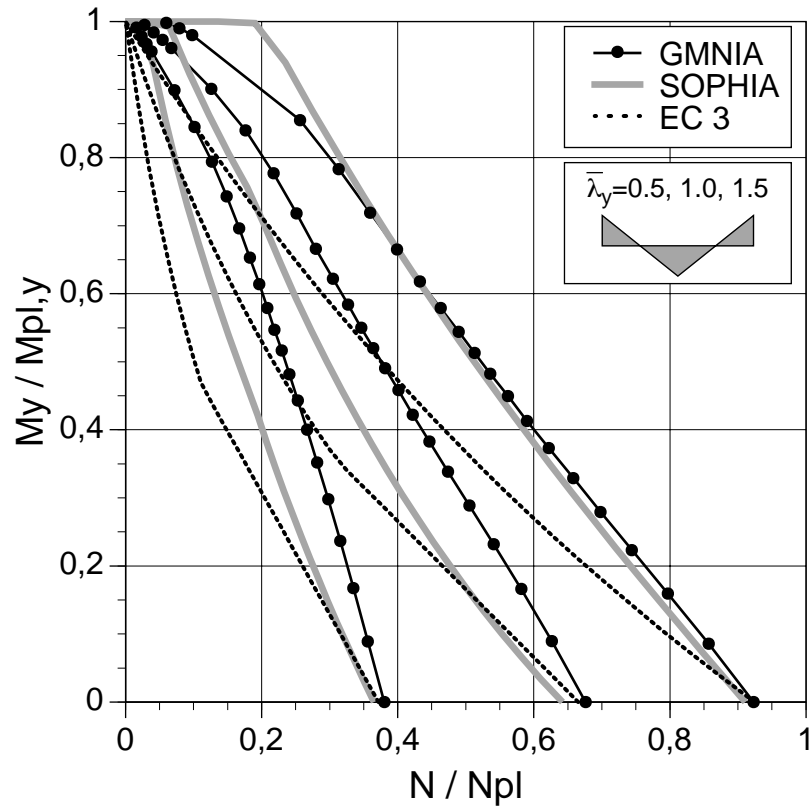


Bild 39. Interaktion N- $M_y$  für IPE 200, Lf G

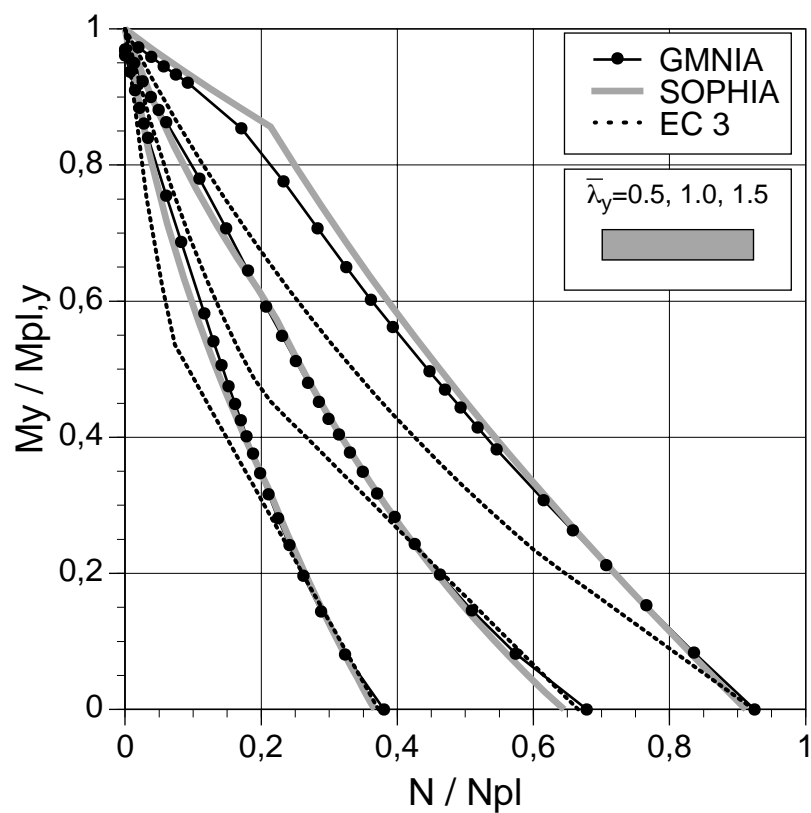


Bild 40. Interaktion N- $M_y$  für IPE 500, Lf A

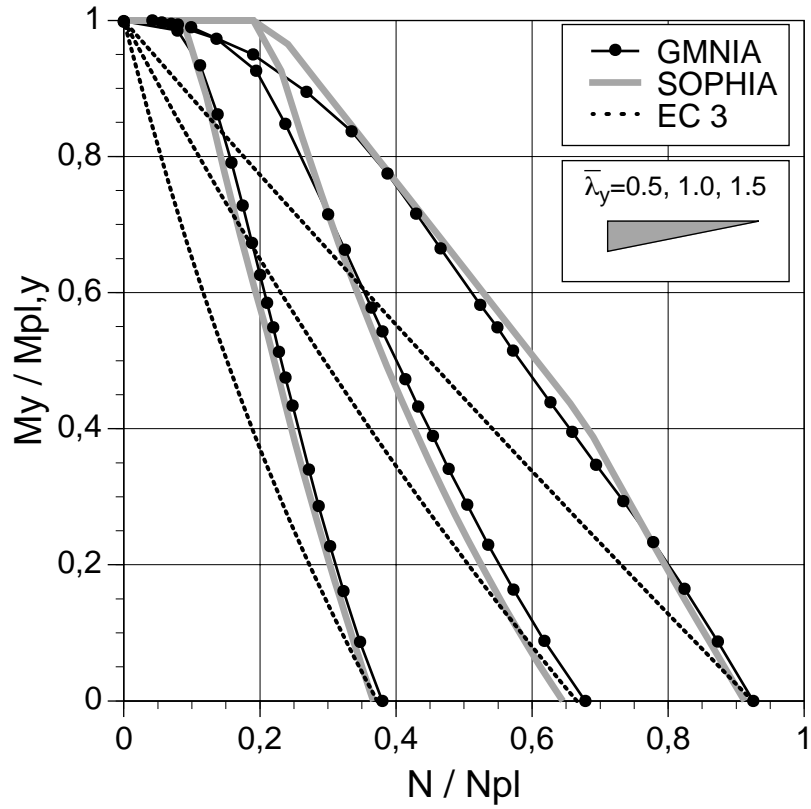


Bild 41. Interaktion N- $M_y$  für IPE 500, Lf B

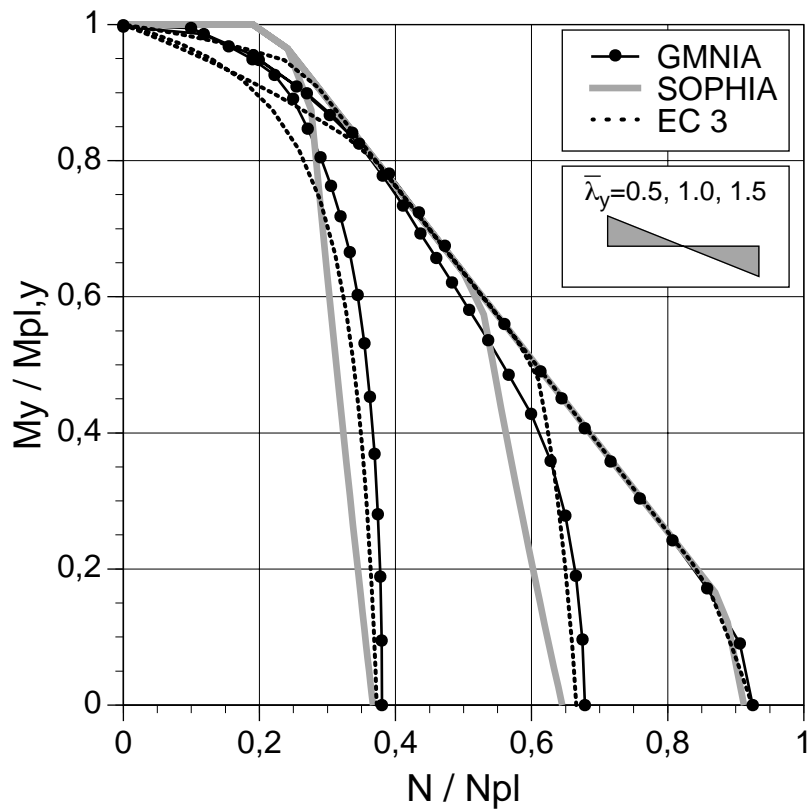


Bild 42. Interaktion N- $M_y$  für IPE 500, Lf D

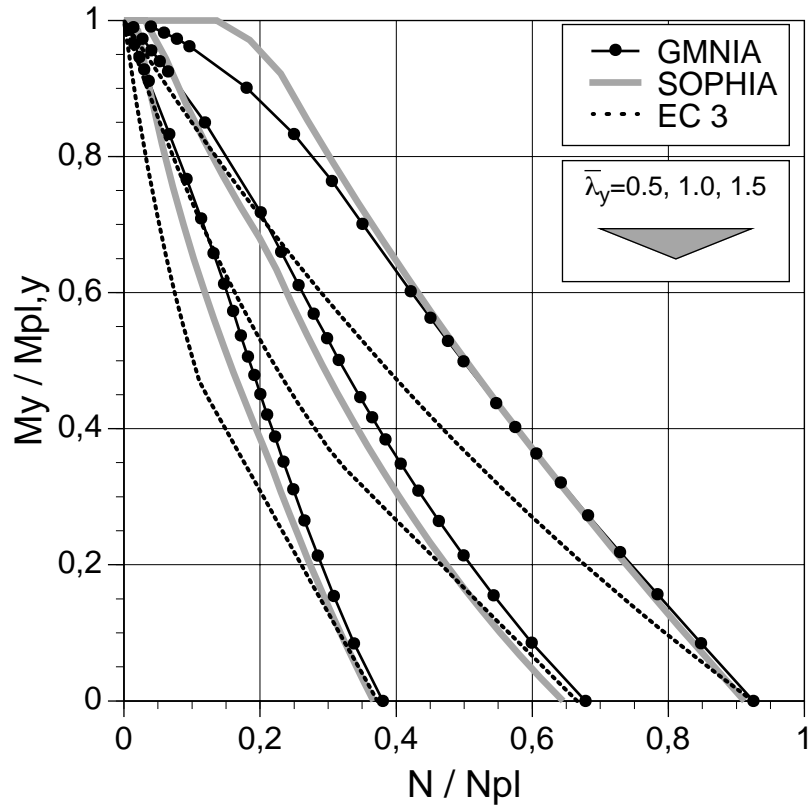


Bild 43. Interaktion N- $M_y$  für IPE 500, Lf E

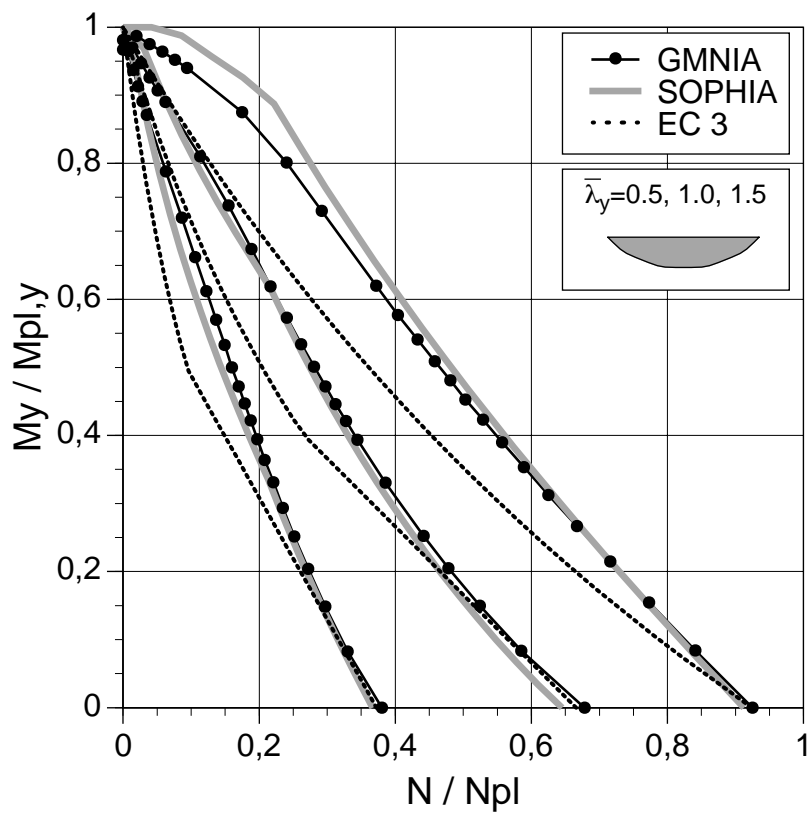


Bild 44. Interaktion N- $M_y$  für IPE 500, Lf F

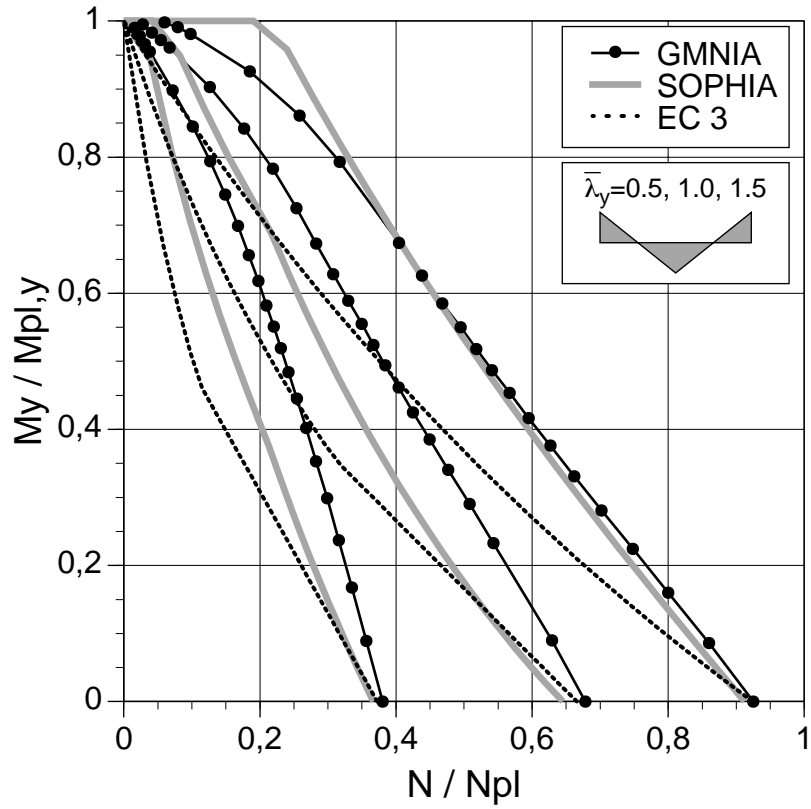


Bild 45. Interaktion N- $M_y$  für IPE 500, Lf G

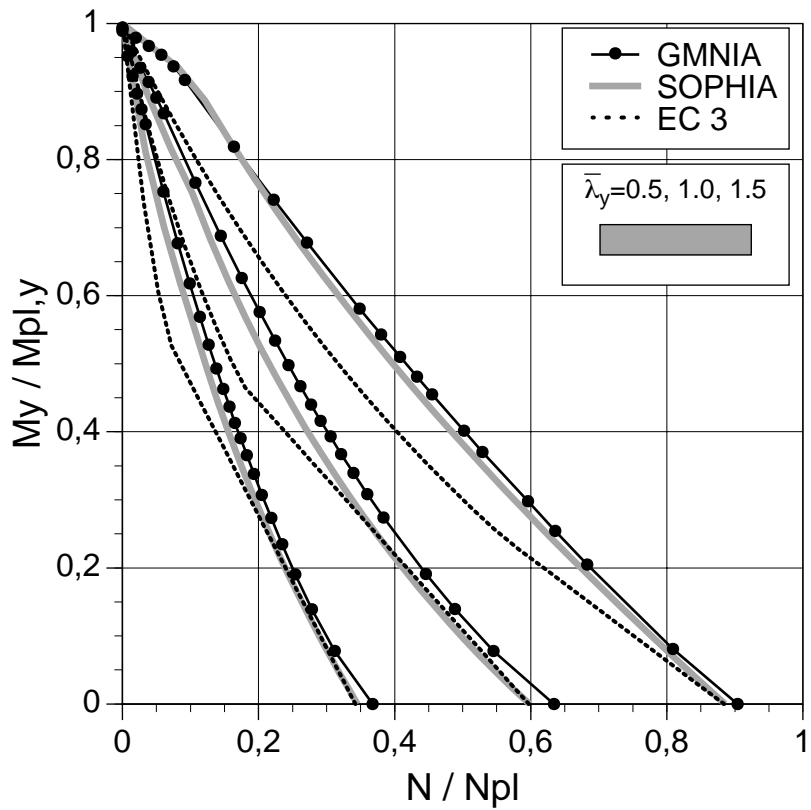


Bild 46. Interaktion N- $M_y$  für HEB 300, Lf A

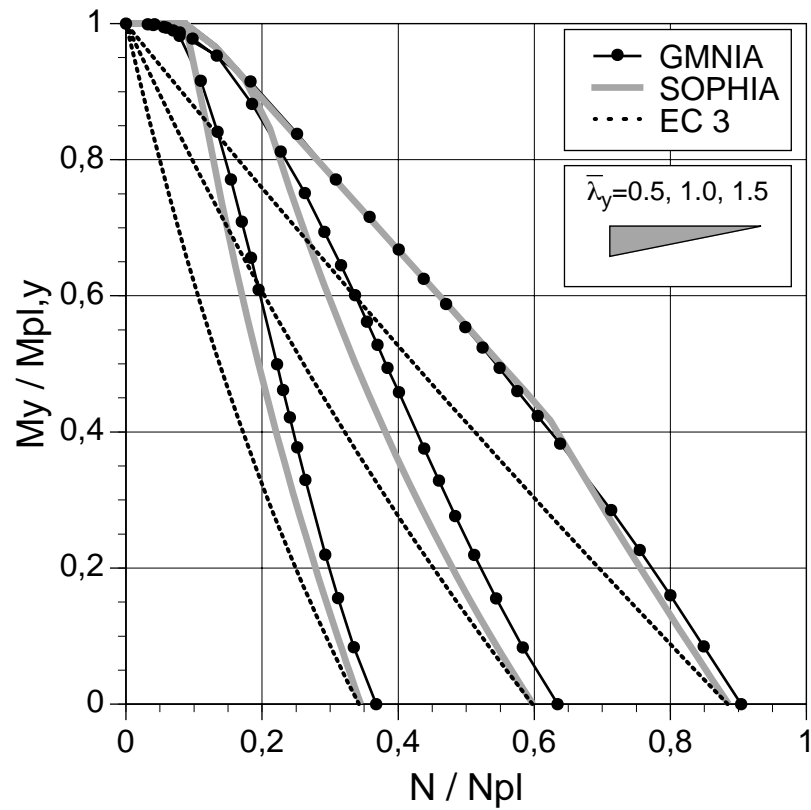


Bild 47. Interaktion N- $M_y$  für HEB 300, Lf B

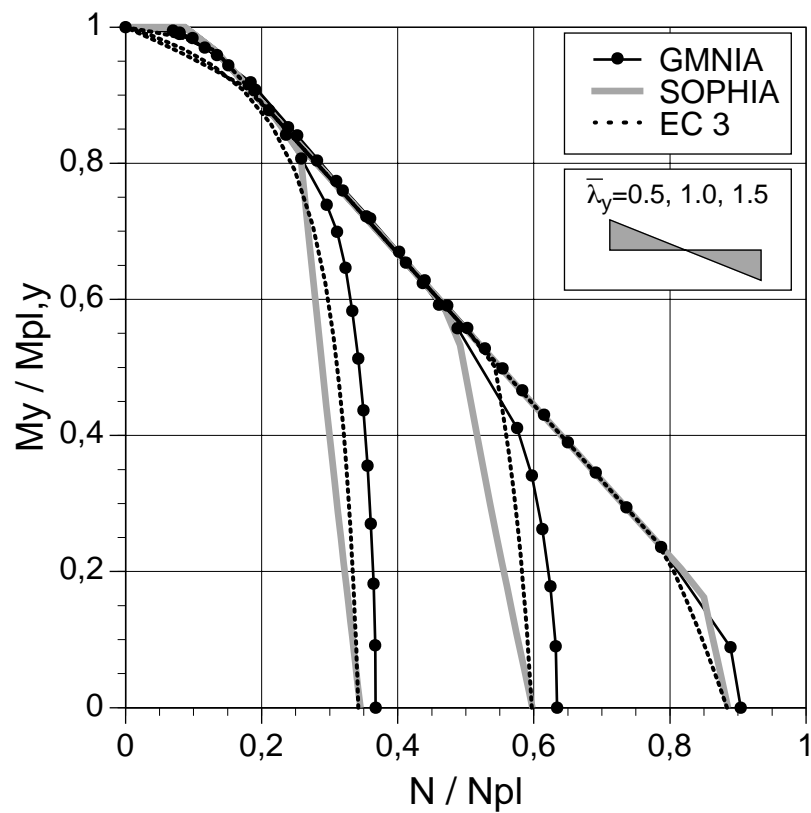


Bild 48. Interaktion N- $M_y$  für HEB 300, Lf D



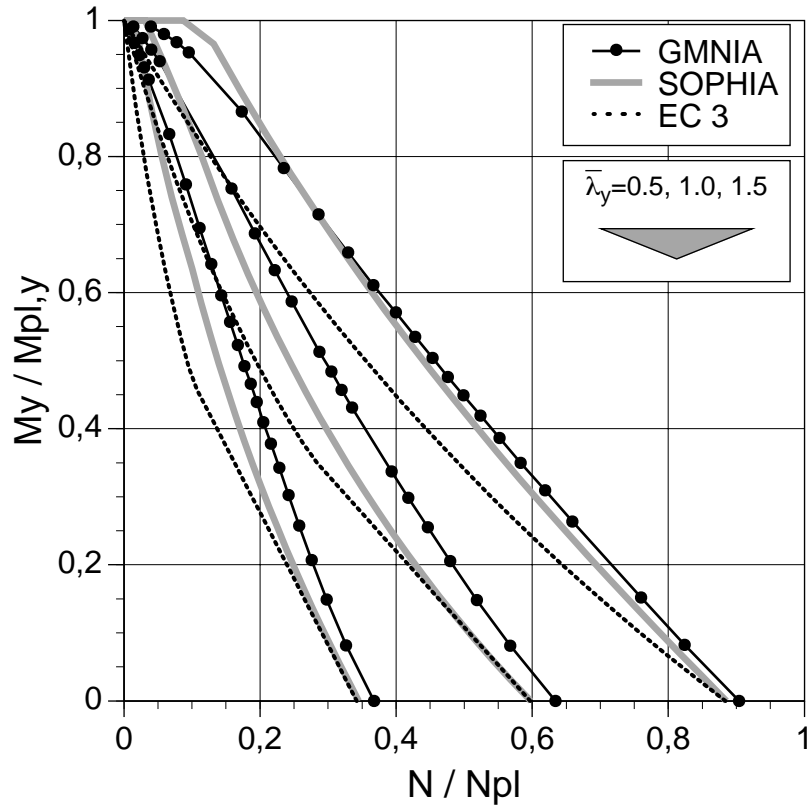


Bild 49. Interaktion N- $M_y$  für HEB 300, Lf E

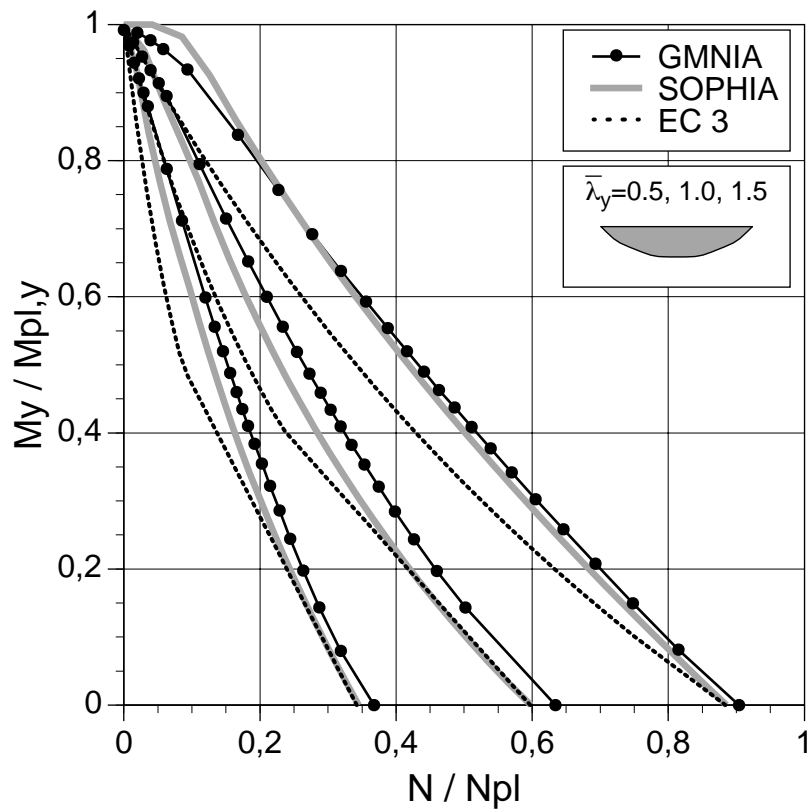


Bild 50. Interaktion N- $M_y$  für HEB 300, Lf F

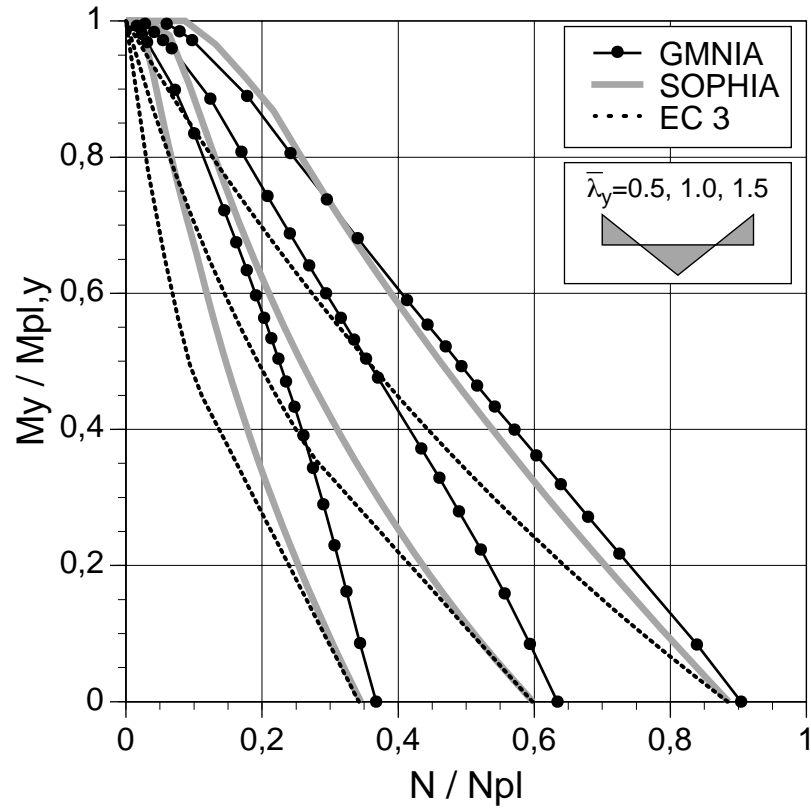


Bild 51. Interaktion N- $M_y$  für HEB 300, Lf G

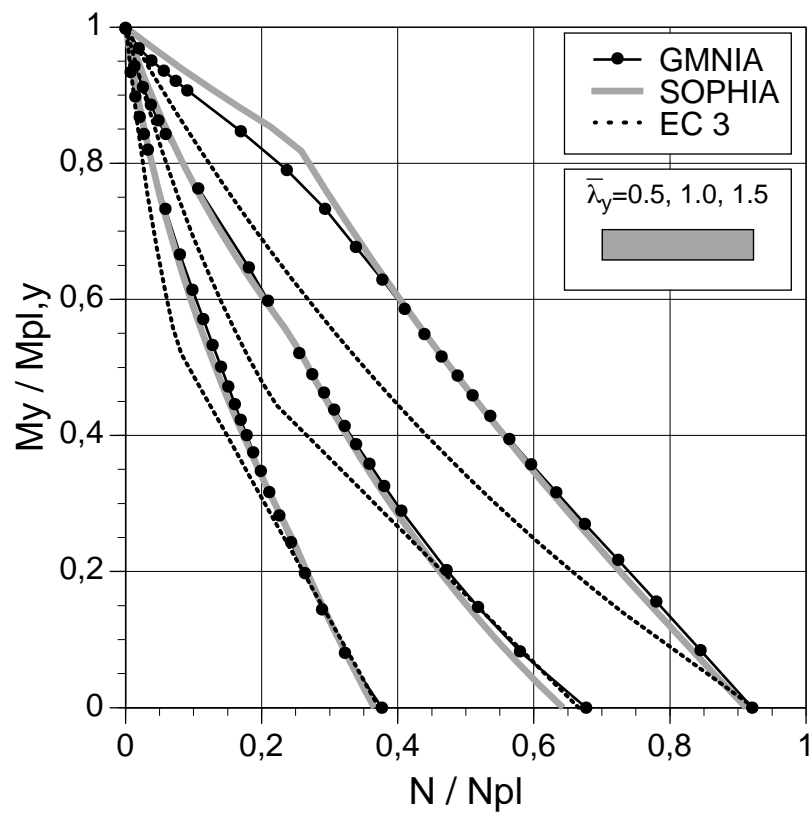


Bild 52. Interaktion N- $M_y$  für RHP 200/100/10, Lf A

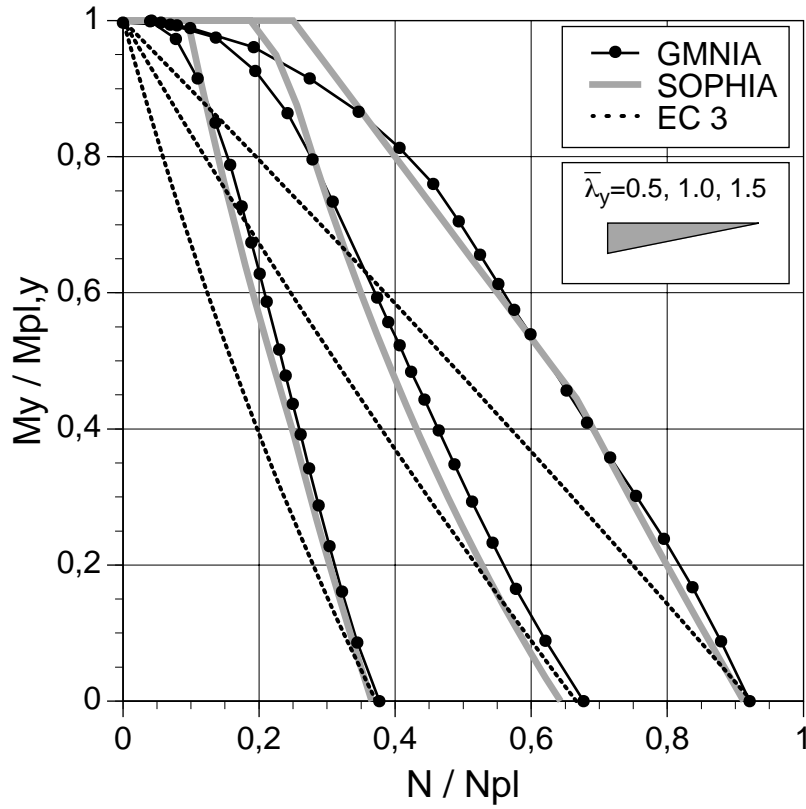


Bild 53. Interaktion N- $M_y$  für RHP 200/100/10, Lf B

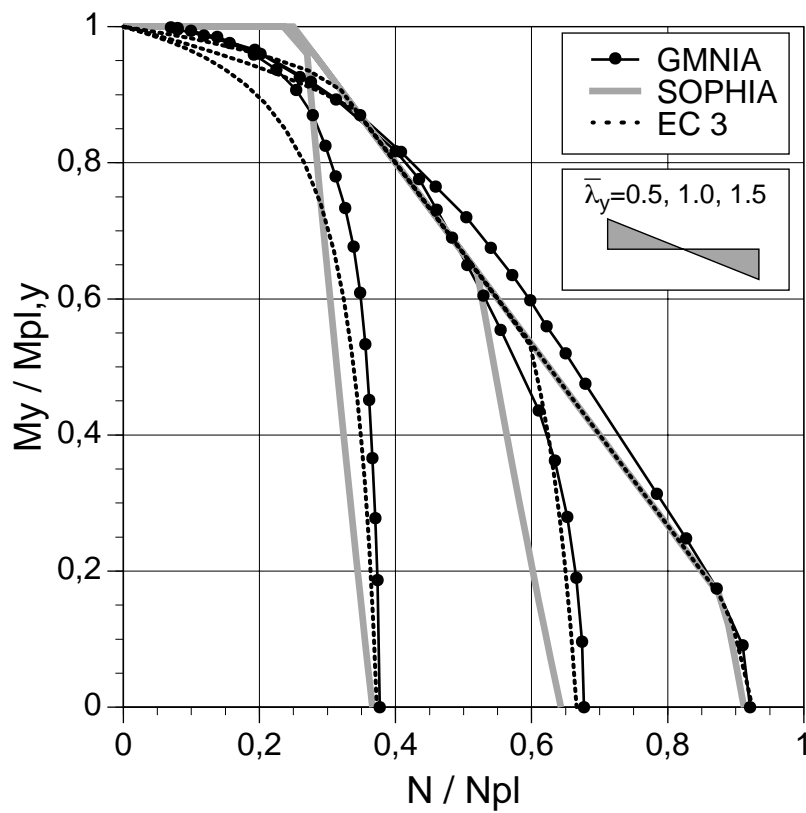


Bild 54. Interaktion N- $M_y$  für RHP 200/100/10, Lf D

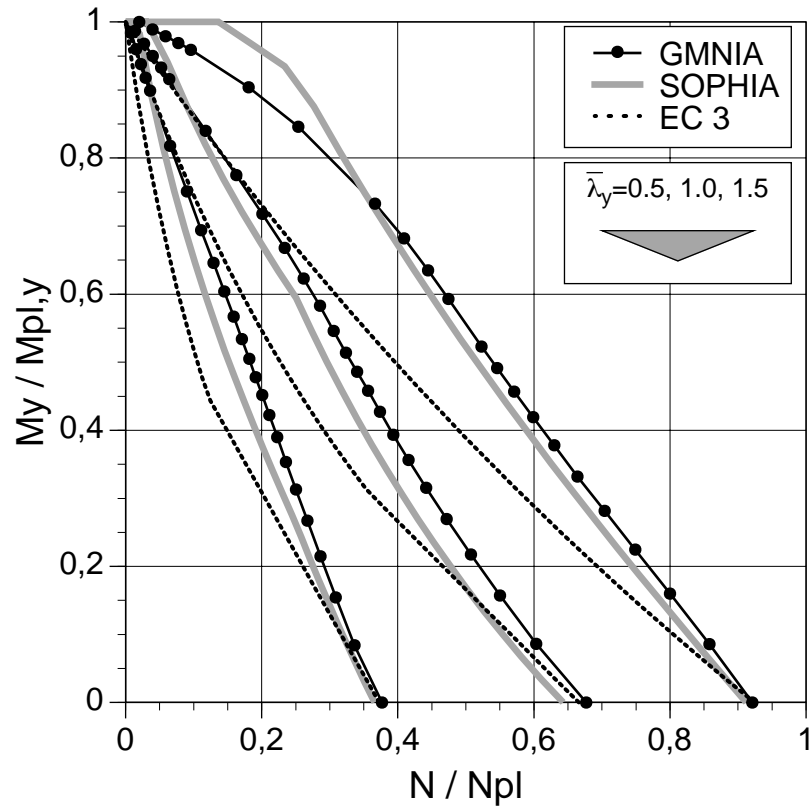


Bild 55. Interaktion N- $M_y$  für RHP 200/100/10, Lf E

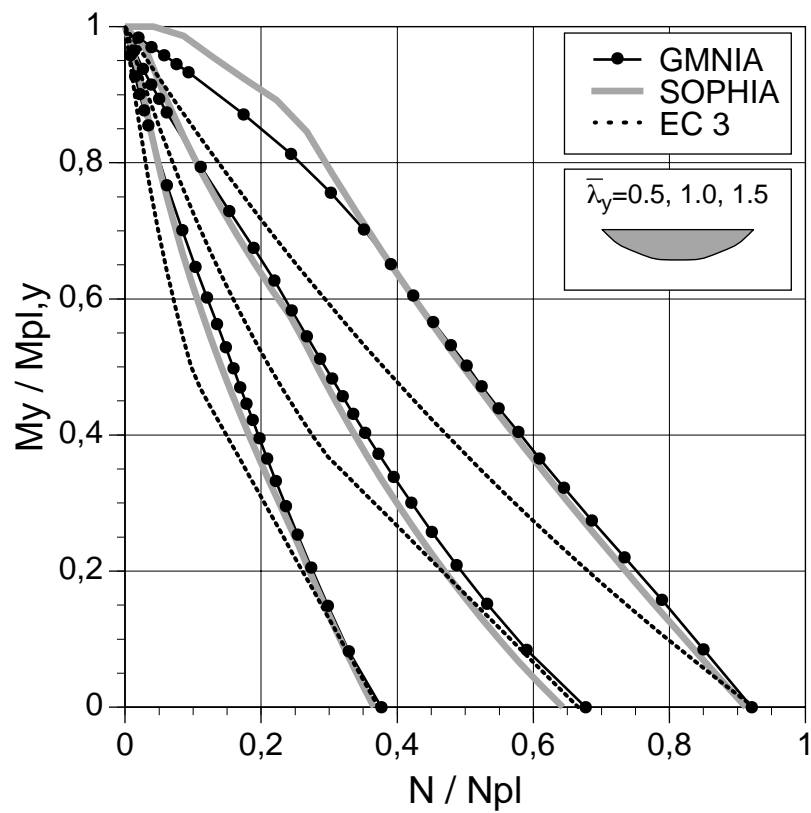


Bild 56. Interaktion N- $M_y$  für RHP 200/100/10, Lf F

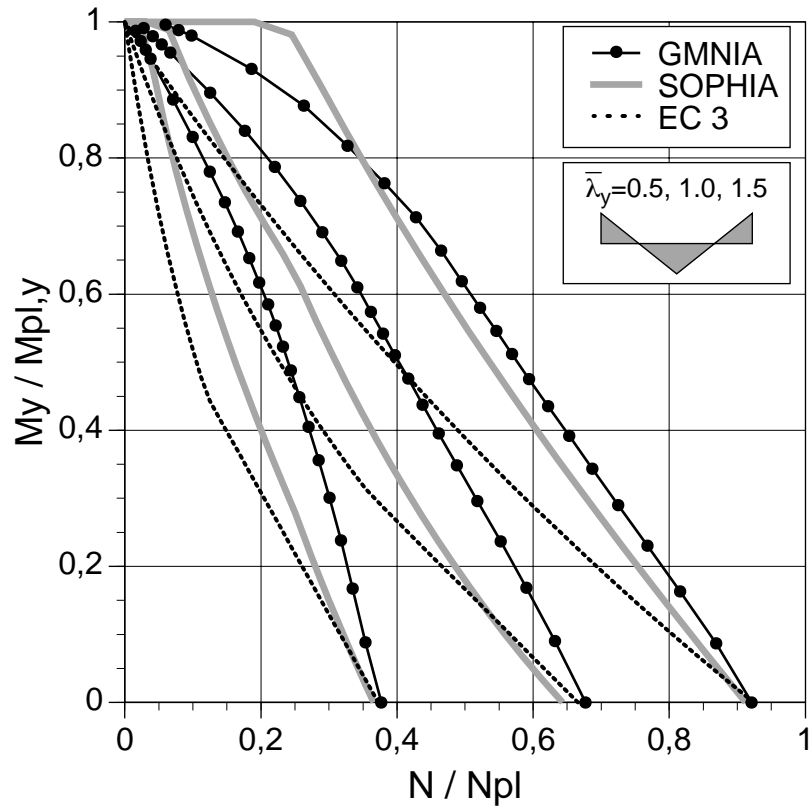


Bild 57. Interaktion N- $M_y$  für RHP 200/100/10, Lf G

### 3.4 Biegeknicken um die Achse z-z infolge N-M<sub>z</sub>

In den Interaktionsdiagrammen Bild 58 bis Bild 72 sind die Ergebnisse aus den nichtlinearen Traglastanalysen den Traglasten nach dem Bemessungsvorschlag und nach Eurocode 3 für Biegeknicken bei Druck und einachsiger Biegung gegenübergestellt. Das Moment  $M_y$  ist Null. Die Einzelstäbe sind an den Stabenden gabelgelagert. Die Ausweichrichtung quer zur starken Achse y-y und die Verdrehung um die Längsachse ist gesperrt. Die Berechnungen wurden für verschiedene Querschnitte, Momentenverläufe und Schlankheiten durchgeführt. Ein Interaktionsdiagramm gilt für einen bestimmten Querschnitt und Momentenverlauf. Der Parameter für die einzelnen Interaktionskurven ist die bezogene Schlankheit  $\bar{\lambda}_z$ . Die Werte betragen  $\bar{\lambda}_z=0.5$ , 1.0 und 1.5. Ein Interaktionsdiagramm stellt somit für einen bestimmten Querschnitt und Momentenverlauf die Interaktionskurven N-M<sub>z</sub> für drei verschiedene Schlankheiten dar. Die einzelnen Interaktionskurven bestehen aus geraden Verbindungen von jeweils etwa 25 Interaktionspunkten.

#### Schlußfolgerungen

**Traglastanalysen:** Die Hohlprofile haben, aus verständlichen Gründen, auch bei einer geringen Schlankheit eine analoge Form der Interaktionskurven wie beim Biegeknicken um die starke Achse. Für die I-Querschnitte gilt dies nicht, weil in diesem Fall die Flansche analog einem Rechteckquerschnitt wirken. Es ist daher beim Biegeknicken um die schwache Achse, vor allem im niedrigen Schlankheitsbereich, ein deutlich merkbarer Unterschied in der Form der Interaktionskurven zwischen dem I-Querschnitt und dem Hohlprofil vorhanden. Die Ursache liegt im unterschiedlichen Verhalten der plastischen Beanspruchbarkeit des Querschnitts. Einen bedeutenden Einfluß auf die Form der Interaktionskurven haben, wie auch beim Biegeknicken um die starke Achse, die unterschiedlichen Momentenverläufe.

**Eurocode 3:** Bei diesem Stabilitätsfall ist die Abweichung zwischen dem Eurocode 3 und den Traglastanalysen vor allem bei geringen Schlankheiten für I-Querschnitte sehr hoch.

**Bemessungsvorschlag:** Mit dem Bemessungsvorschlag wird eine relativ gute Übereinstimmung im gesamten Parameterbereich erzielt. Dies ist auf die Verwendung der Interaktionsformel für die Beanspruchbarkeit des Querschnitts zurückzuführen.

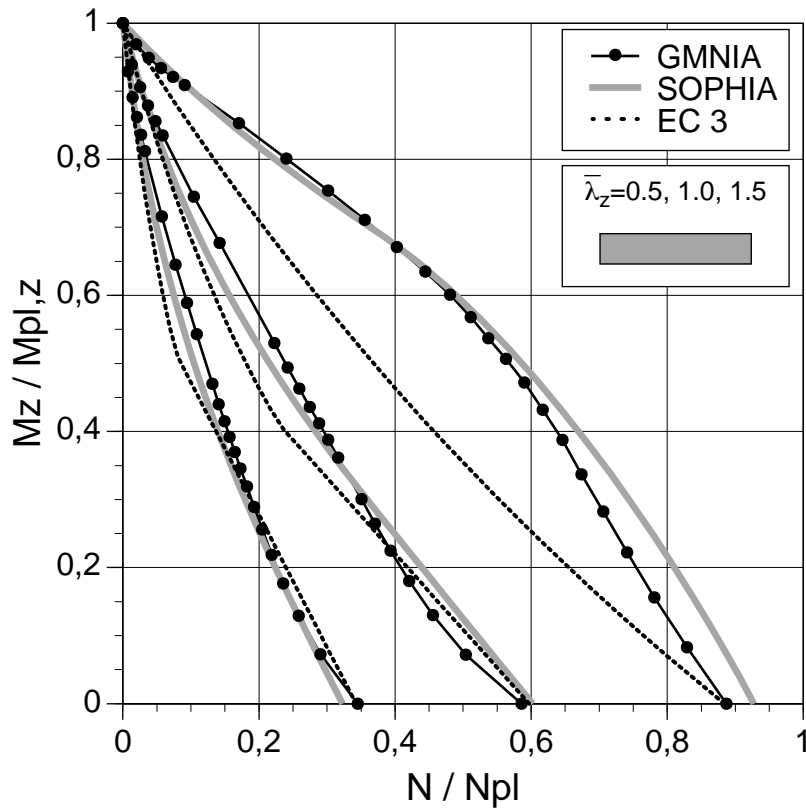


Bild 58. Interaktion  $N$ - $M_z$  für IPE 200, Lf A

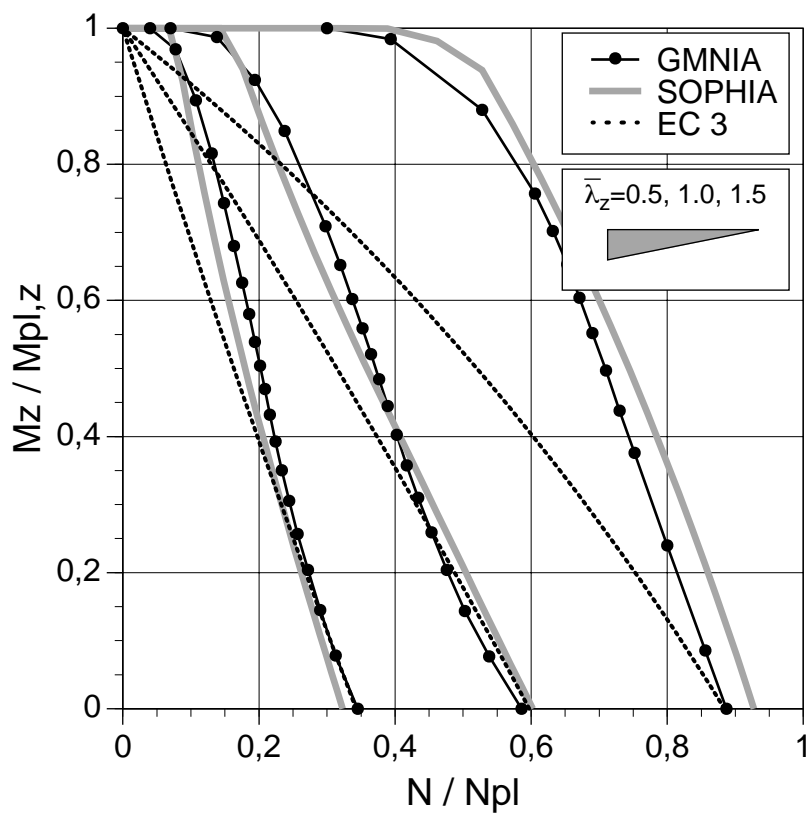


Bild 59. Interaktion  $N$ - $M_z$  für IPE 200, Lf B

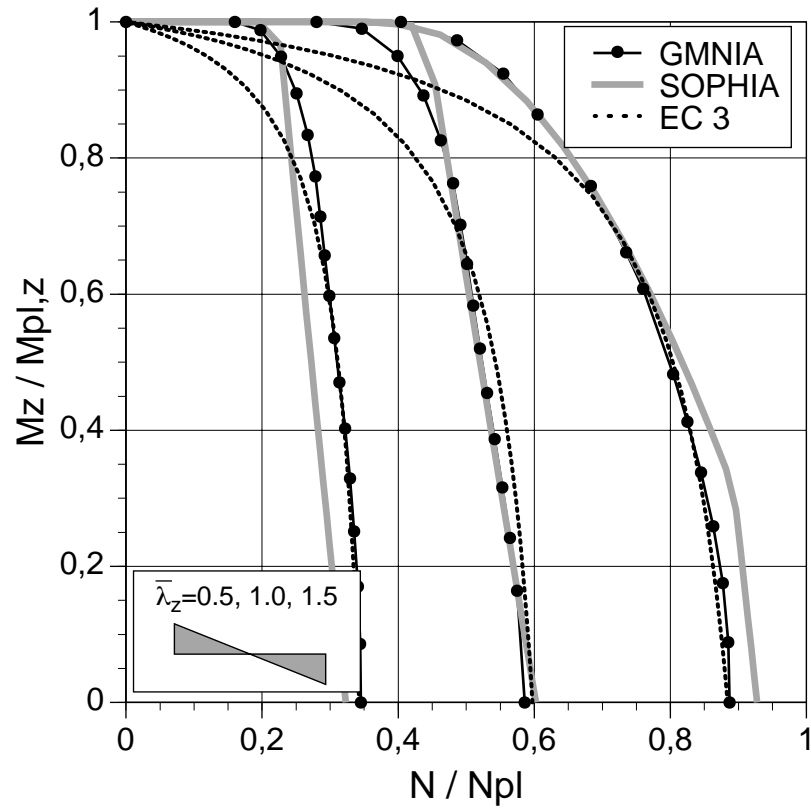


Bild 60. Interaktion  $N$ - $M_z$  für IPE 200, Lf D

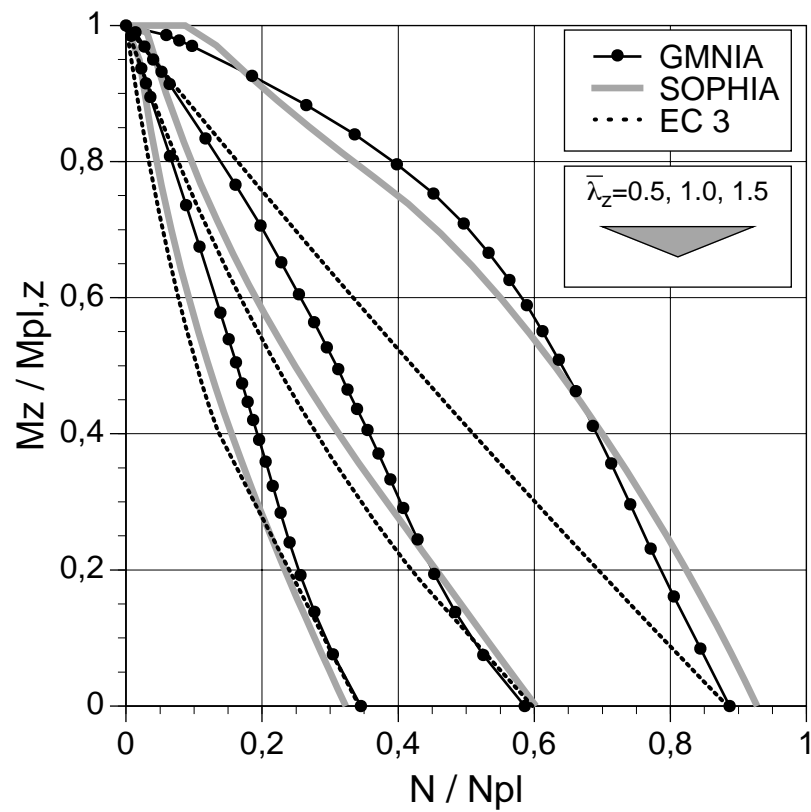


Bild 61. Interaktion  $N$ - $M_z$  für IPE 200, Lf E



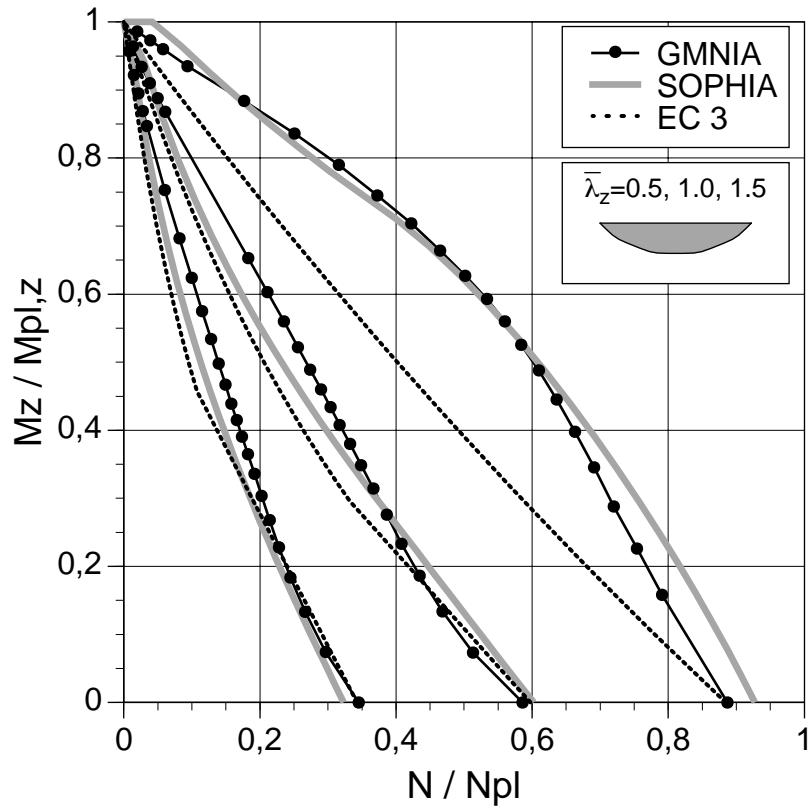


Bild 62. Interaktion  $N-M_z$  für IPE 200, Lf F

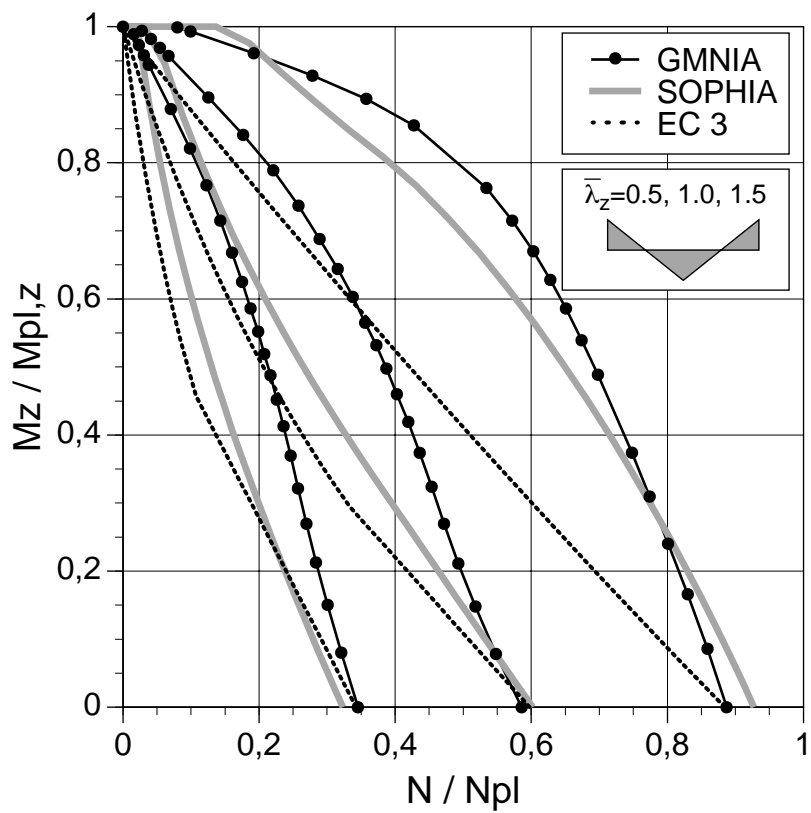


Bild 63. Interaktion  $N-M_z$  für IPE 200, Lf G

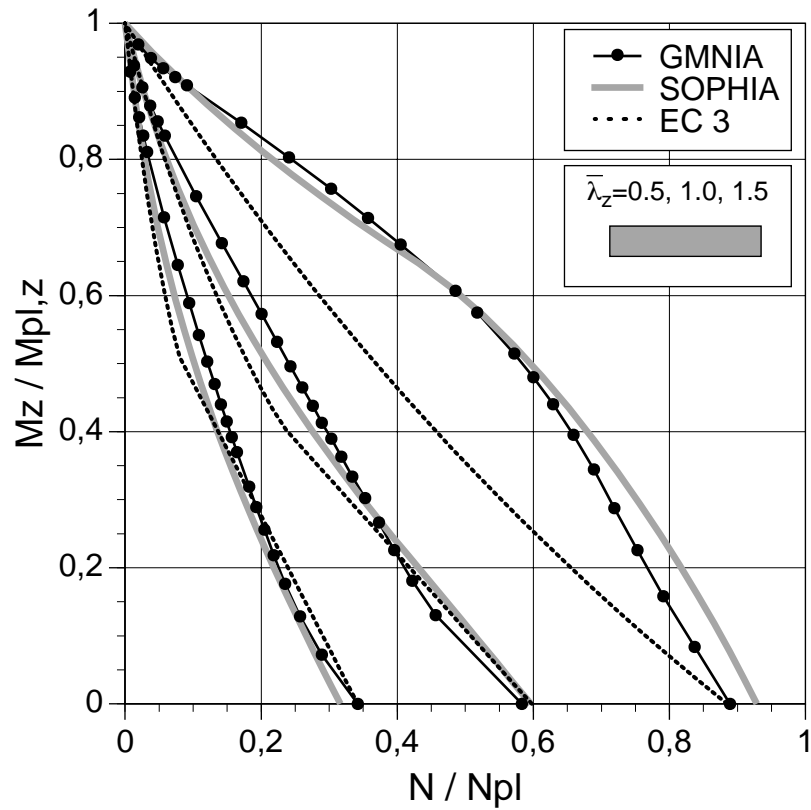


Bild 64. Interaktion  $N$ - $M_z$  für IPE 500, Lf A

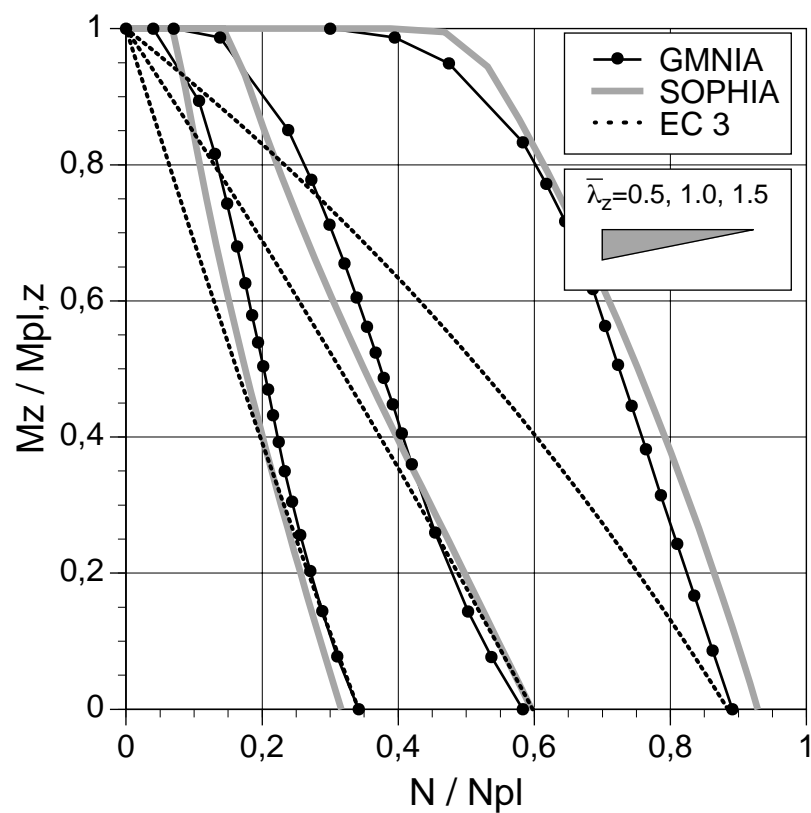


Bild 65. Interaktion  $N$ - $M_z$  für IPE 500, Lf B

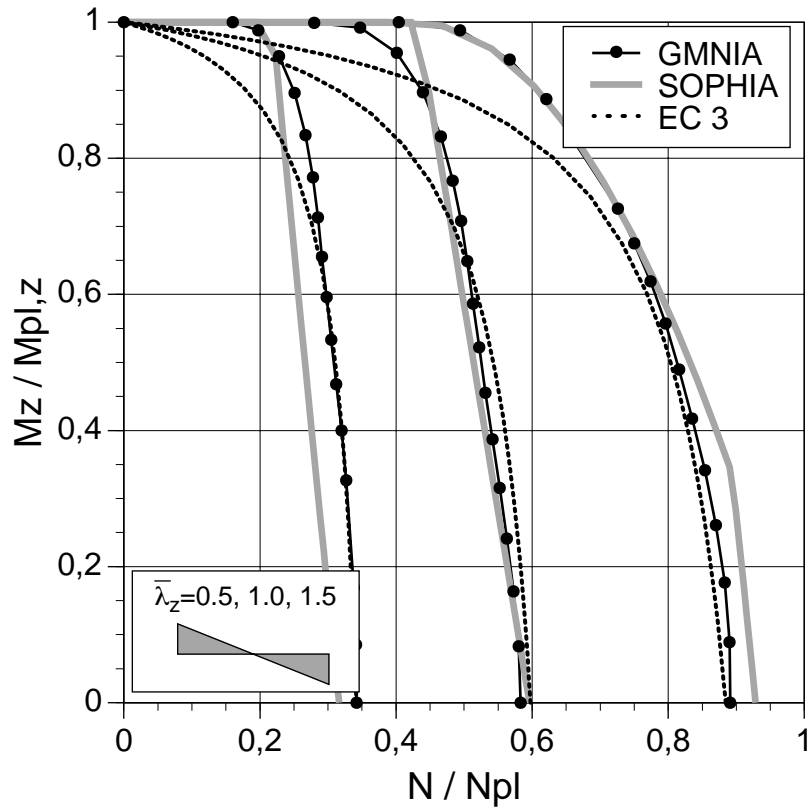


Bild 66. Interaktion  $N-M_z$  für IPE 500, Lf D

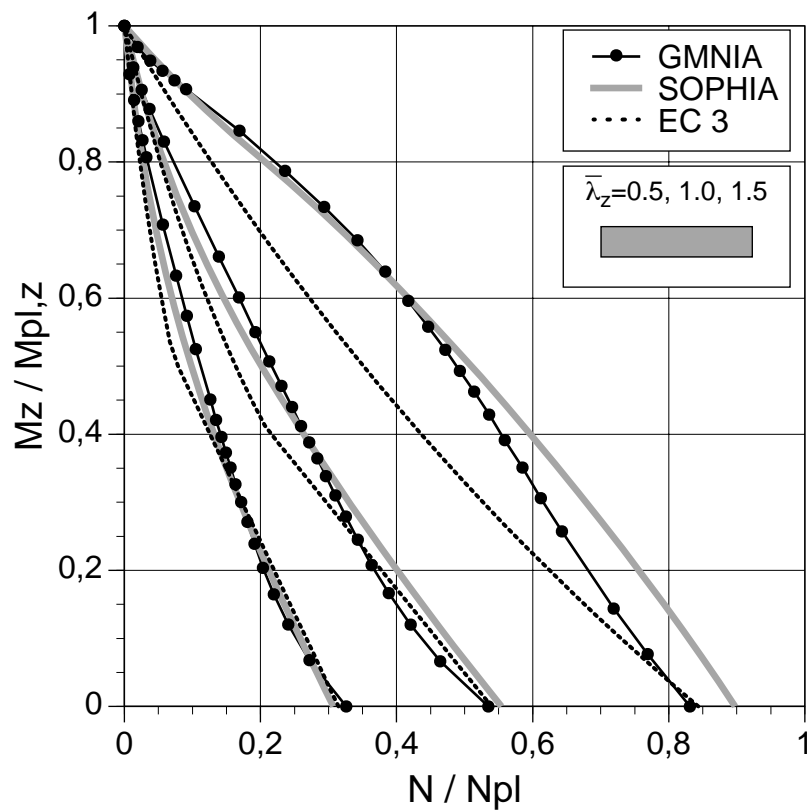


Bild 67. Interaktion  $N-M_z$  für HEB 300, Lf A

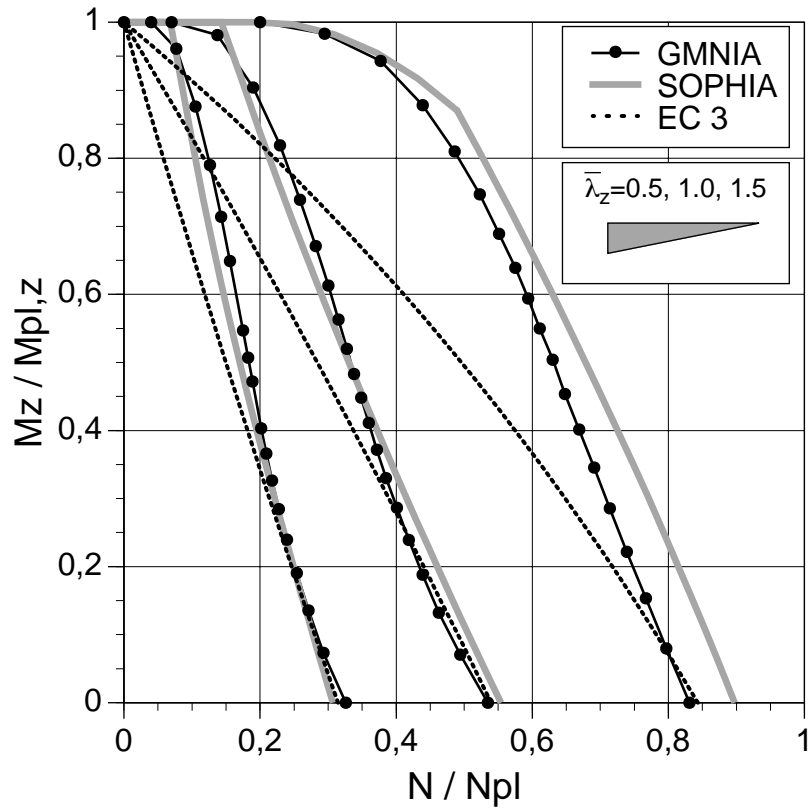


Bild 68. Interaktion N- $M_z$  für HEB 300, Lf B

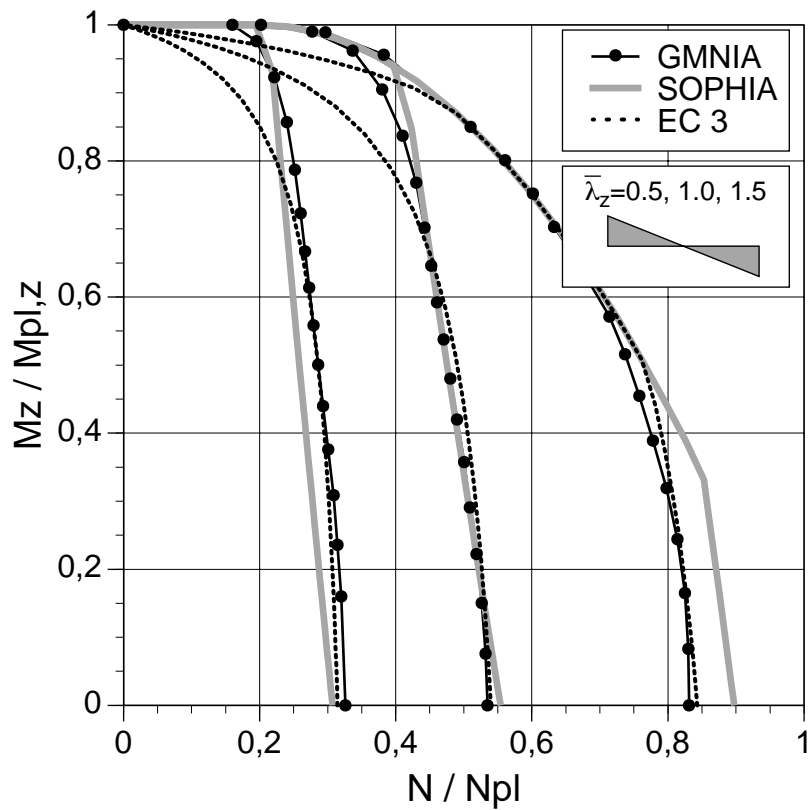


Bild 69. Interaktion N- $M_z$  für HEB 300, Lf D

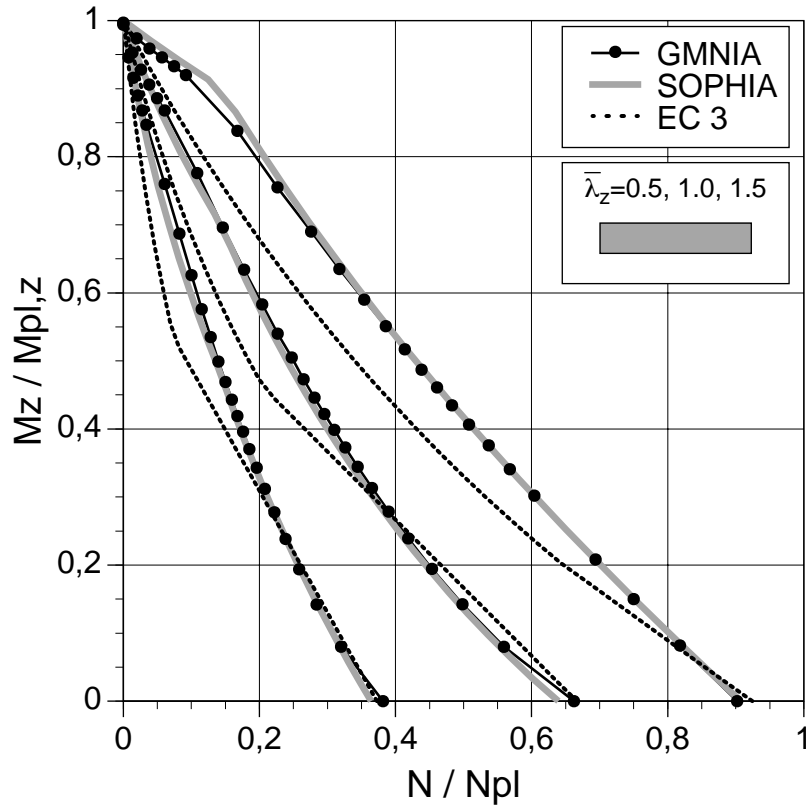


Bild 70. Interaktion N- $M_z$  für RHP 200/100/10, Lf A

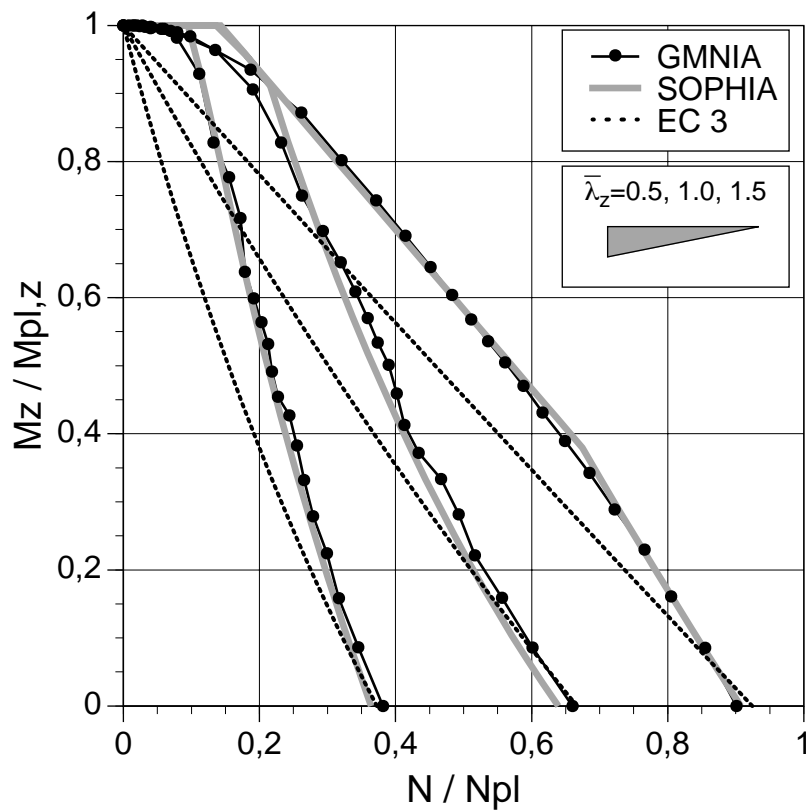


Bild 71. Interaktion N- $M_z$  für RHP 200/100/10, Lf B

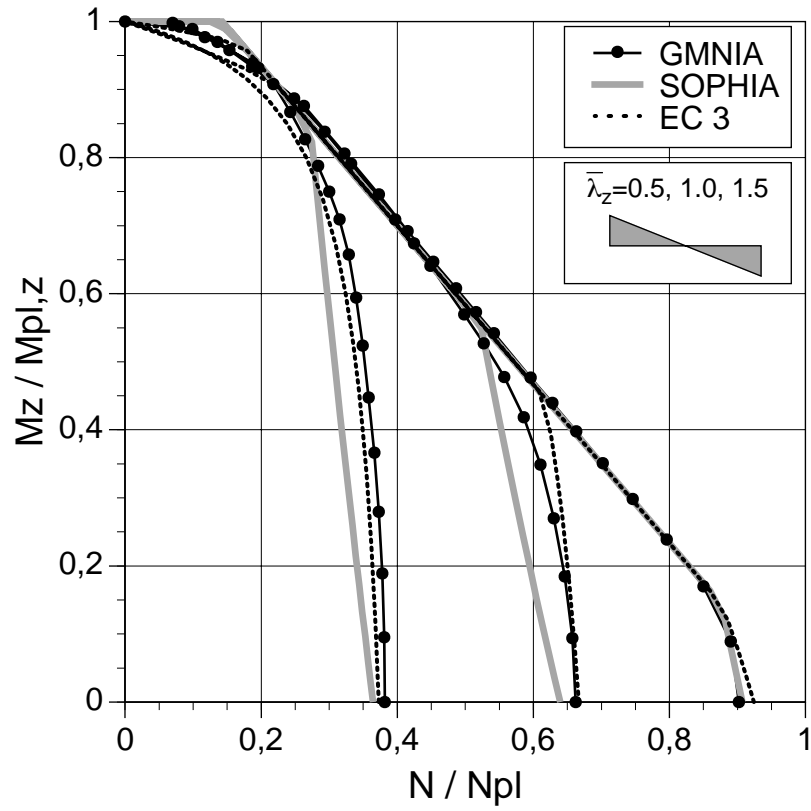


Bild 72. Interaktion  $N$ - $M_z$  für RHP 200/100/10, Lf D

### 3.5 Biegeknicken um die Achsen y-y und z-z

In den Interaktionsdiagrammen Bild 73 bis Bild 170 sind die Ergebnisse aus den nichtlinearen Traglastanalysen den Traglasten nach dem Bemessungsvorschlag und nach Eurocode 3 für Biegeknicken bei Druck und zweiachsiger Biegung gegenübergestellt. Für Druck und einachsige Biegung  $M_y$  ist zusätzlich die Interaktionskurve nach DIN 18800 Gl. (24) dargestellt. Aus dem Vergleich dieser Interaktionskurve nach DIN 18800 mit der Interaktionskurve nach Eurocode 3 für  $M_z/M_{pl,z}=0.0$  kann die Diskrepanz zwischen beiden Nachweisformen abgelesen werden.

Die Einzelstäbe sind an den Stabenden gabelgelagert. Die Verdrehung um die Längsachse ist gesperrt. Biegedrillknicken kann damit nicht auftreten. Die Berechnungen wurden für verschiedene Querschnitte, Schlankheiten und Momentenverläufe durchgeführt. Ein Interaktionsdiagramm gilt für einen bestimmten Querschnitt und Momentenverlauf bei einer bestimmten Stabschlankheit. Der Parameter für die einzelnen Interaktionskurven ist das Verhältnis der Belastung  $M_z$  zum vollplastischen Moment  $M_{pl,z}$ . Die Verhältniswerte betragen  $M_z/M_{pl,z}=0.0, 0.2, 0.4, 0.6$  und  $0.8$ . Ein Interaktionsdiagramm stellt somit für eine konkrete Stabgeometrie und einen bestimmten Momentenverlauf die Interaktionsfläche  $N$ - $M_y$ - $M_z$  dar. Die Interaktionsfläche wird in Form von fünf Interaktionskurven für konstante Momentenverhältnisse  $M_z/M_{pl,z}$  wiedergegeben. Die einzelnen Interaktionskurven bestehen aus geraden Verbindungen von jeweils etwa 25 Interaktionspunkten.

Für das Auftragen von Ergebnissen aus Stabilitätsuntersuchungen wird als Skala bei Interaktionsdiagrammen oft das Verhältnis  $N/N_{cr}$  oder  $N/N_u$  verwendet. In der vorliegenden Arbeit wurde auf der Abszisse das Verhältnis  $N/N_{pl}$  aufgetragen. Diese Skala wurde aus folgenden Gründen gewählt.

- Die Bezugsgröße  $N_{pl}=A \cdot f_y$  hängt nur von der Querschnittsfläche und der Festigkeit ab. Bei der Verwendung von  $N_u=\kappa \cdot N_{pl}$  als Bezugsgröße würde der nach Norm festgelegte Abminderungsfaktor  $\kappa$  einfließen, der zu den Traglastanalysen der Parameterstudie keinen unmittelbaren Bezug hat. Der Bezugswert  $N_{cr}=\pi^2 EI/L^2$  hat andererseits in den Interaktionsdiagrammen für die Beanspruchbarkeit des Querschnitts keine Bedeutung und wäre damit beim Übergang zum sehr kurzen Stab von Nachteil.
- Der Wert des Abminderungsfaktors  $\kappa$  kann direkt abgelesen werden.
- Für die Interaktionsdiagramme zur Beanspruchbarkeit des Querschnitts kann dieselbe Skala verwendet werden.

Auf der Ordinate der Interaktionsdiagramme wurde das Verhältnis  $M_y/M_{pl,y}$  aufgetragen, weil die Interaktion zwischen der Normalkraft und dem Moment um die starke Achse den praktisch bedeutendsten Belastungsfall darstellt. Als Parameter für die Kurvenscharen wurde in den folgenden Interaktionsdiagrammen das Verhältnis  $M_z/M_{pl,z}$  gewählt. Die Interaktionsflächen wurden in die  $N$ - $M_y$ -Ebene projiziert, weil das Ablesen von Zahlenwerten in einer 3D-Darstellung nicht so gut erfolgen kann.

## Schlußfolgerungen

Aus dem Vergleich der Ergebnisse der Traglastanalysen für die einzelnen Parameter kann folgendes zusammengefaßt werden. Die Form der Interaktionsfläche  $N-M_y-M_z$  wird stark vom Momentenverlauf beeinflusst. Für einen Momentenverlauf, bei dem die maximalen Momente im Bereich der Stabmitte auftreten, ergeben sich nahezu lineare bis unterlineare Interaktionskurven  $N-M_y$ . Für einen durchschlagenden Momentenverlauf, bei dem im Bereich der Stabmitte die Momente sehr klein sind, ergeben sich stark überlineare Interaktionskurven  $N-M_y$ . In diesen Fällen treten bis zu einem bedeutenden Normalkraftanteil die Fließzonen an den Stabenden auf. Es ist ein reines Querschnittsversagen ohne Stabilitätseinfluß vorhanden.

Die Form der Interaktionskurven wird hier auch von der Querschnittsform beeinflusst, weil bei diesem Stabilitätsfall ein Ausweichen quer zu beiden Achsen stattfindet. Damit kommt das unterschiedliche Verhalten vom I-Querschnitt und Hohlprofil beim Ausweichen quer zur schwachen Achse zum Tragen. Weiters haben die unterschiedlichen Schlankheitsverhältnisse der starken Achse zur schwachen Achse einen Einfluß auf die Form der Interaktionskurven. So ist beim Querschnitt IPE 500 die überlineare Form der Interaktionskurven stärker vorhanden als beim Querschnitt HEB 300.

Die für einen Momentenverlauf charakteristische Form der Interaktionskurven ist bei hohen Schlankheiten des Stabes stärker ausgeprägt als bei geringen Schlankheiten.

**Eurocode 3:** Für den wichtigen Sonderfall zentrischer Druck ist die Übereinstimmung zwischen den Traglasten nach Eurocode 3 und den Ergebnissen der Traglastanalysen sehr gut. Für die Bereiche mit einem hohen Momentenanteil  $M_z$  sind zum Teil beträchtliche Abweichungen vorhanden. Beim Lastfall Lf C konnte für den untersuchten Parameterbereich bestätigt werden, daß für die Momente  $M_y$  und  $M_z$  zugehörige Werte verwendet werden dürfen. Dies ist aber nur deshalb möglich, weil die Interaktionskurven in der  $N-M_z$ -Ebene deutlich auf der sicheren Seite liegen und daher von dieser Seite Reserven vorhanden sind. Die Form der Interaktionskurven stimmt bei der Verwendung von zugehörigen Werten für die Momente nur näherungsweise mit dem richtigen Tragverhalten überein.

**Bemessungsvorschlag:** Mit dem Bemessungsvorschlag werden im gesamten Parameterbereich relativ gute Übereinstimmungen mit den Traglastanalysen erzielt. Die in der Problemstellung erwähnten Unstetigkeiten bei den Bemessungsregeln nach Eurocode 3 und DIN 18800 sind beim Bemessungsvorschlag nicht vorhanden. Die modifizierte Ersatzimperfektion gibt auch bei den hohen Schlankheiten  $\bar{\lambda}_z=3.0$  gute Ergebnisse.

**Druck und einachsige Biegung:** Die Diskrepanz der Nachweise nach DIN 18800 und Eurocode 3 für Druck und einachsige Biegung ist vor allem bei stark unterschiedlichen Schlankheiten um beide Achsen groß. Die Interaktionskurven der Parameterstudie für Druck und einachsige Biegung liegen im wesentlichen zwischen den Interaktionskurven nach DIN 18800 und Eurocode 3. Der Übergang von der einachsigen Biegung zur zweiachsigen Biegung ist nach den Ergebnissen der Parameterstudie nicht sprunghaft, wie nach DIN 18800, sondern kontinuierlich. Der Bemessungsvorschlag gibt die Form der Interaktionskurve in diesen Fällen gut wieder.

*Anmerkung:* Der sprunghafte Übergang von der einachsigen Biegung zur zweiachsigen Biegung ergibt sich auch bei Traglastanalysen, wenn keine Imperfektion um die schwache Achse angesetzt wird. In diesem Fall ergibt die Rechnung bei Druck und einachsiger Biegung



das Biegeknicken um die starke Achse. Die Verzweigung in das maßgebende Biegeknicken um die schwache Achse wird vom verwendeten Programm ohne die Imperfektion um die schwache Achse im primären Lösungspfad nicht ermittelt. Bei einem kleinen Moment um die schwache Achse ergibt sich aus der Vorbeulverformung eine Vorkrümmung um die schwache Achse und damit das maßgebende Ausweichen in diese Richtung. Der Übergang der Interaktionsfläche von der einachsigen Biegung zur zweiachsigen Biegung hat damit nach der Traglastanalyse die gleiche Charakteristik wie die Interaktionsfläche nach der DIN 18800. Es wird aber nochmals darauf hingewiesen, daß die Traglastanalysen bei fehlenden Imperfektionen um die schwache Achse nicht die maßgebenden niedrigsten Traglasten liefern.

**Grenzfall  $\lambda=0$ :** Für diesen Grenzfall sind die Abweichungen der Ergebnisse nach den Traglastanalysen und dem Biegeknicknachweis nach Eurocode 3 für Querschnitte der Klasse 1 und Klasse 2 vor allem bei einem hohen Momentenanteil  $M_z$  beträchtlich. Die Übereinstimmung zwischen den Traglastanalysen und dem Bemessungsvorschlag ist aufgrund des gewählten Konzepts von vornherein gut.

**Lastfall Lf B und Lf C:** Bei einem geringen Normalkraftanteil und damit hohem Momentenanteil wirkt sich die unterschiedliche Belastung deutlich aus. Beim Lastfall Lf C können in diesem Bereich die Momente um beide Achsen sehr hoch sein, weil die Maximalwerte an den gegenüberliegenden Stabenden vorhanden sind und die Momente sich daher nur gering beeinflussen. Im Bereich mit einem hohen Normalkraftanteil und damit niedrigem Momentenanteil  $M_y$  nähern sich die Interaktionskurven für Lf B und Lf C.

### *Bezeichnungen*

GMNIA	geometrisch und materiell nichtlineare Analyse des imperfekten Stab
SOPHIA	Bemessungsvorschlag
EC3	Bemessungsregel nach Eurocode 3 für Druck und zweiachsige Biegung Gl. (19)
DIN	Bemessungsregel nach DIN 18800 für Druck und einachsige Biegung Gl. (24)

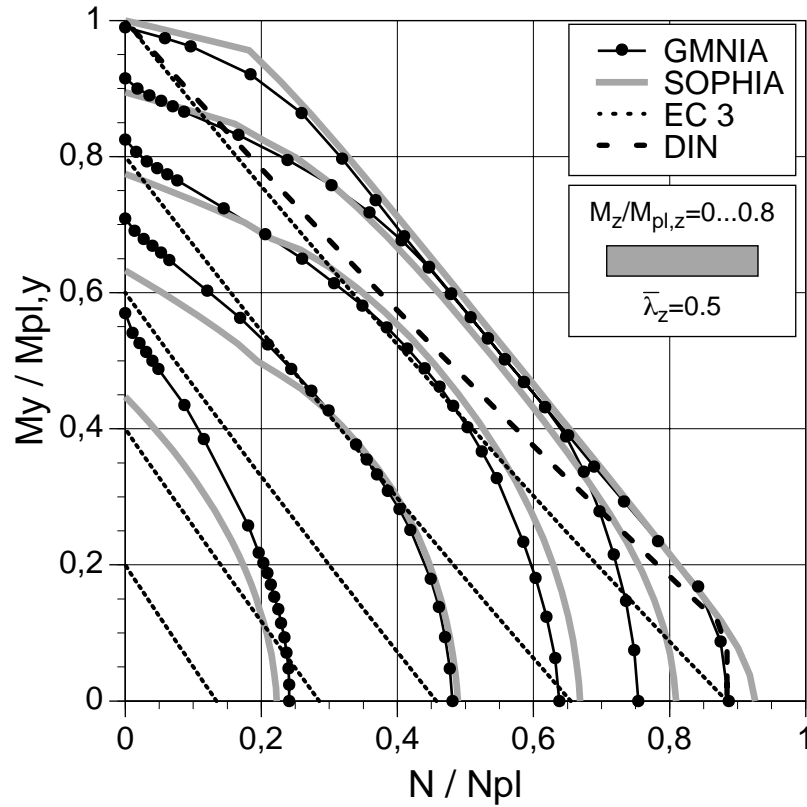


Bild 73. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=1.07m, Lf A

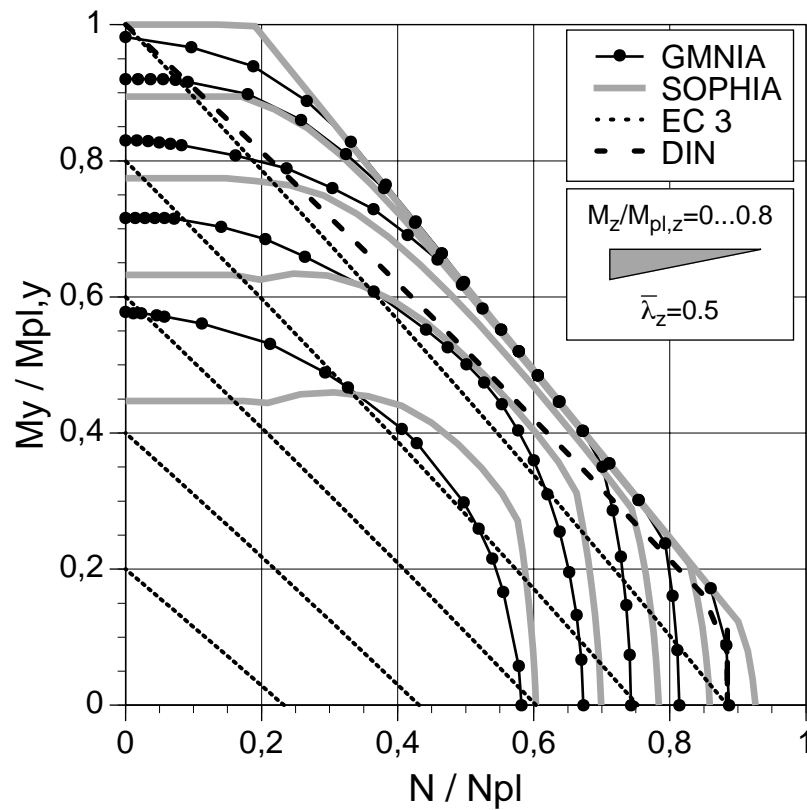


Bild 74. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=1.07m, Lf B

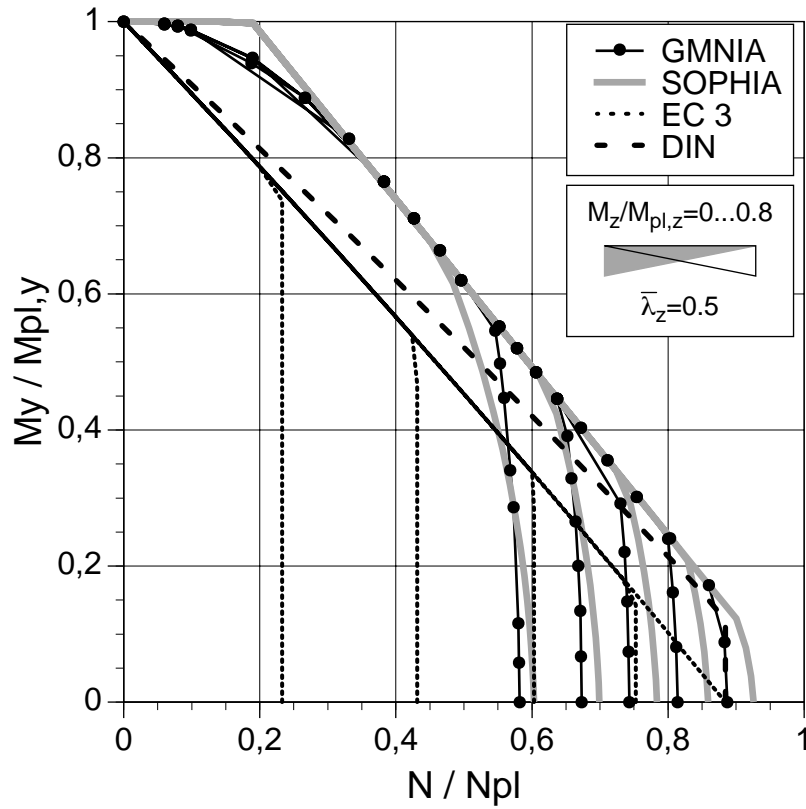


Bild 75. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=1.07\text{m}$ , Lf C

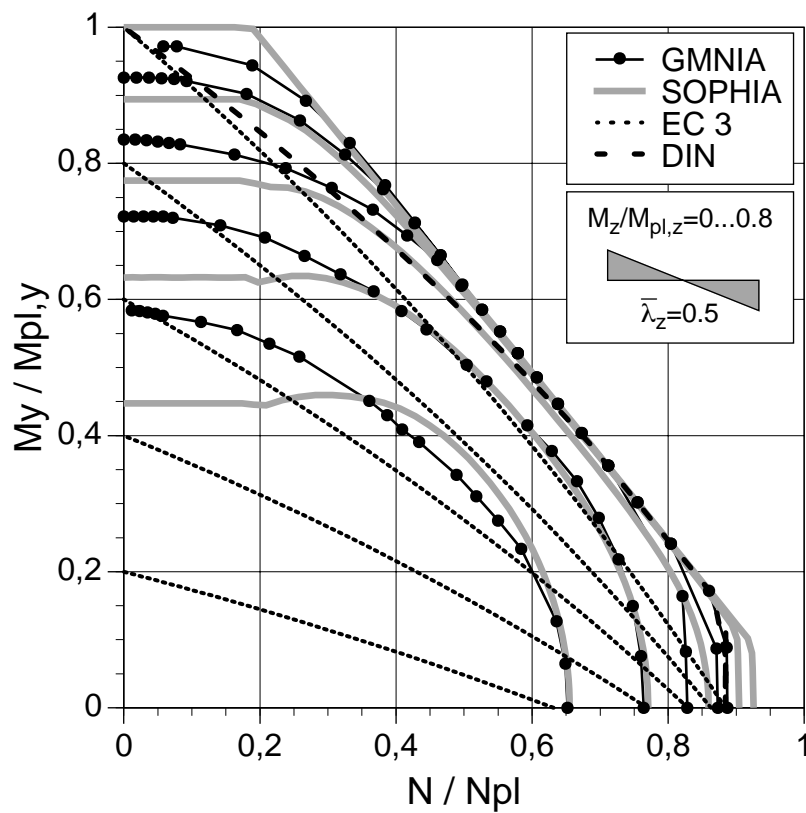


Bild 76. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=1.07\text{m}$ , Lf D

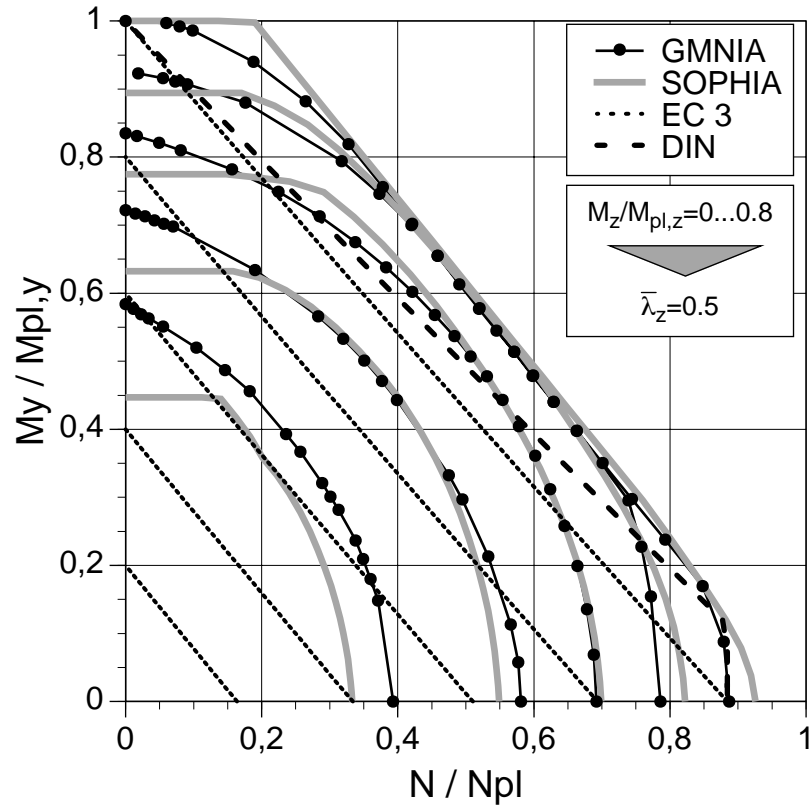


Bild 77. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=1.07m, Lf E

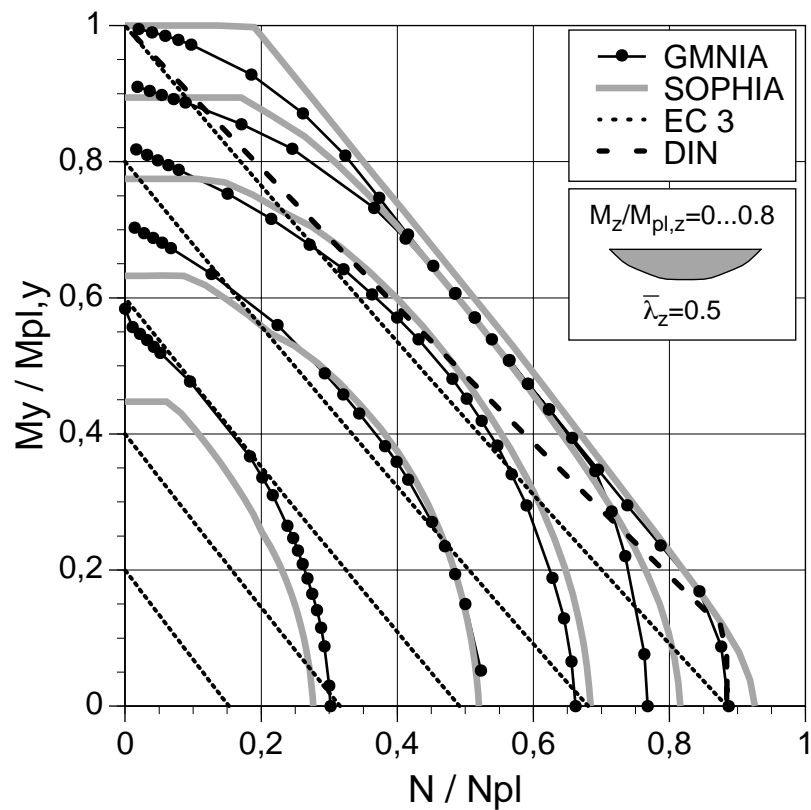


Bild 78. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=1.07m, Lf F

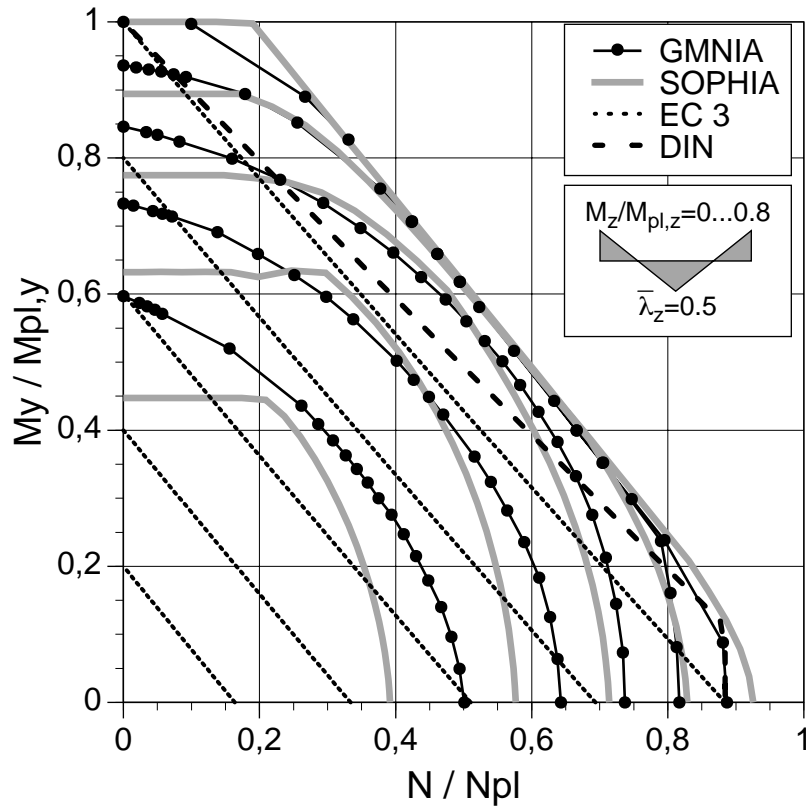


Bild 79. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=1.07\text{m}$ , Lf G

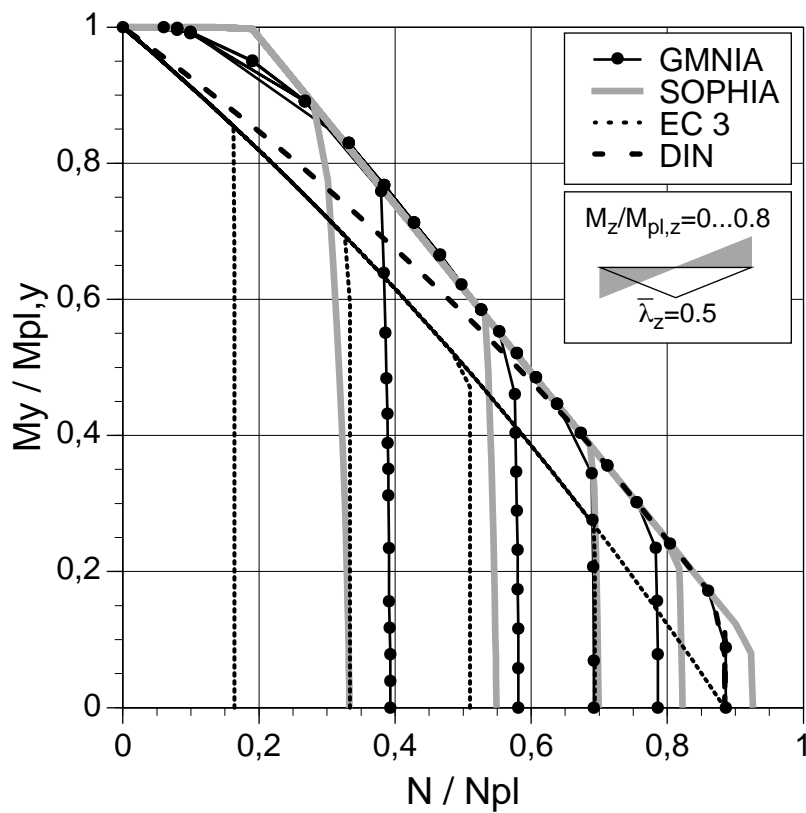


Bild 80. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=1.07\text{m}$ , Lf H

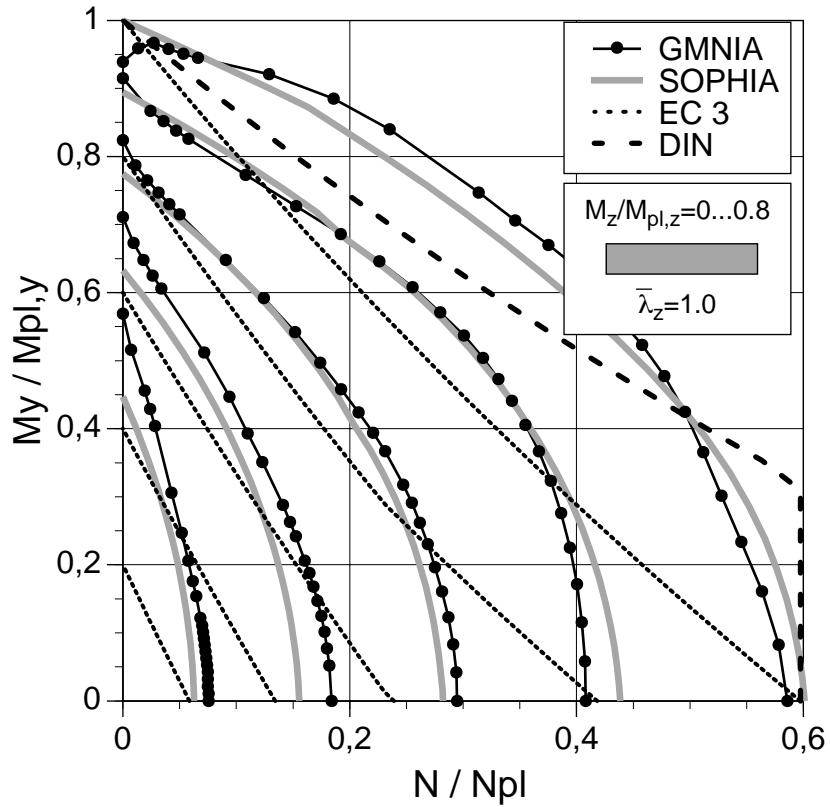


Bild 81. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=2.14m, Lf A

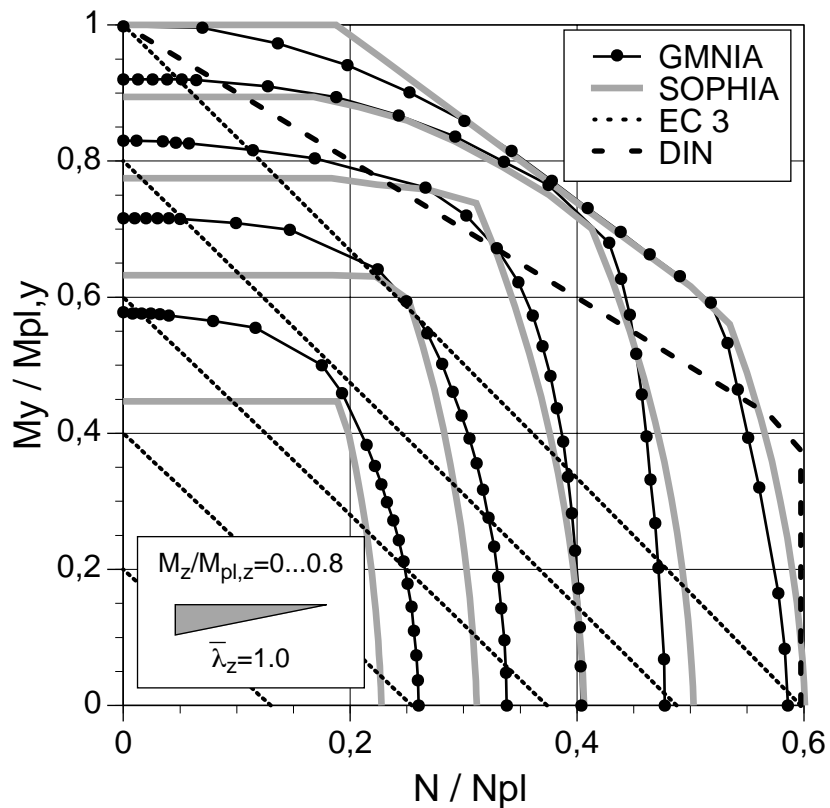


Bild 82. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=2.14m, Lf B

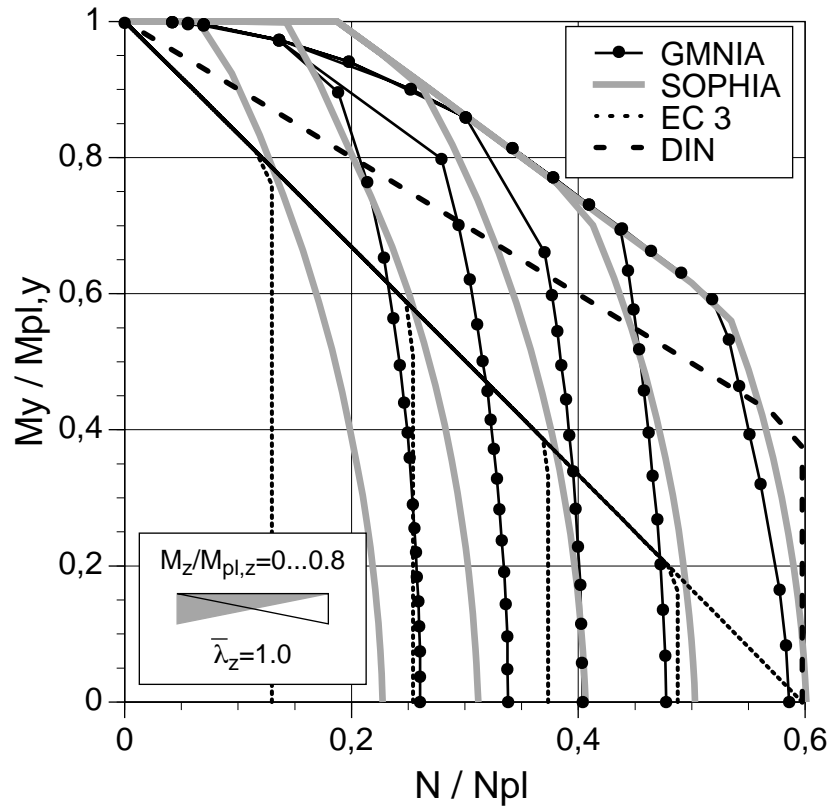


Bild 83. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=2.14m$ , Lf C

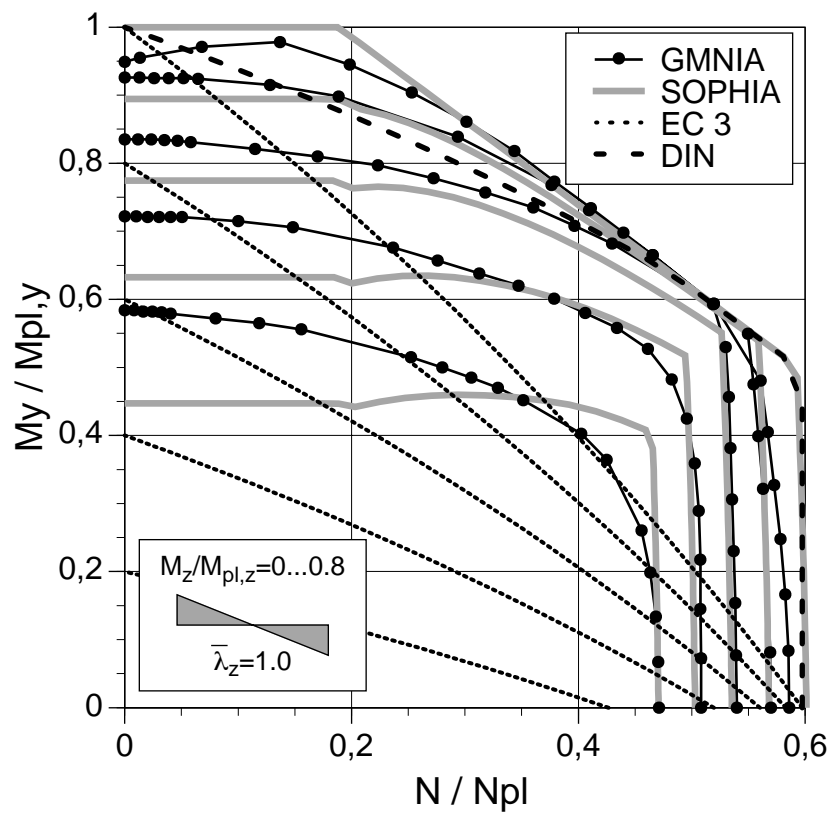


Bild 84. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=2.14m$ , Lf D

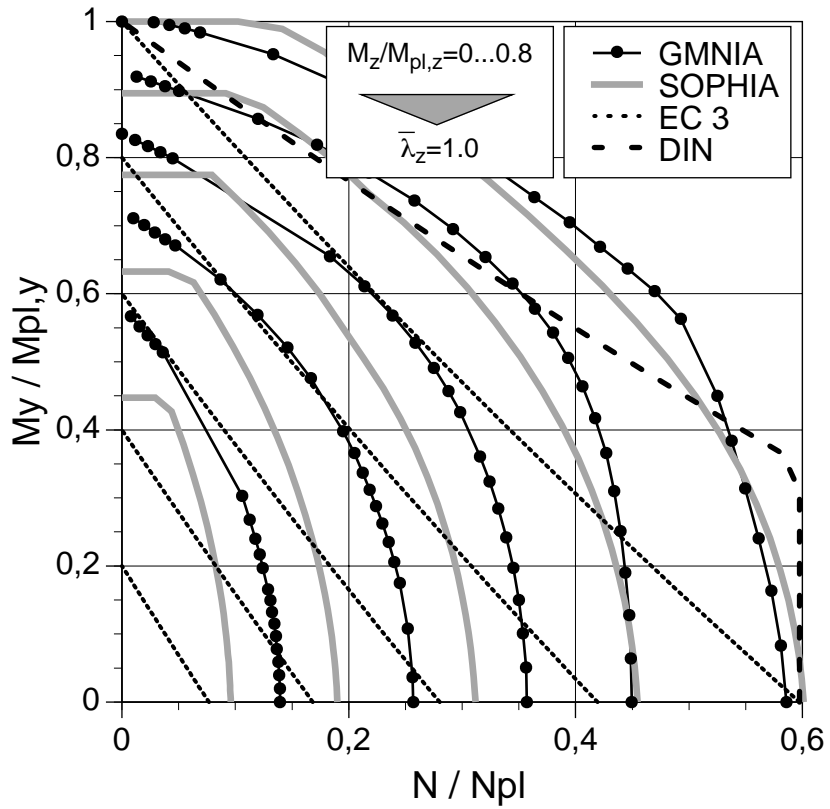


Bild 85. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=2.14m, Lf E

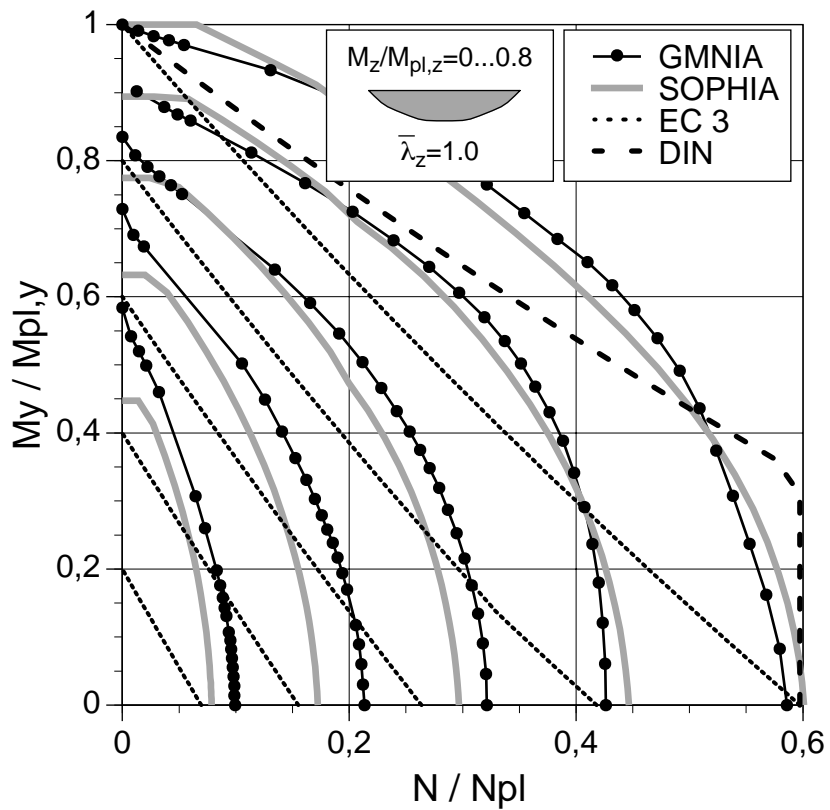


Bild 86. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=2.14m, Lf F



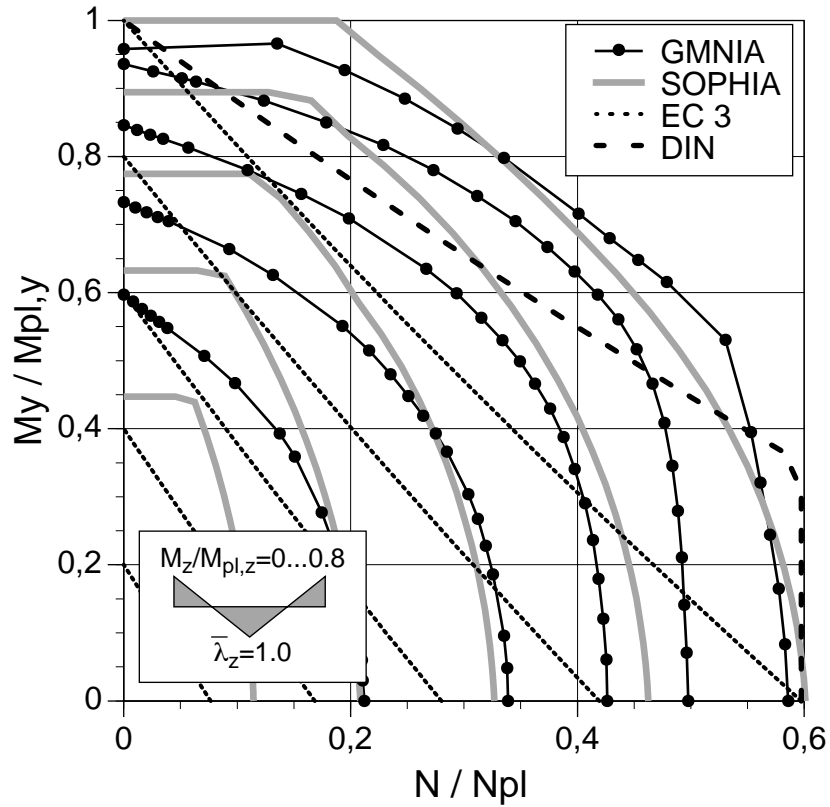


Bild 87. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=2.14\text{m}$ ,  $L_f G$

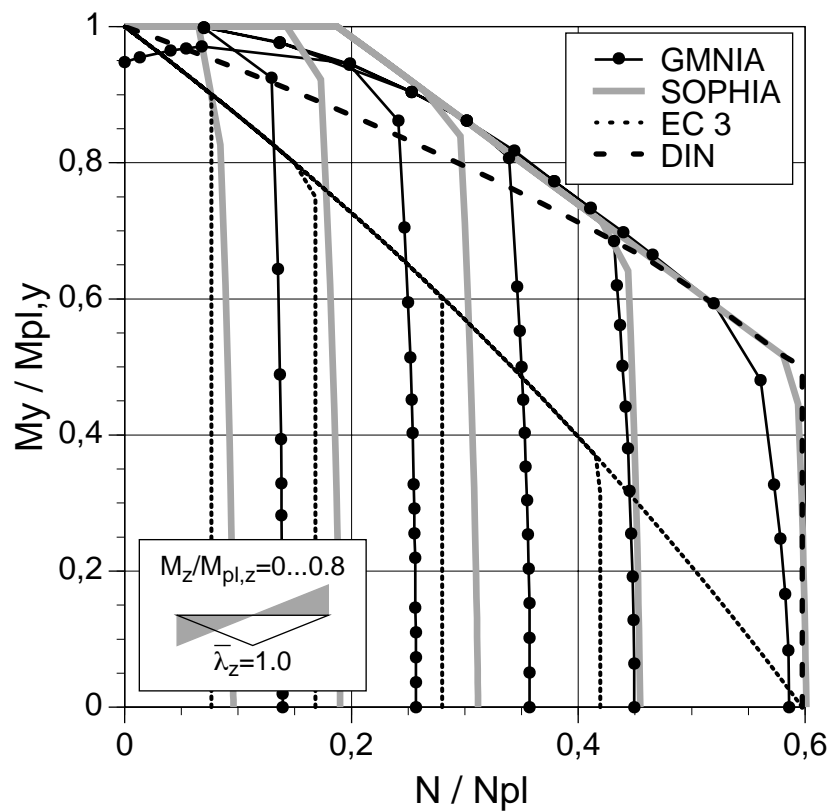


Bild 88. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=2.14\text{m}$ ,  $L_f H$

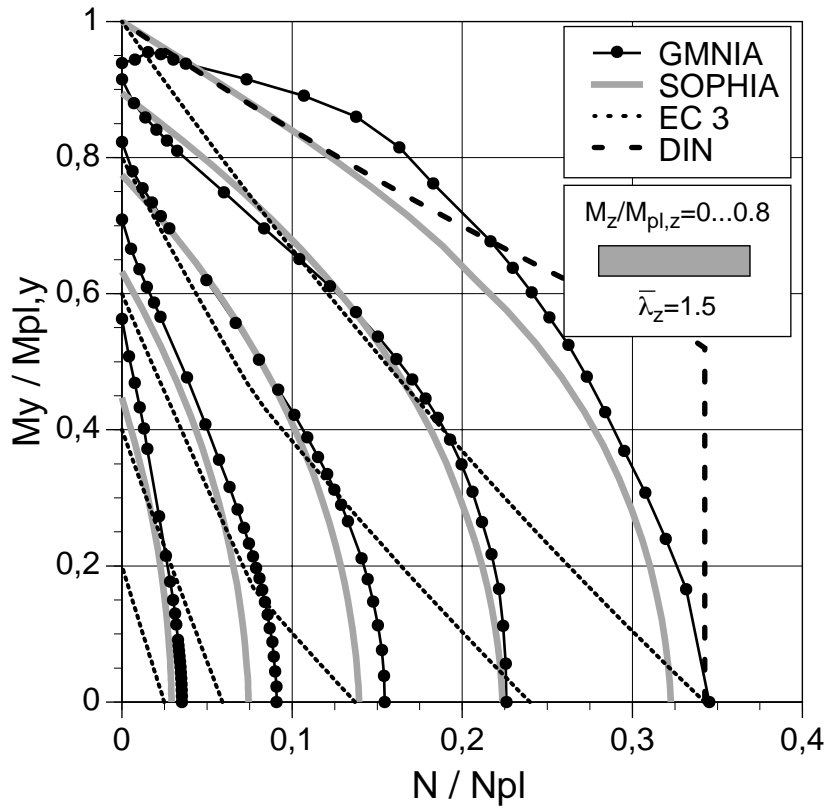


Bild 89. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=3.21m, Lf A

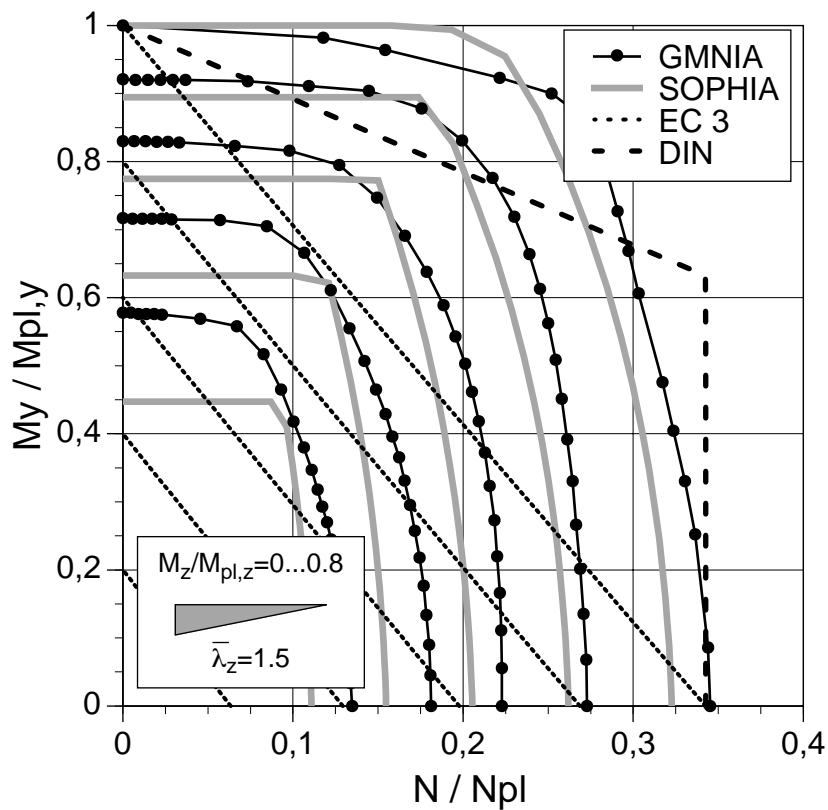


Bild 90. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=3.21m, Lf B

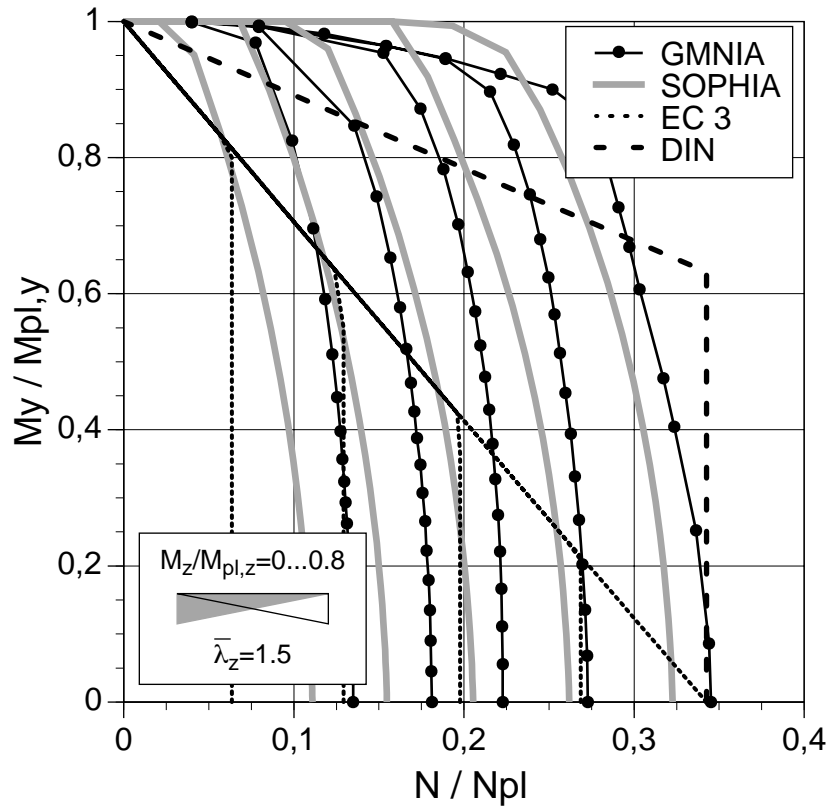


Bild 91. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=3.21m, Lf C

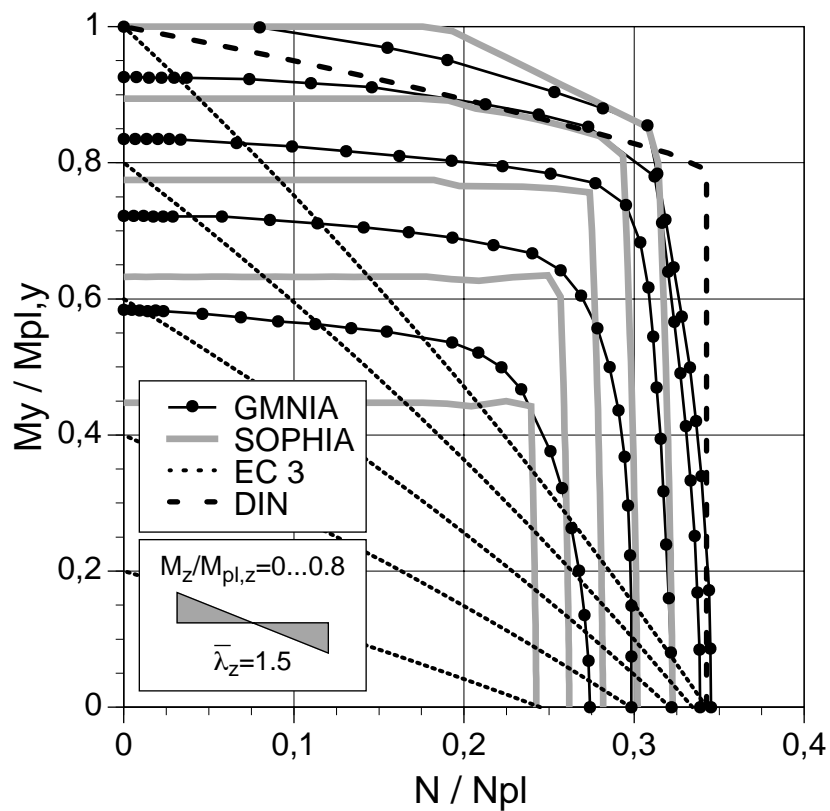


Bild 92. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=3.21m, Lf D

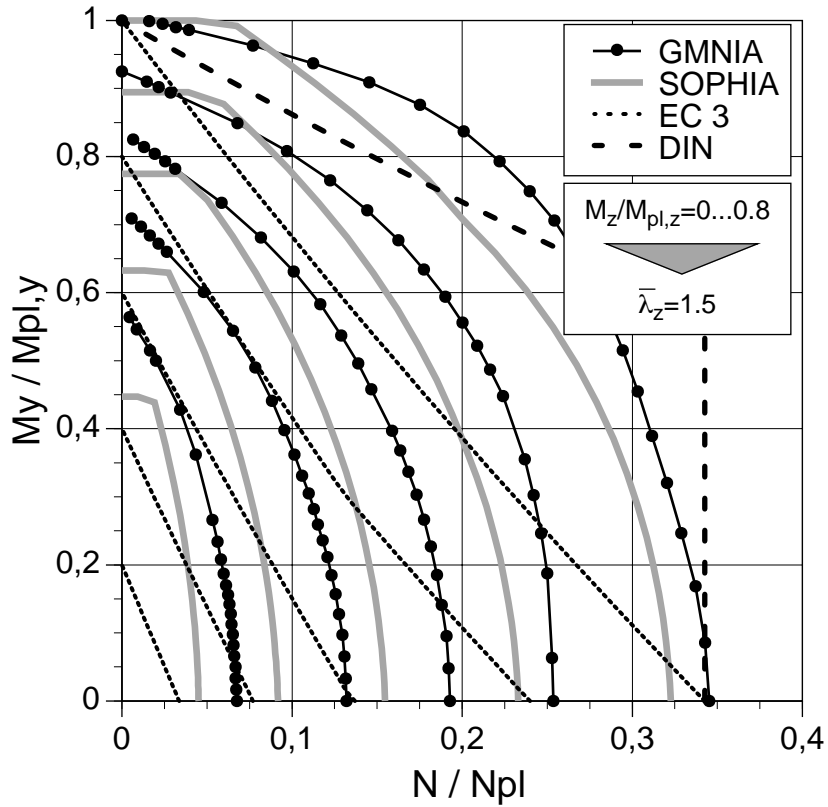


Bild 93. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=3.21m, Lf E

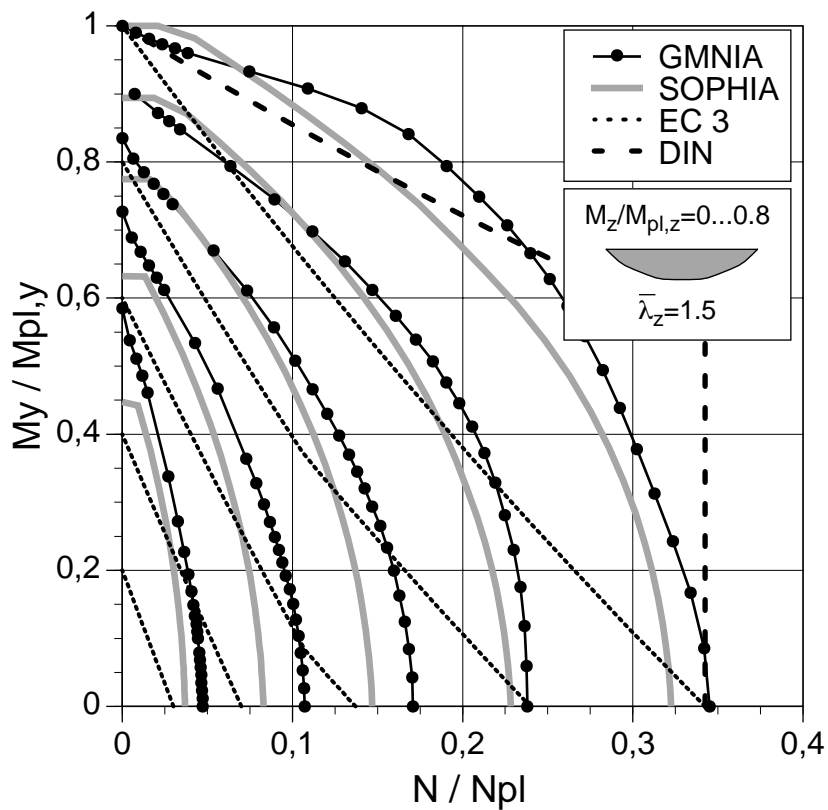


Bild 94. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=3.21m, Lf F

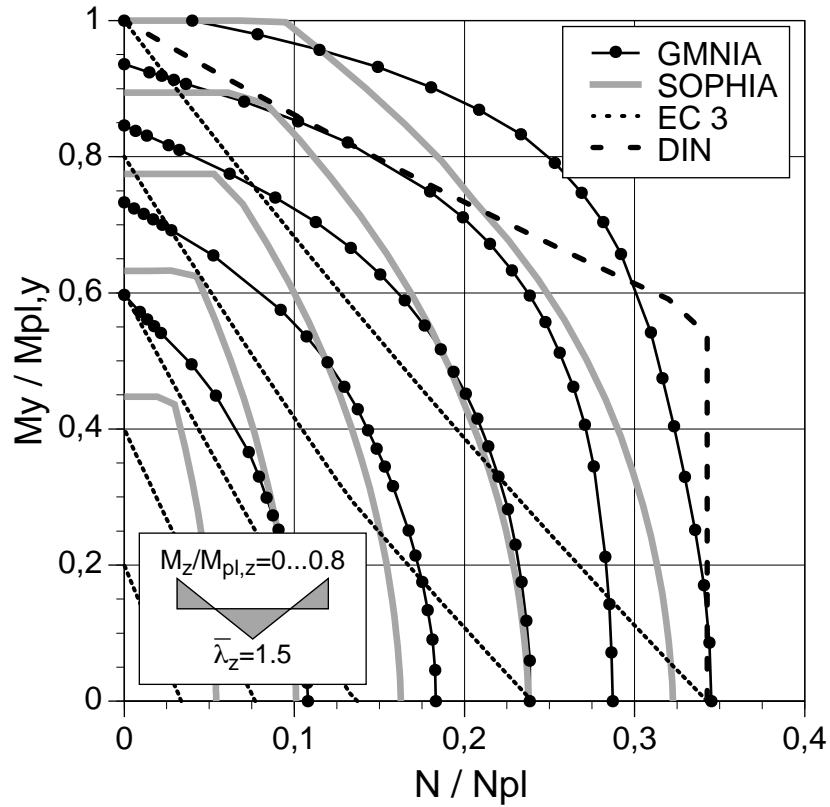


Bild 95. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=3.21\text{m}$ , Lf G

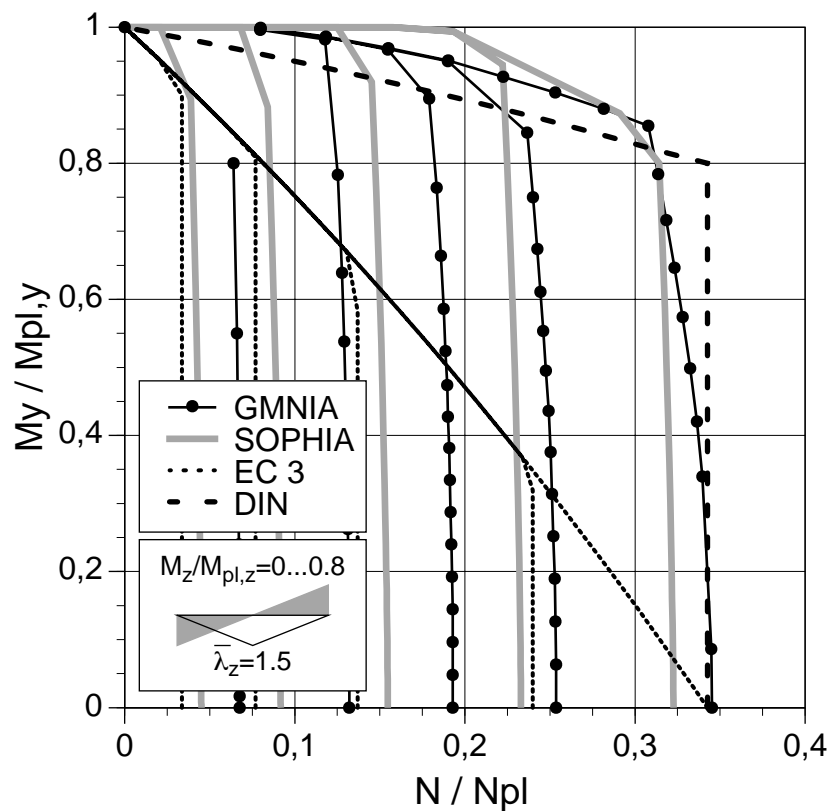


Bild 96. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=3.21\text{m}$ , Lf H

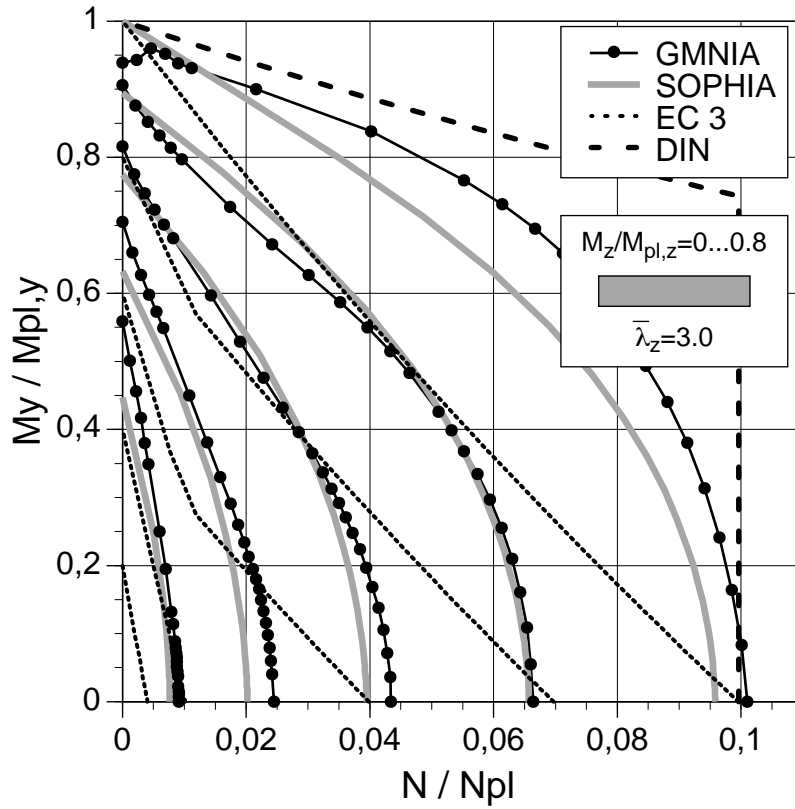


Bild 97. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=6.42 m, Lf A

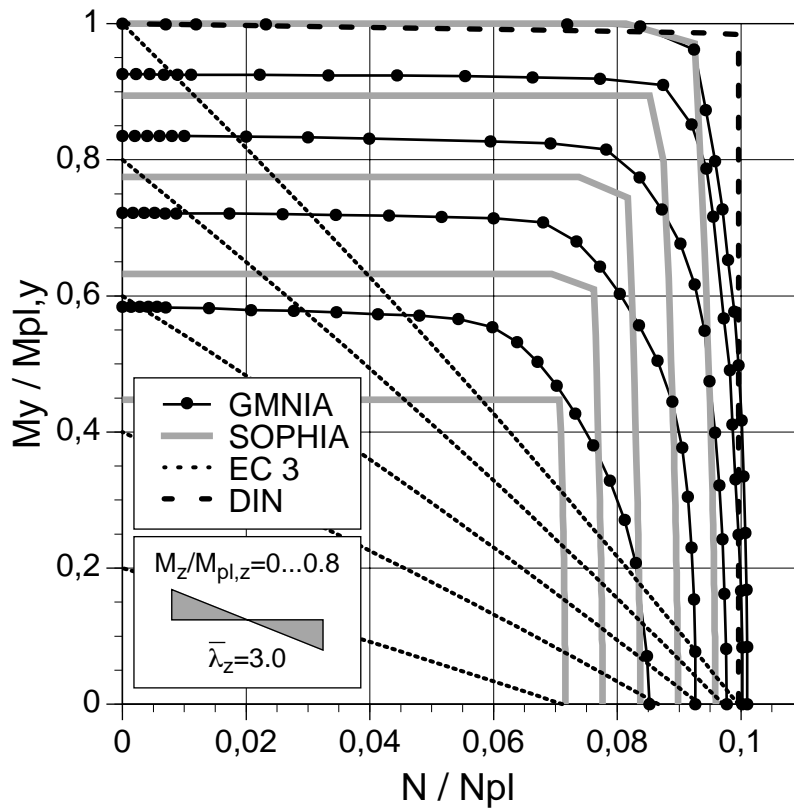


Bild 98. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=6.42 m, Lf D

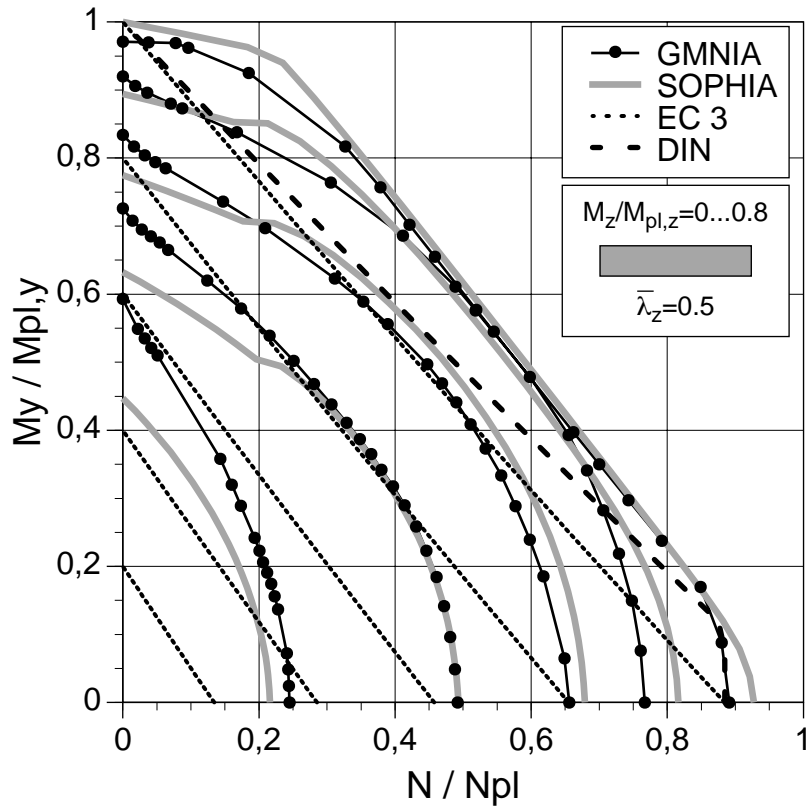


Bild 99. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 500,  $L=2.05$  m, Lf A

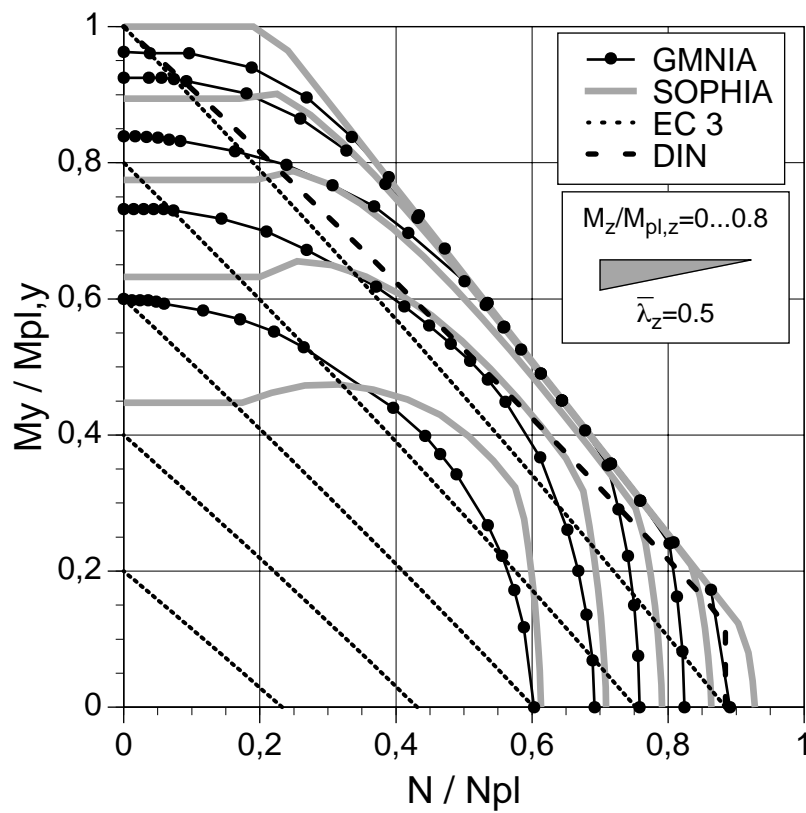


Bild 100. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 500,  $L=2.05$  m, Lf B

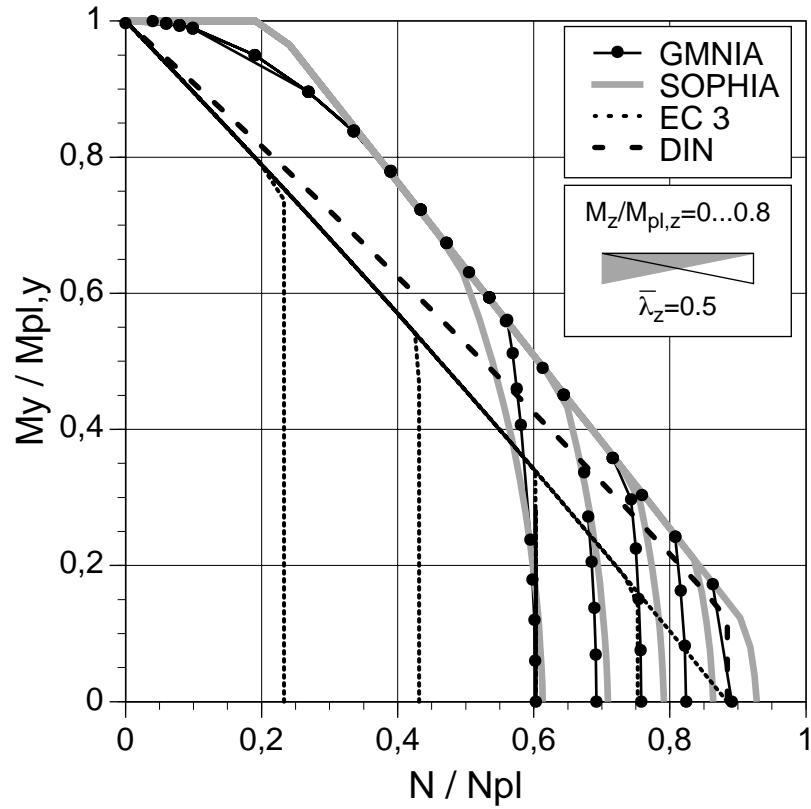


Bild 101. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 500,  $L=2.05$  m, Lf C

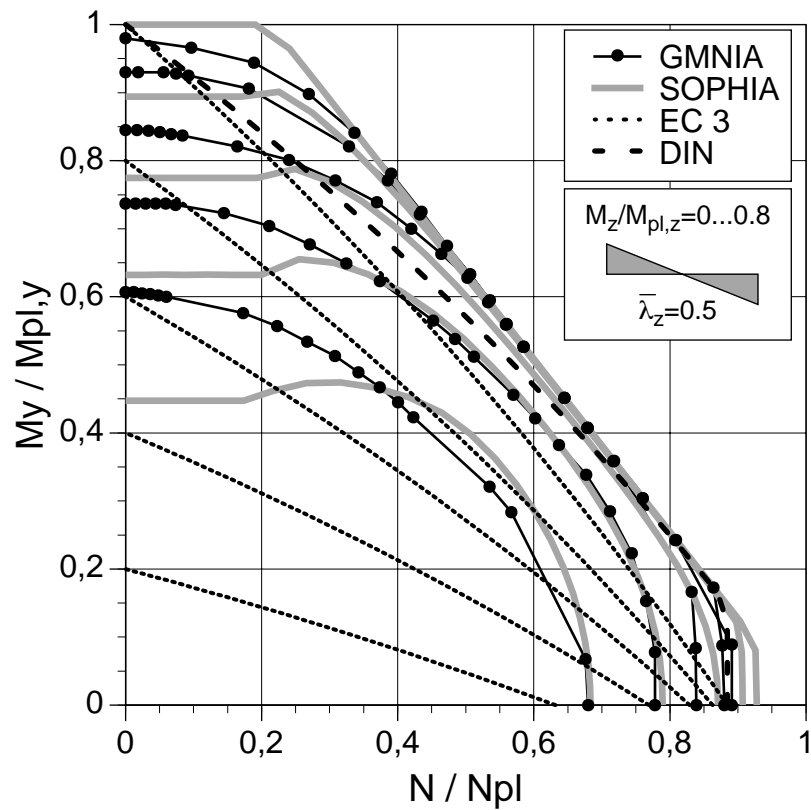


Bild 102. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 500,  $L=2.05$  m, Lf D



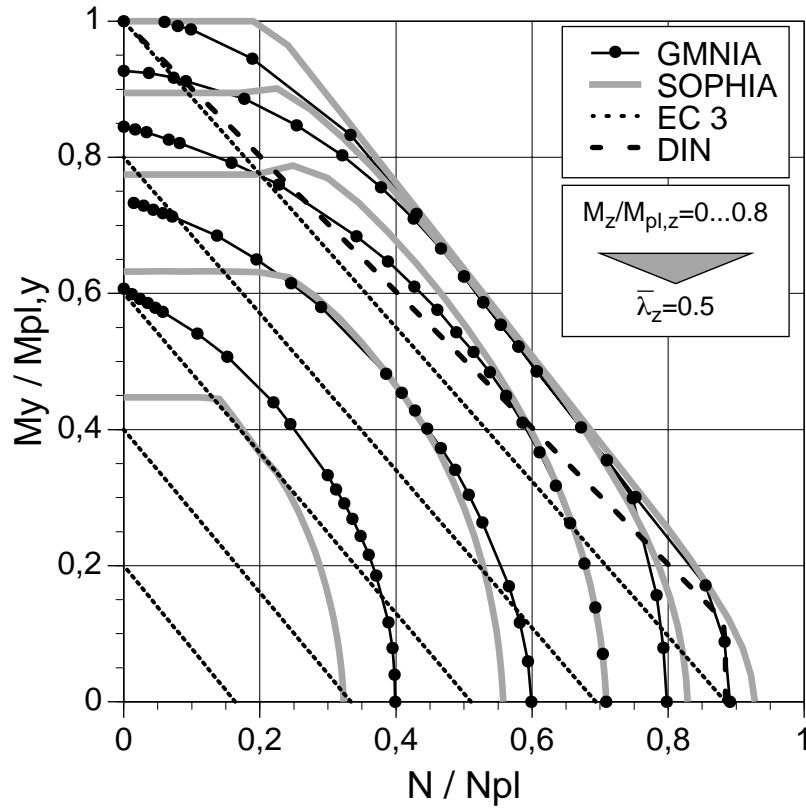


Bild 103. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 500, L=2.05 m, Lf E

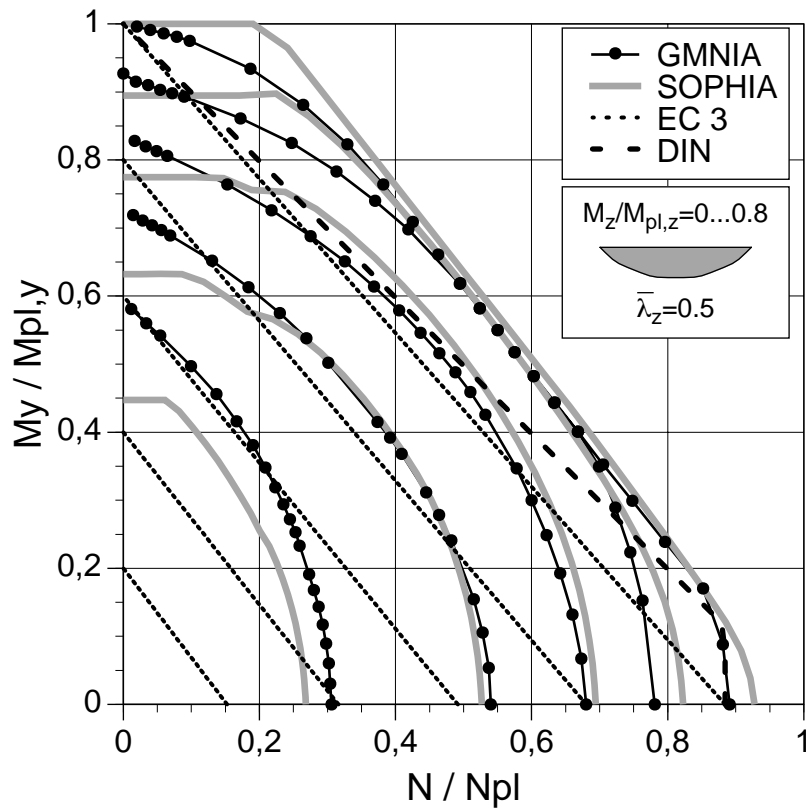


Bild 104. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 500, L=2.05 m, Lf F

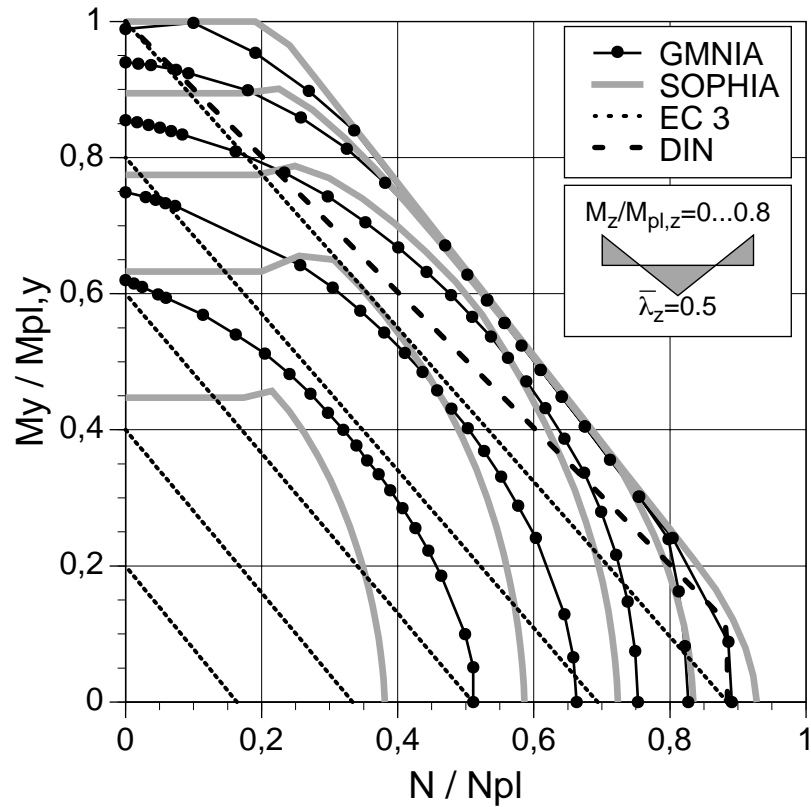


Bild 105. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 500,  $L=2.05$  m, Lf G

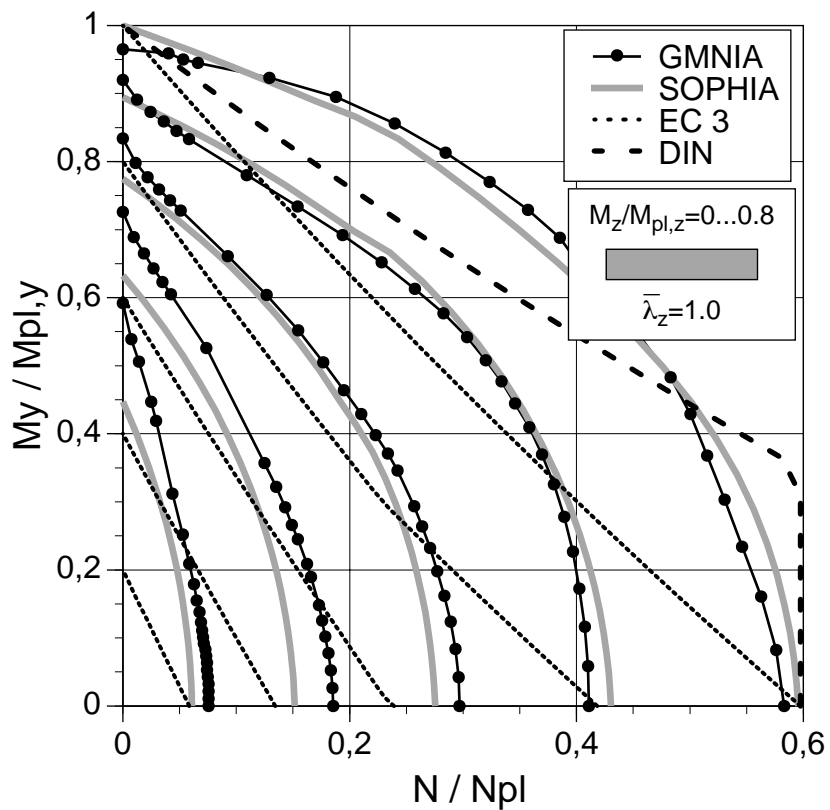


Bild 106. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 500,  $L=4.10$  m, Lf A

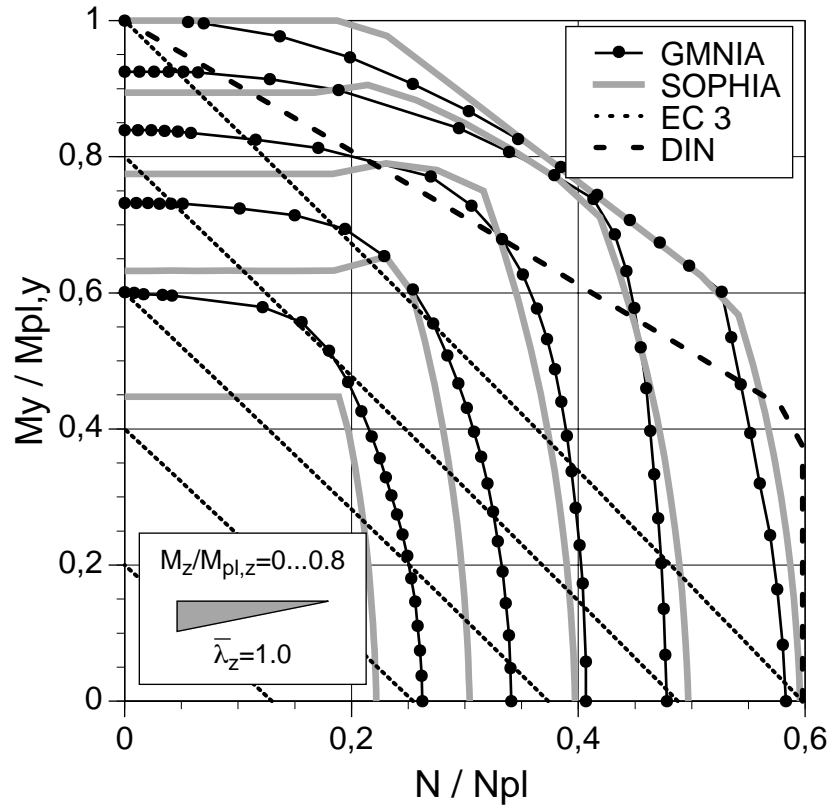


Bild 107. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 500, L=4.10 m, Lf B

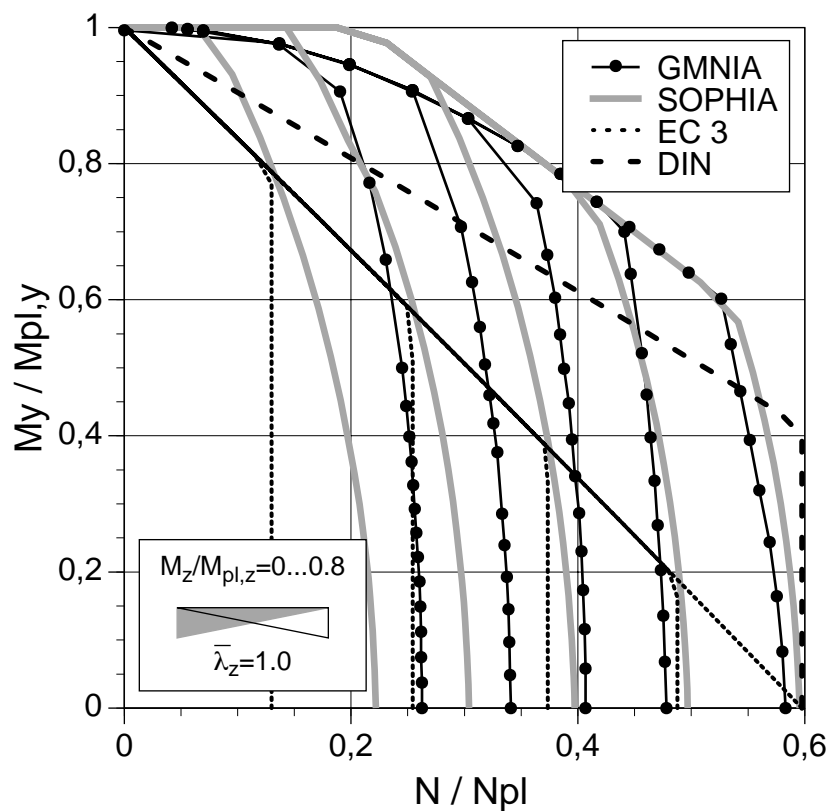


Bild 108. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 500, L=4.10 m, Lf C

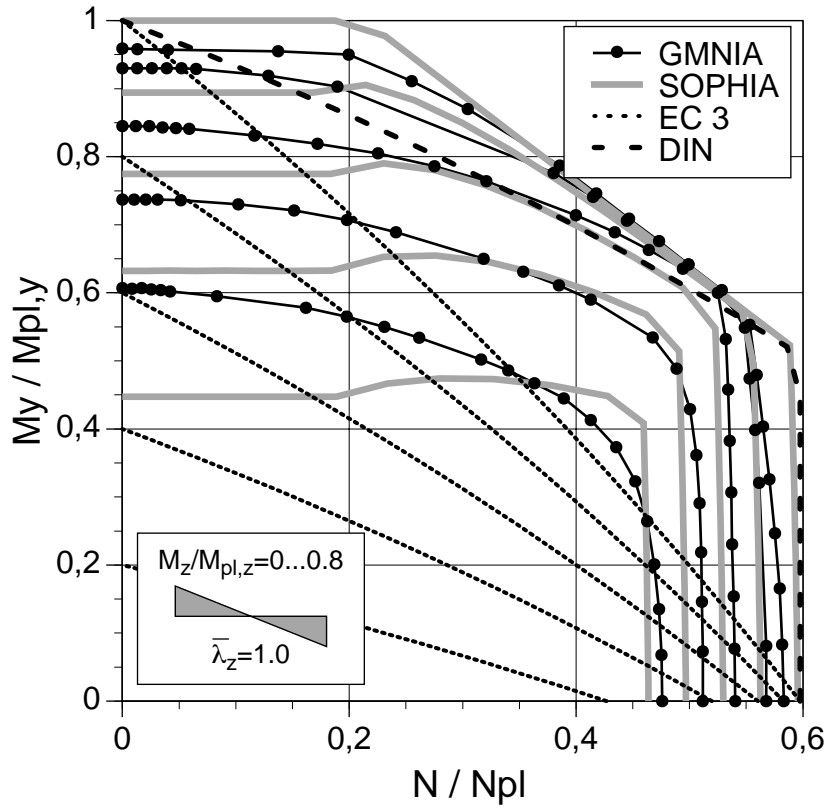


Bild 109. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 500, L=4.10 m, Lf D

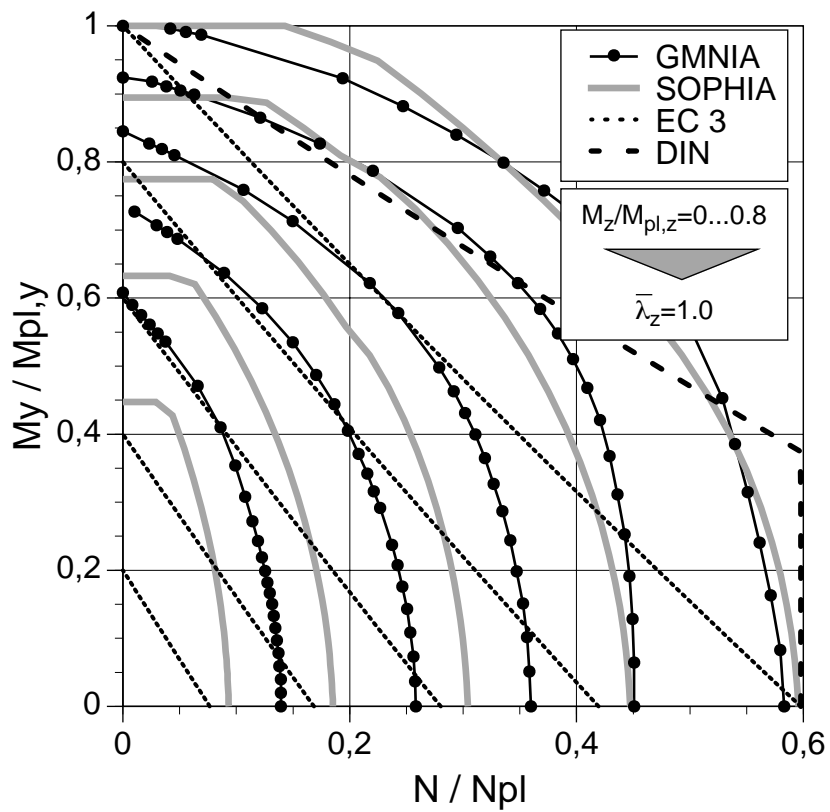


Bild 110. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 500, L=4.10 m, Lf E

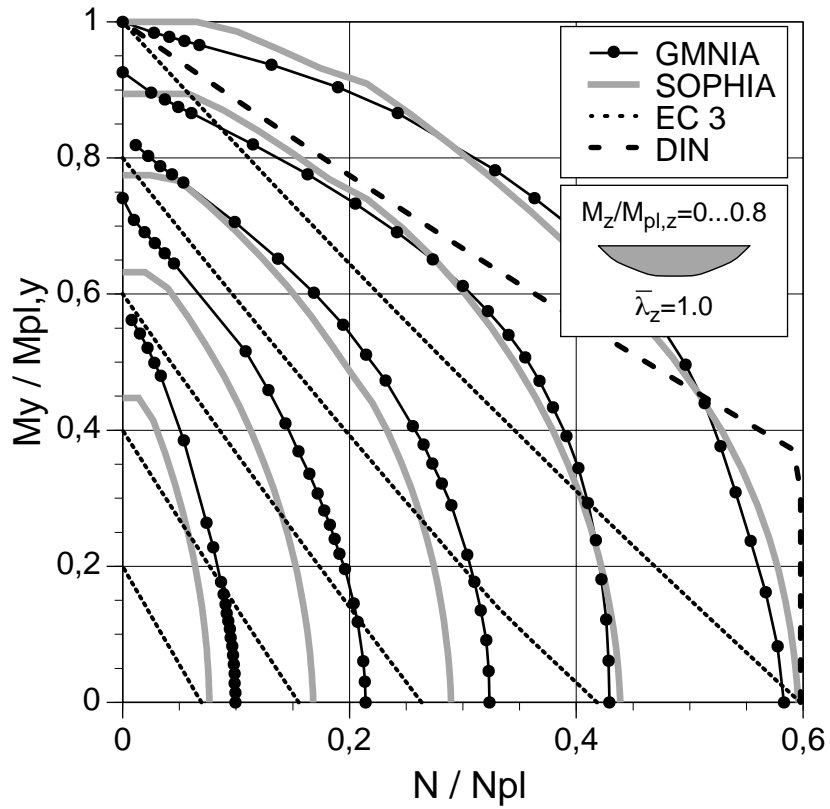


Bild 111. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 500, L=4.10 m, Lf F

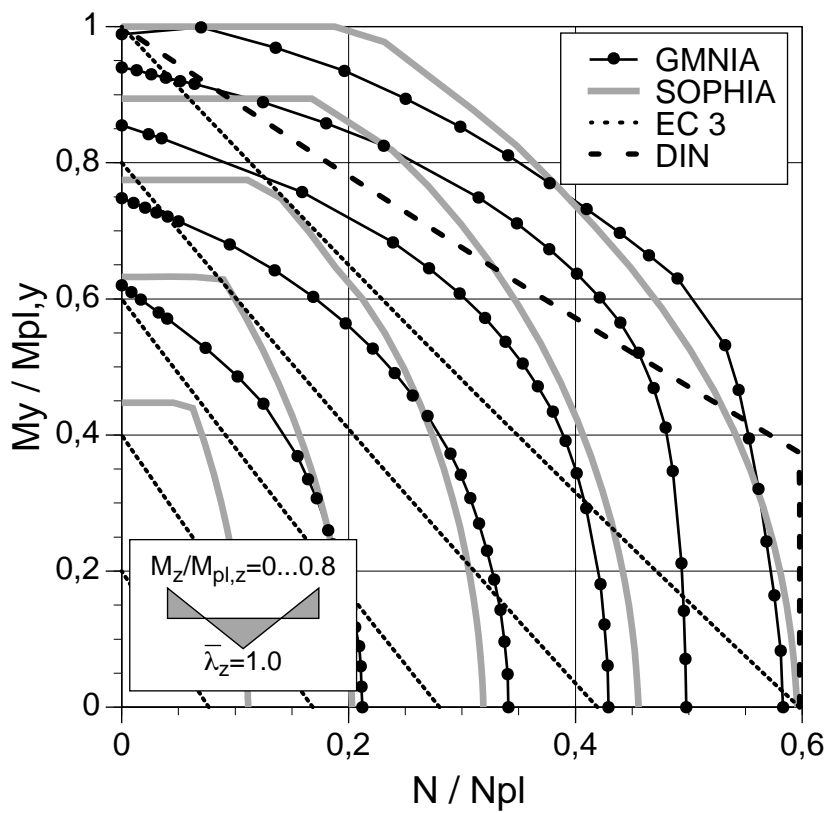


Bild 112. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 500, L=4.10 m, Lf G

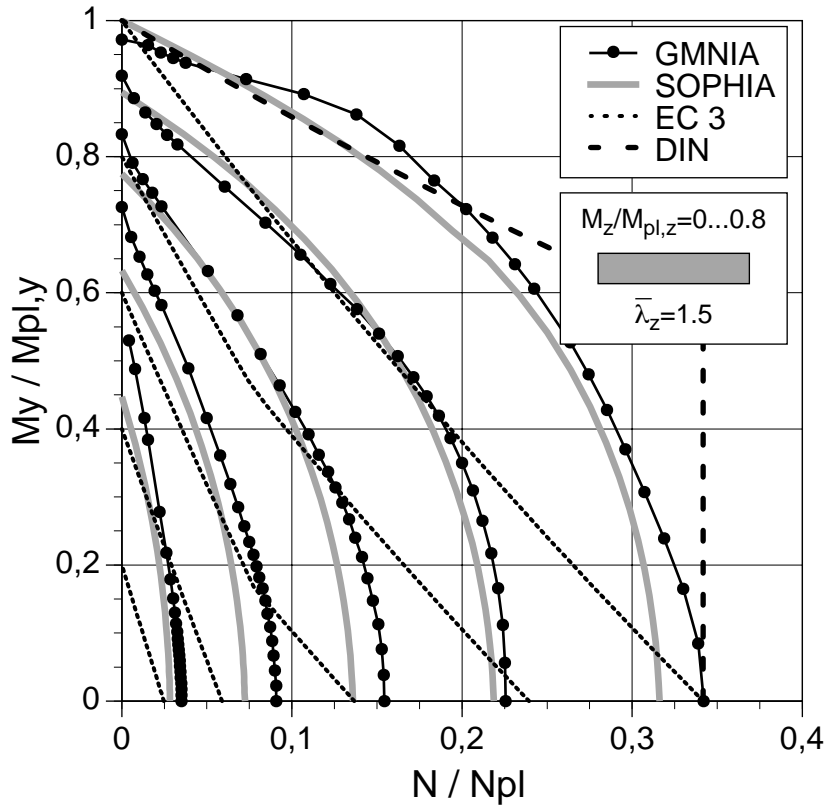


Bild 113. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 500,  $L=6.16$  m, Lf A

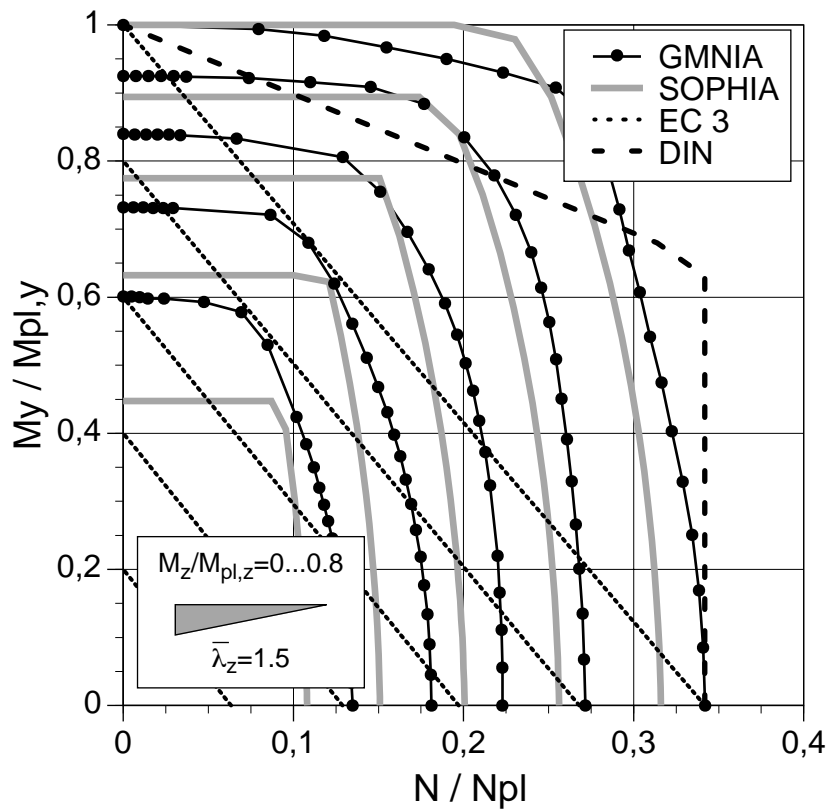


Bild 114. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 500,  $L=6.16$  m, Lf B

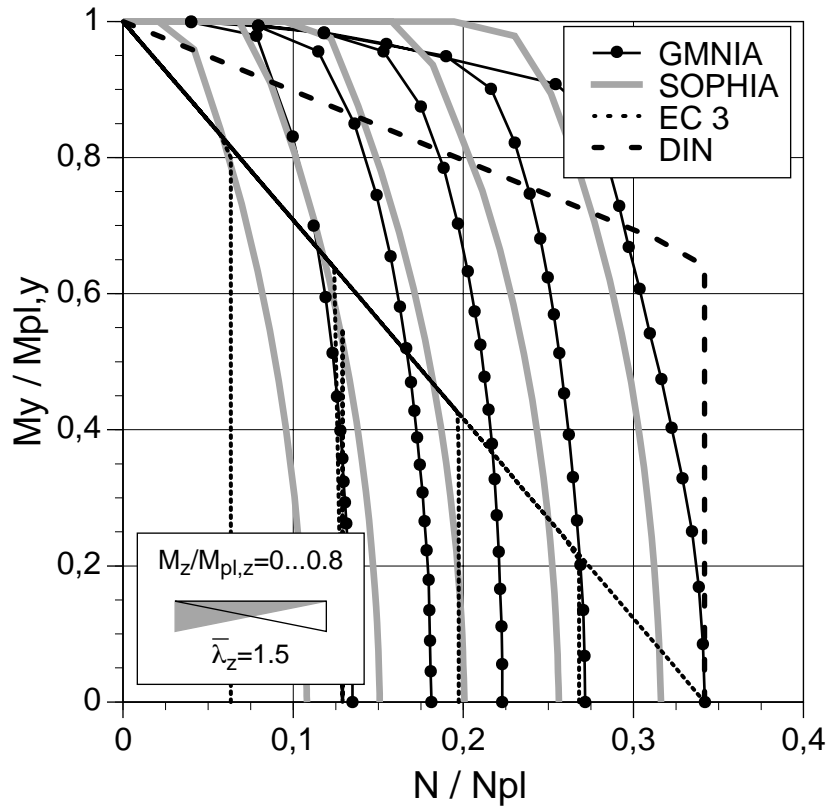


Bild 115. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 500, L=6.16 m, Lf C

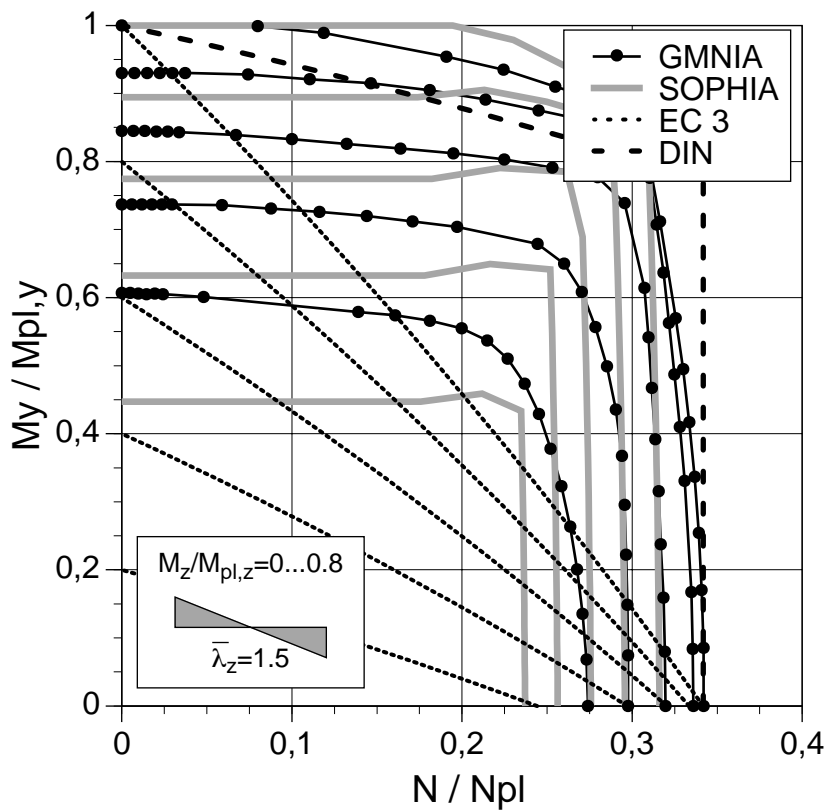


Bild 116. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 500, L=6.16 m, Lf D

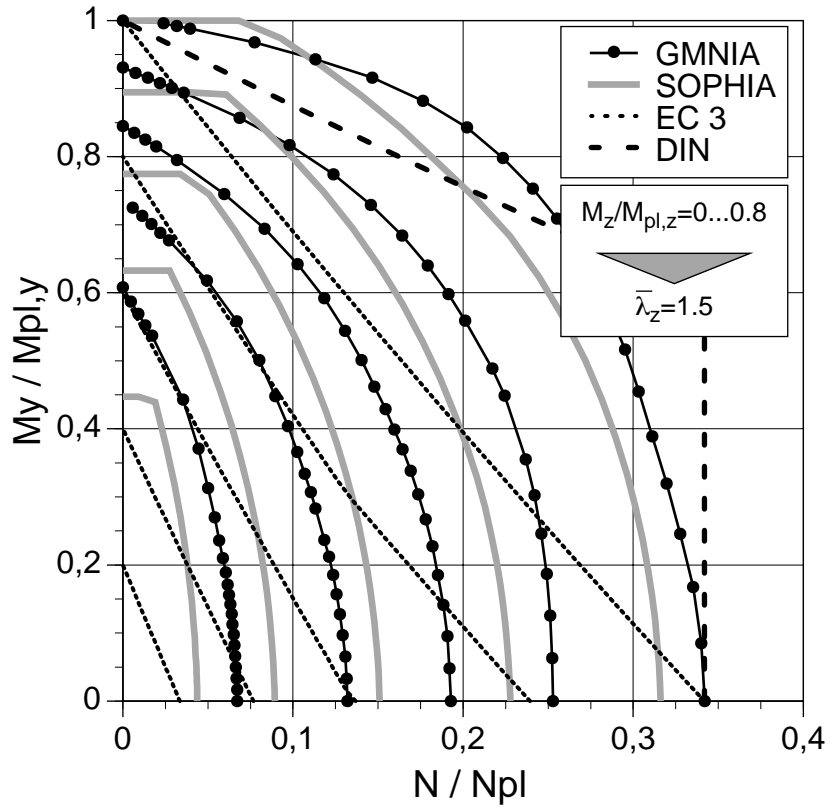


Bild 117. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 500,  $L=6.16$  m, Lf E

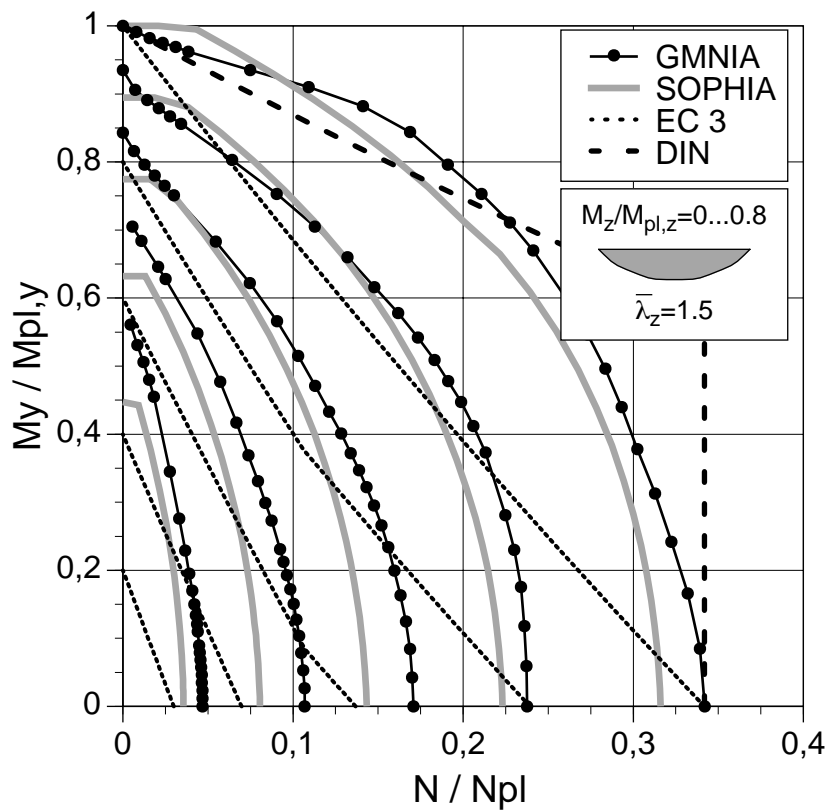


Bild 118. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 500,  $L=6.16$  m, Lf F



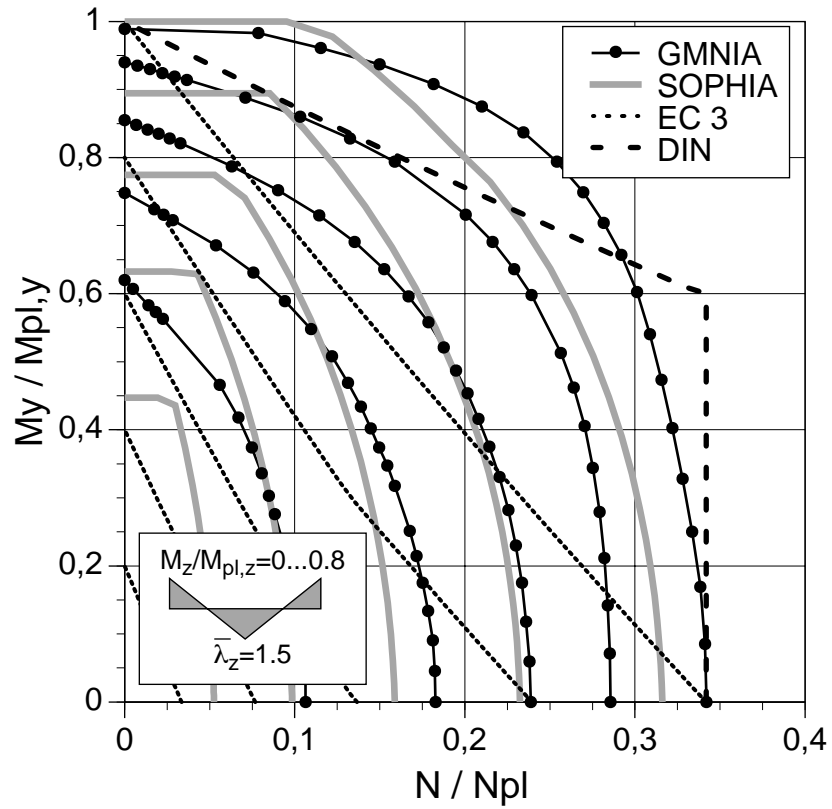


Bild 119. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 500,  $L=6.16$  m,  $L_f$  G

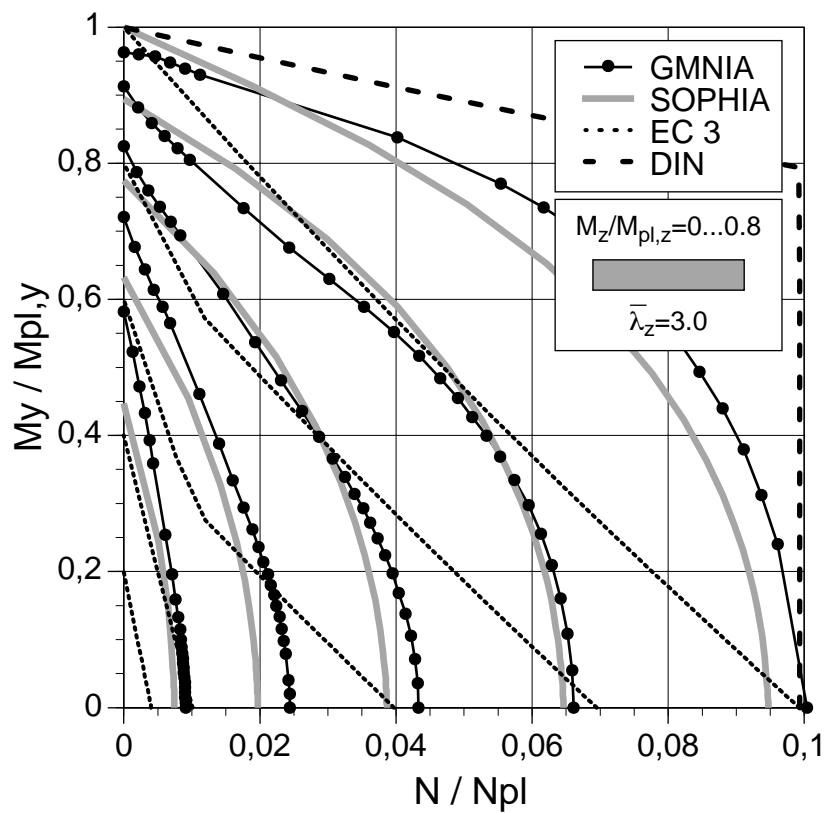


Bild 120. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 500,  $L=12.32$  m,  $L_f$  A

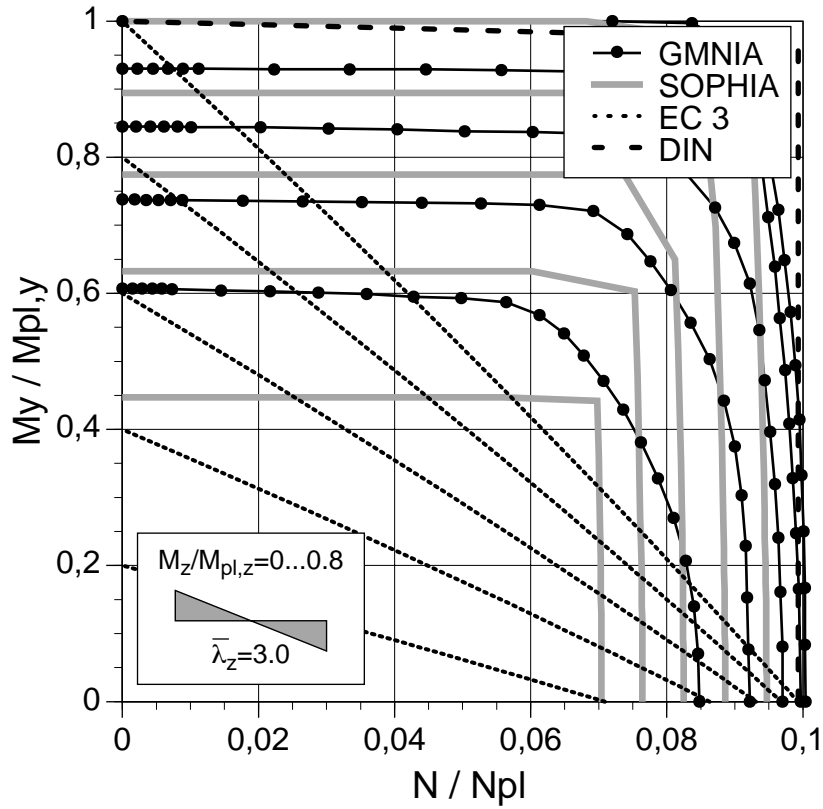


Bild 121. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 500,  $L=12.32$  m, Lf D

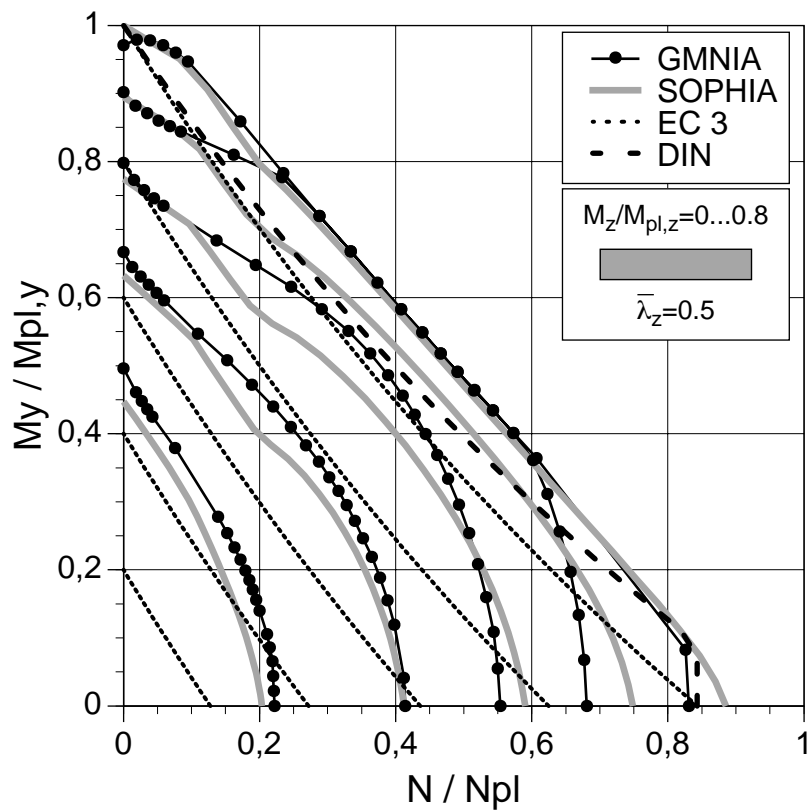


Bild 122. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für HEB 300,  $L=3.63$  m, Lf A

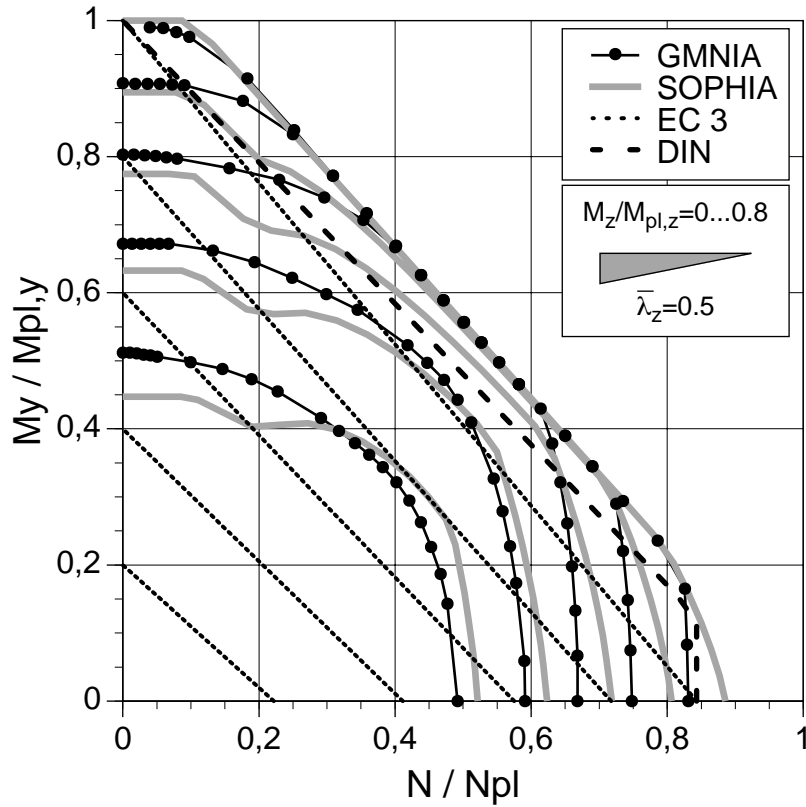


Bild 123. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für HEb 300, L=3.63 m, Lf B

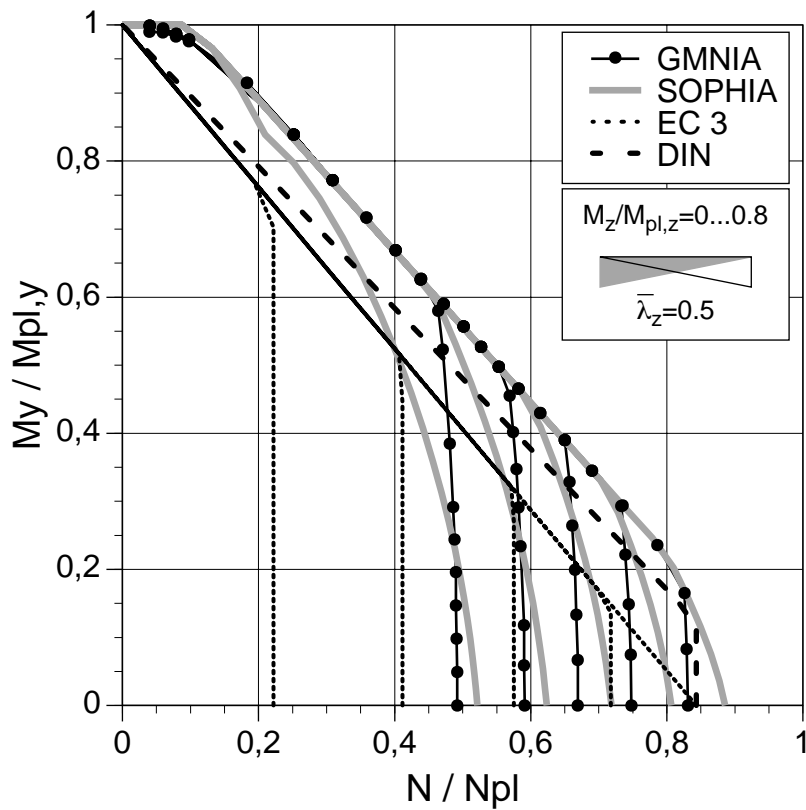


Bild 124. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für HEb 300, L=3.63 m, Lf C

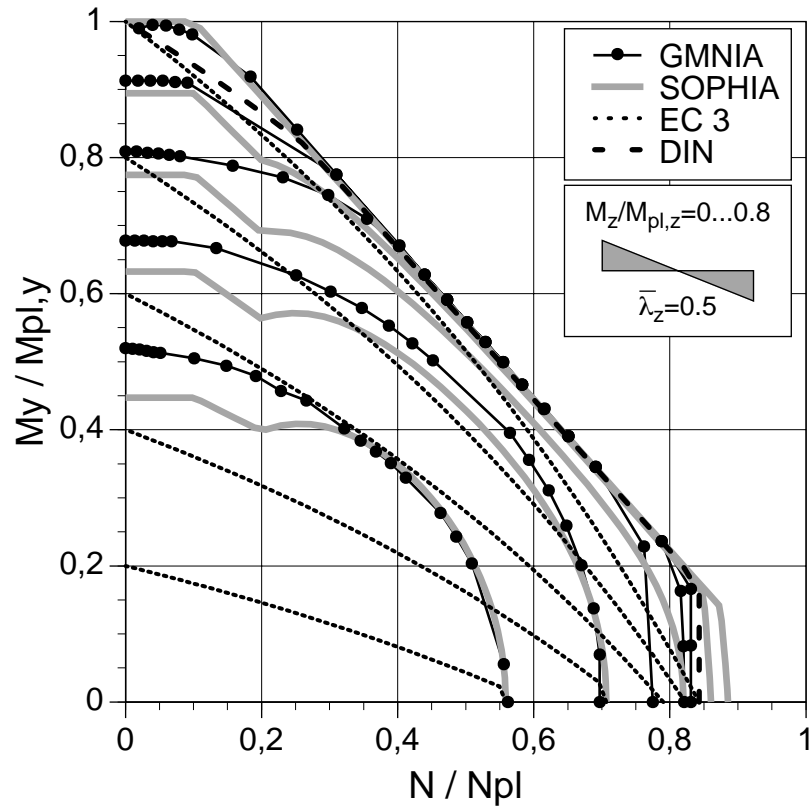


Bild 125. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für HEB 300,  $L=3.63$  m, Lf D

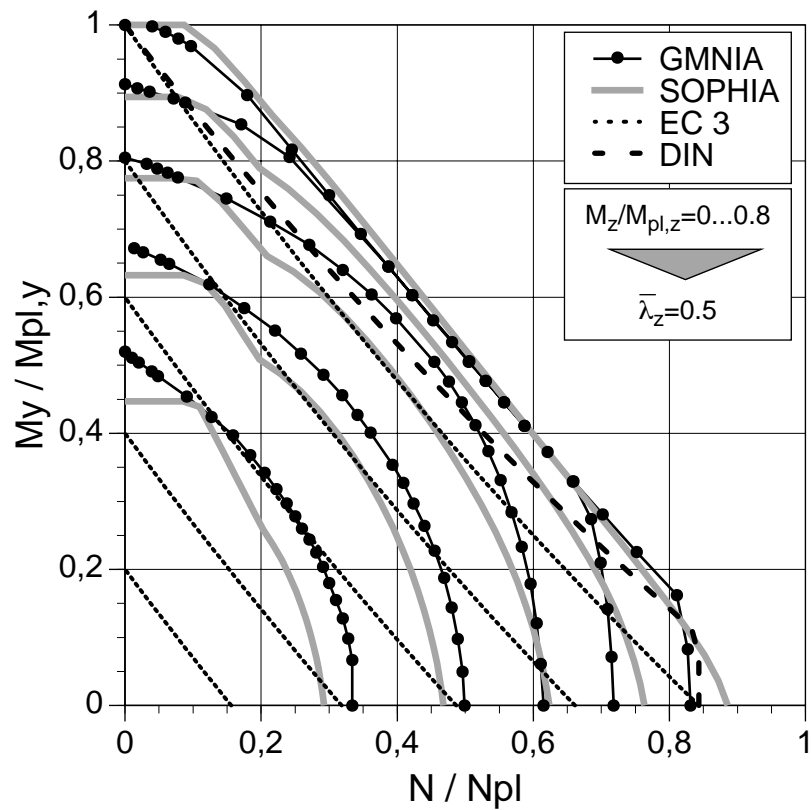


Bild 126. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für HEB 300,  $L=3.63$  m, Lf E

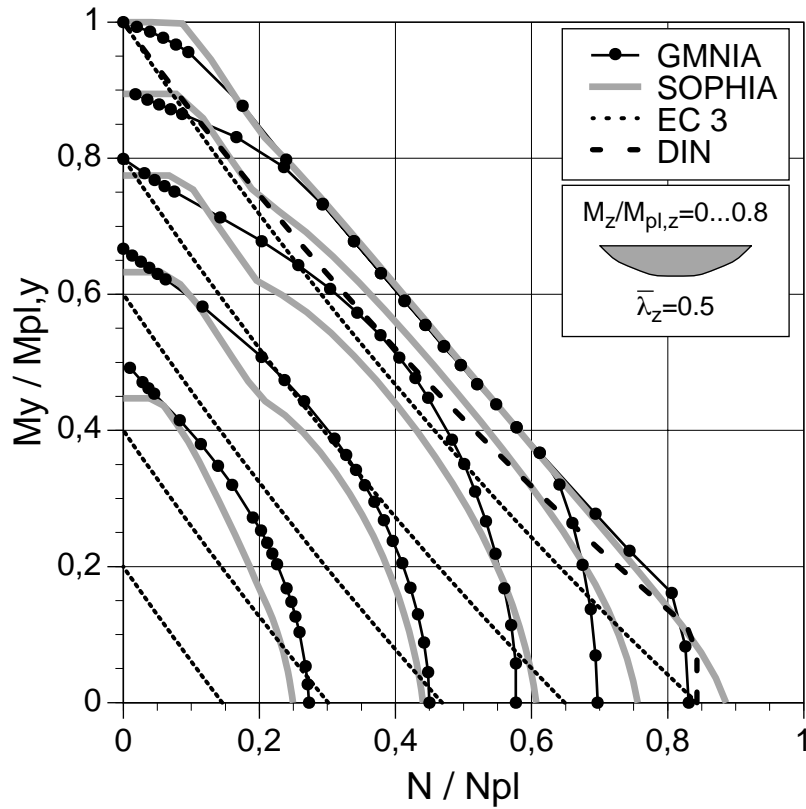


Bild 127. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für HEb 300, L=3.63 m, Lf F

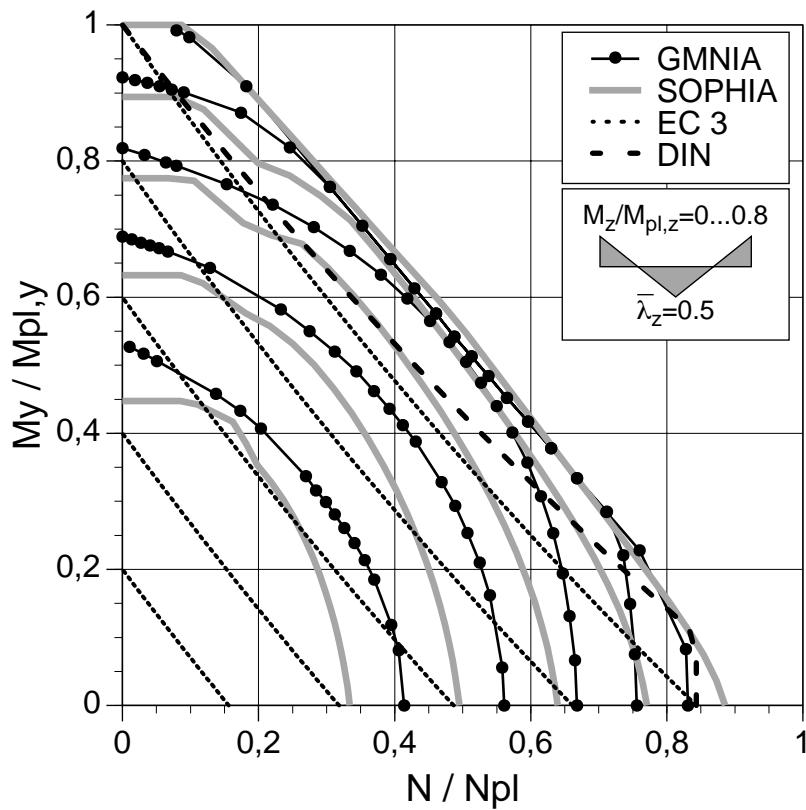


Bild 128. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für HEb 300, L=3.63 m, Lf G

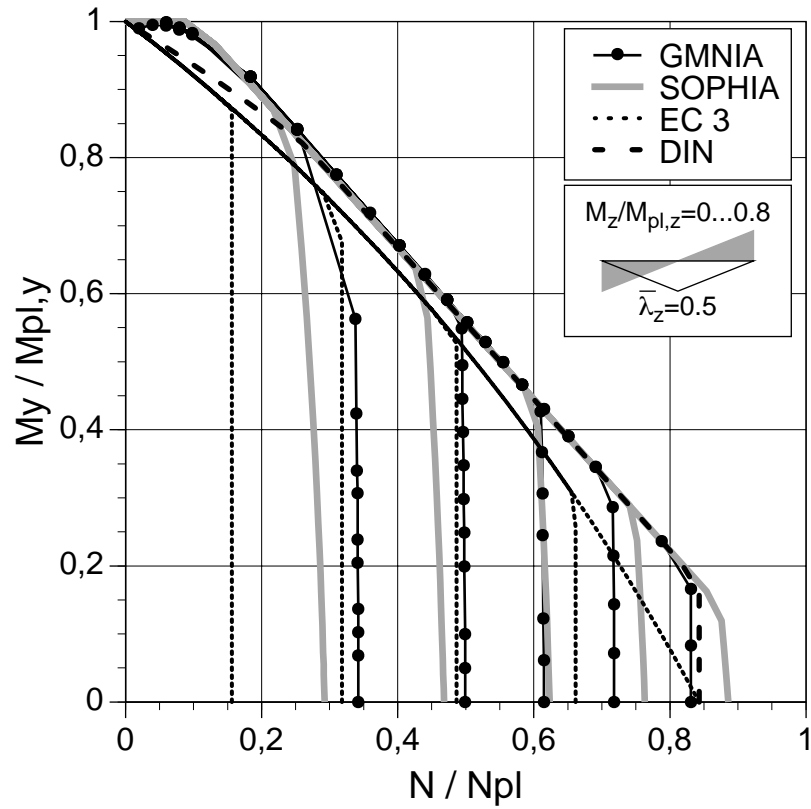


Bild 129. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für HEB 300,  $L=3.63$  m,  $L_f H$

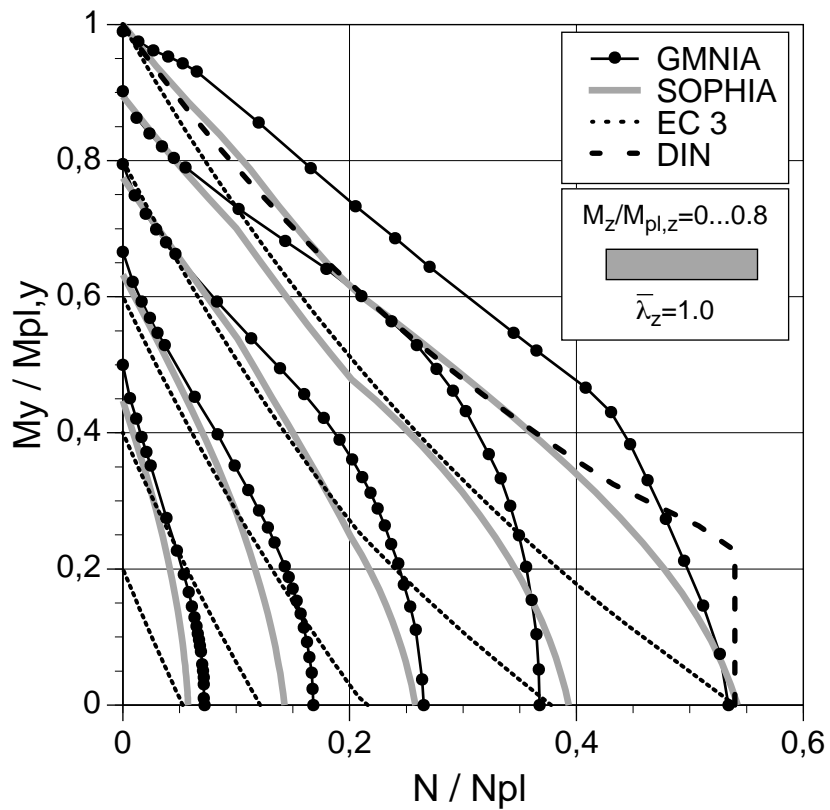


Bild 130. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für HEB 300,  $L=7.27$  m,  $L_f A$

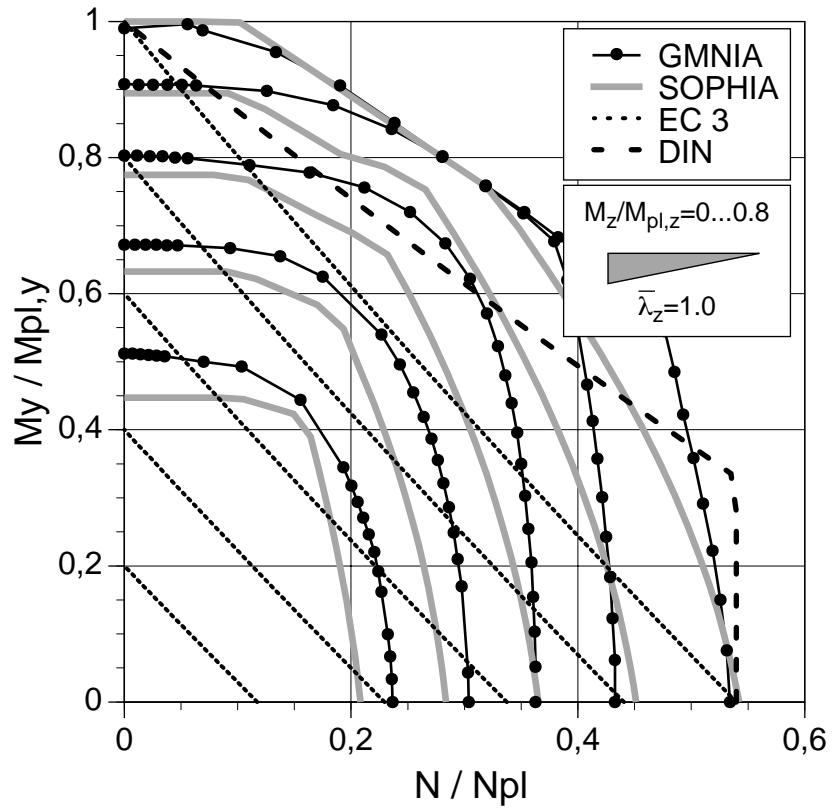


Bild 131. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für HEb 300, L=7.27 m, Lf B

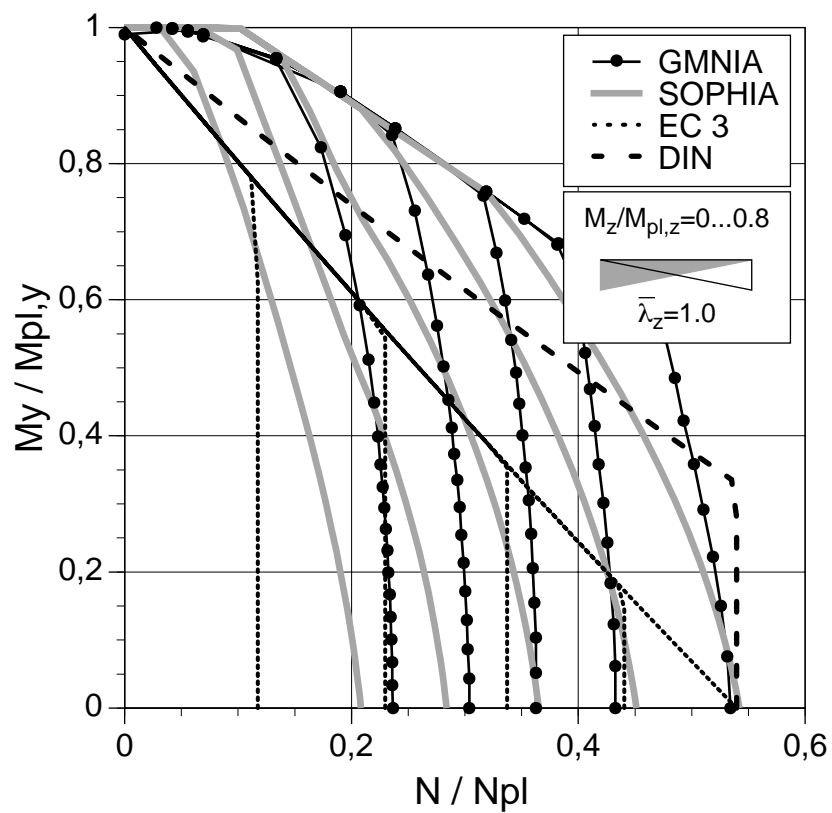


Bild 132. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für HEb 300, L=7.27 m, Lf C

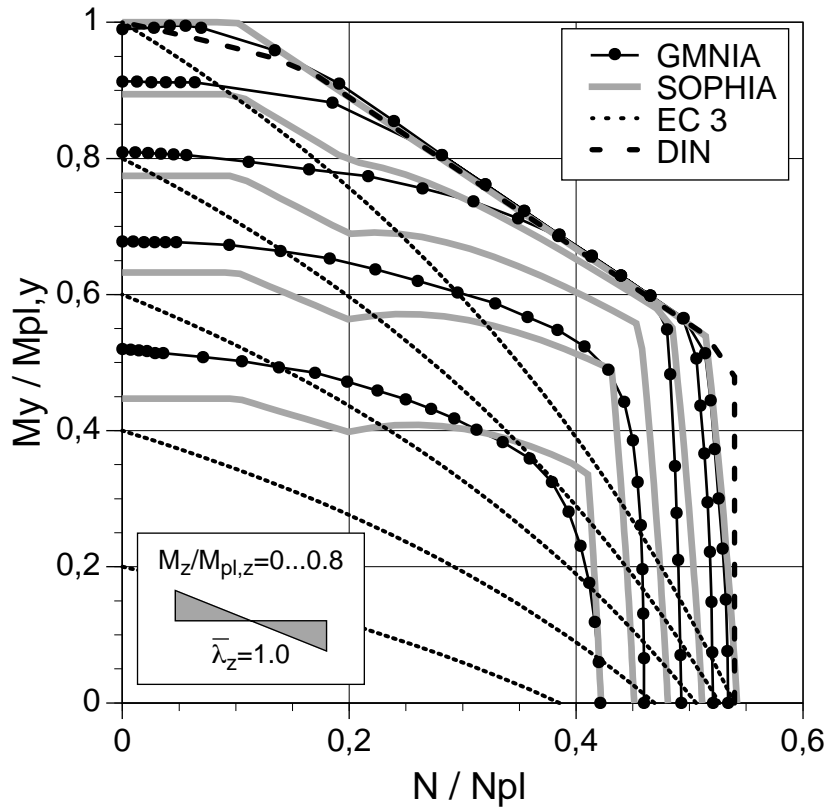


Bild 133. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für HEB 300, L=7.27 m, Lf D

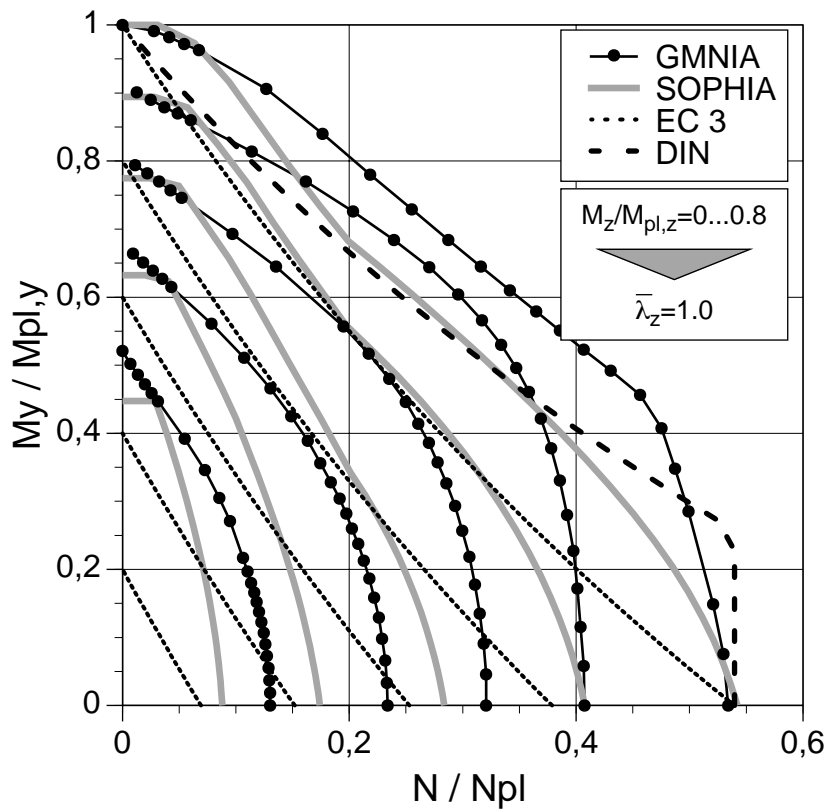


Bild 134. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für HEB 300, L=7.27 m, Lf E



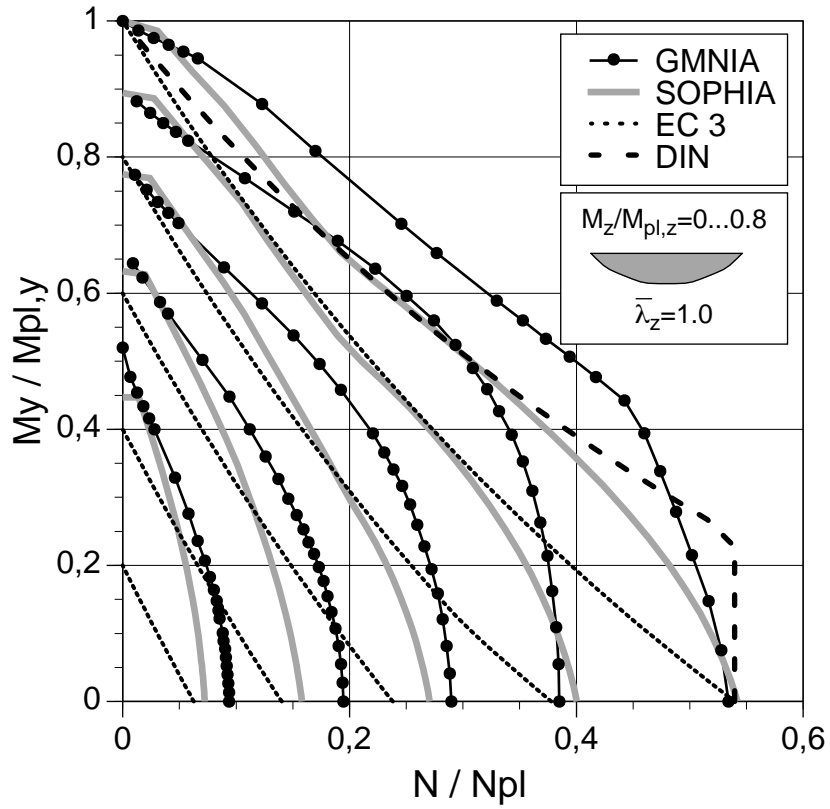


Bild 135. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für HEb 300,  $L=7.27$  m, Lf F

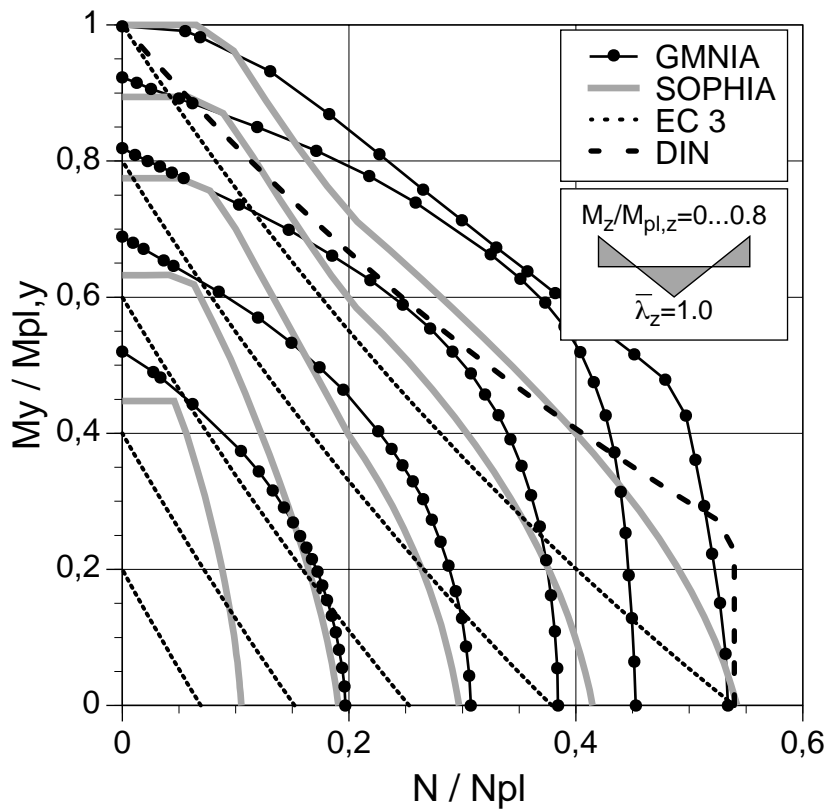


Bild 136. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für HEb 300,  $L=7.27$  m, Lf G

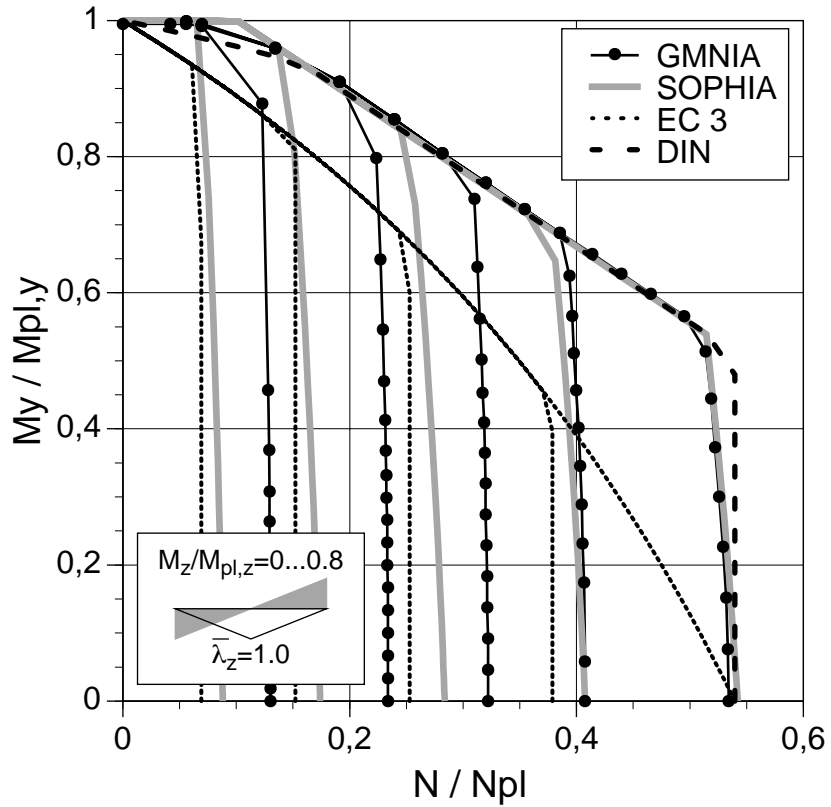


Bild 137. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für HEb 300, L=7.27 m, Lf H

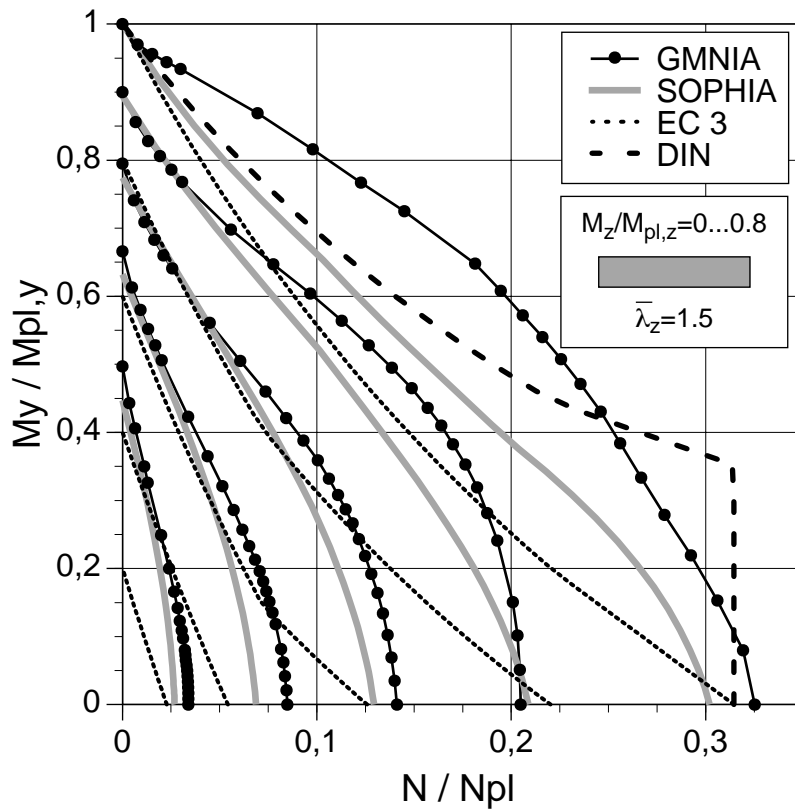


Bild 138. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für HEb 300, L=10.9 m, Lf A

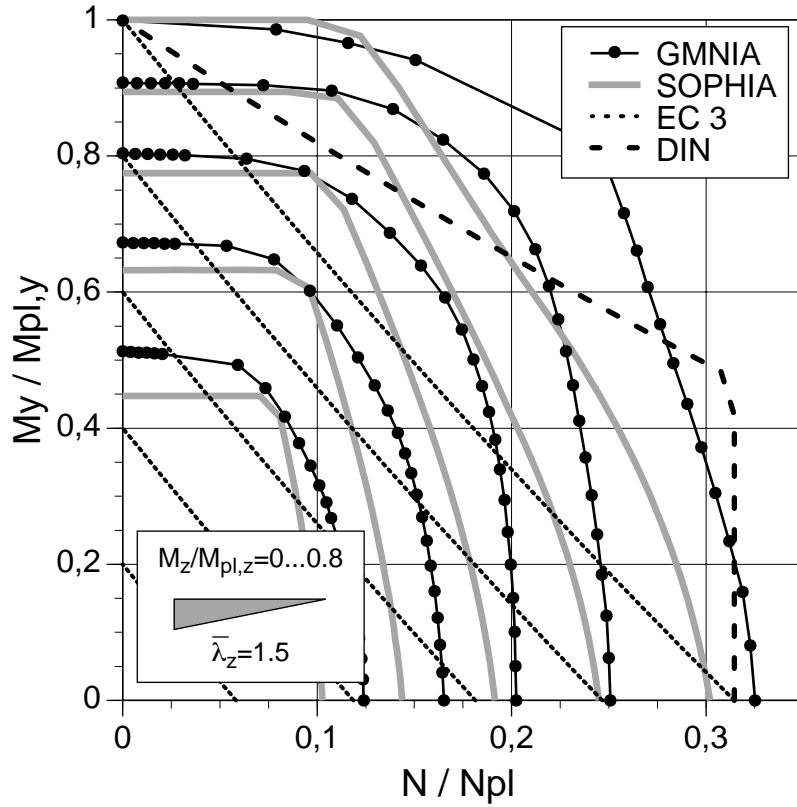


Bild 139. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für HEb 300, L=10.9 m, Lf B

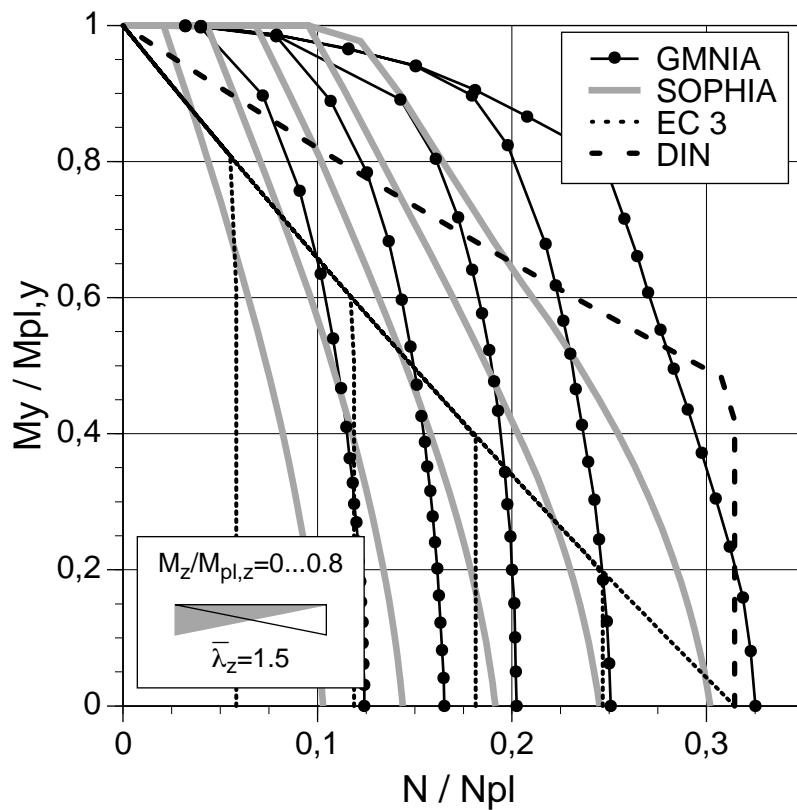


Bild 140. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für HEb 300, L=10.9 m, Lf C

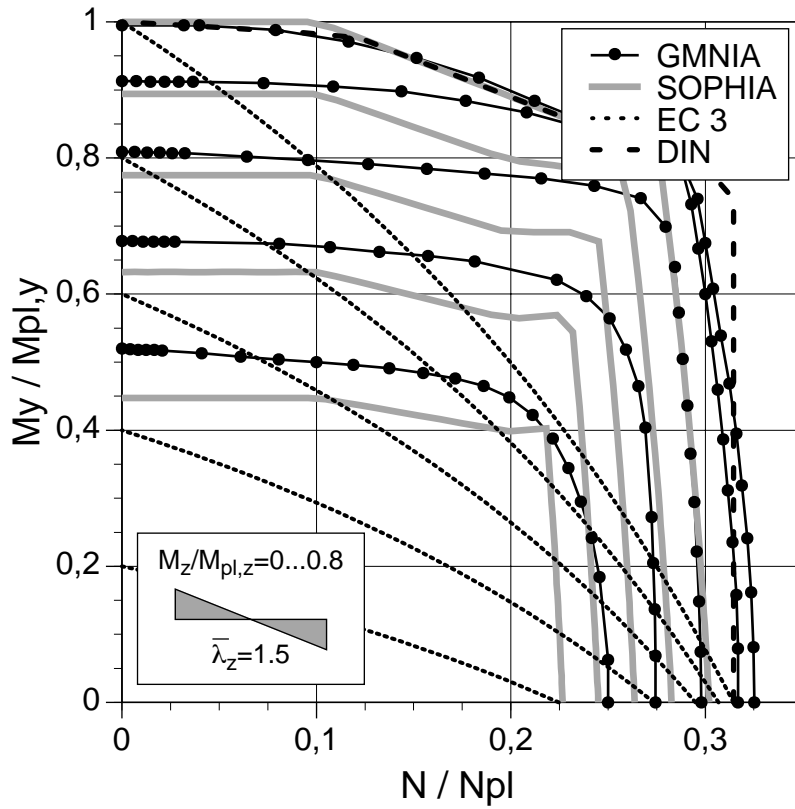


Bild 141. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für HEBA 300, L=10.9 m, Lf D

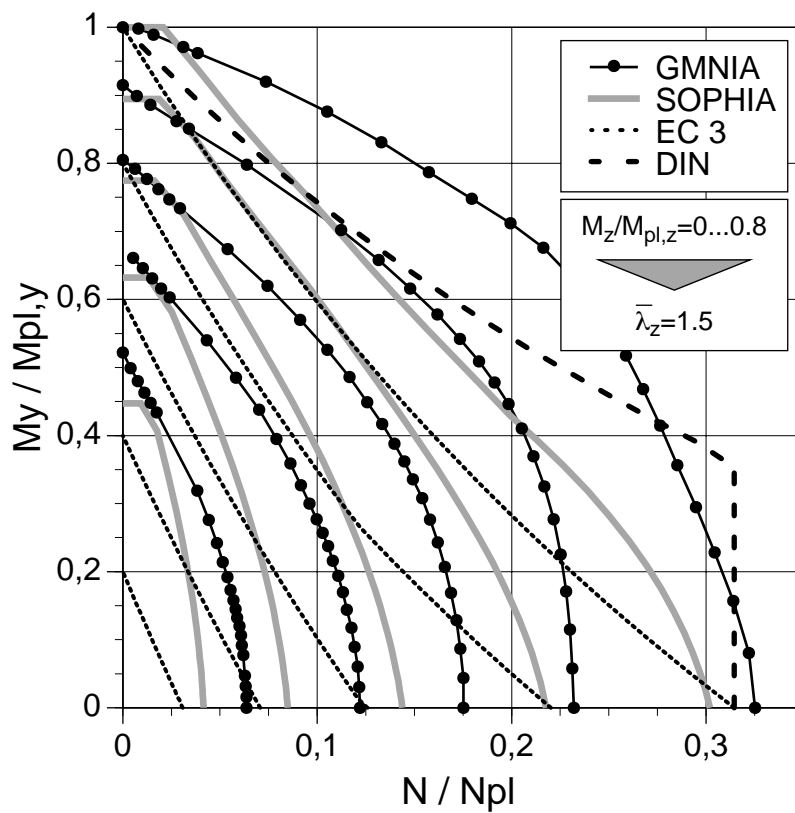


Bild 142. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für HEBA 300, L=10.9 m, Lf E

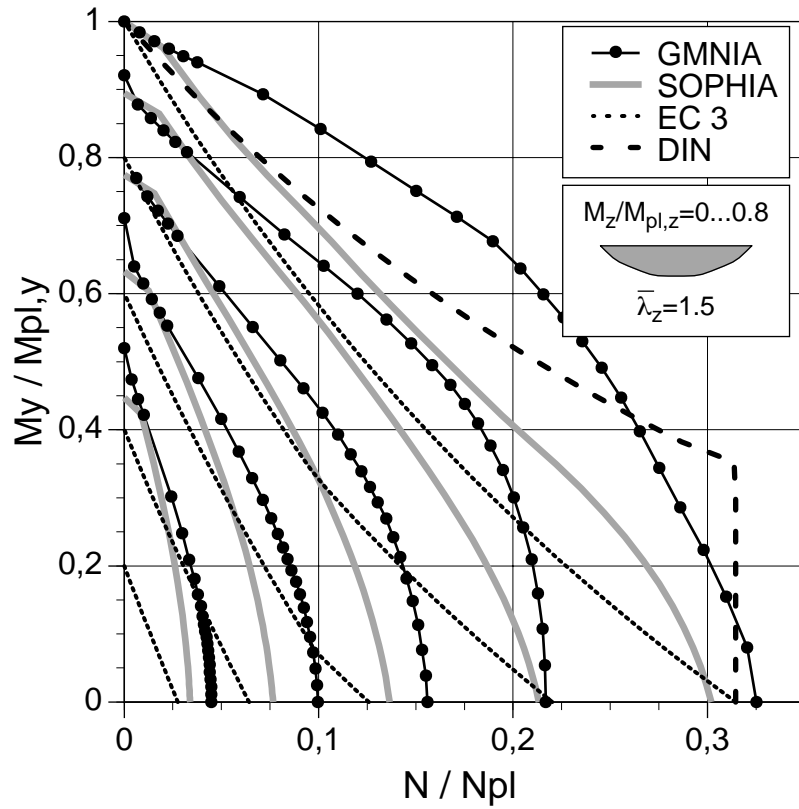


Bild 143. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für HEb 300, L=10.9 m, Lf F

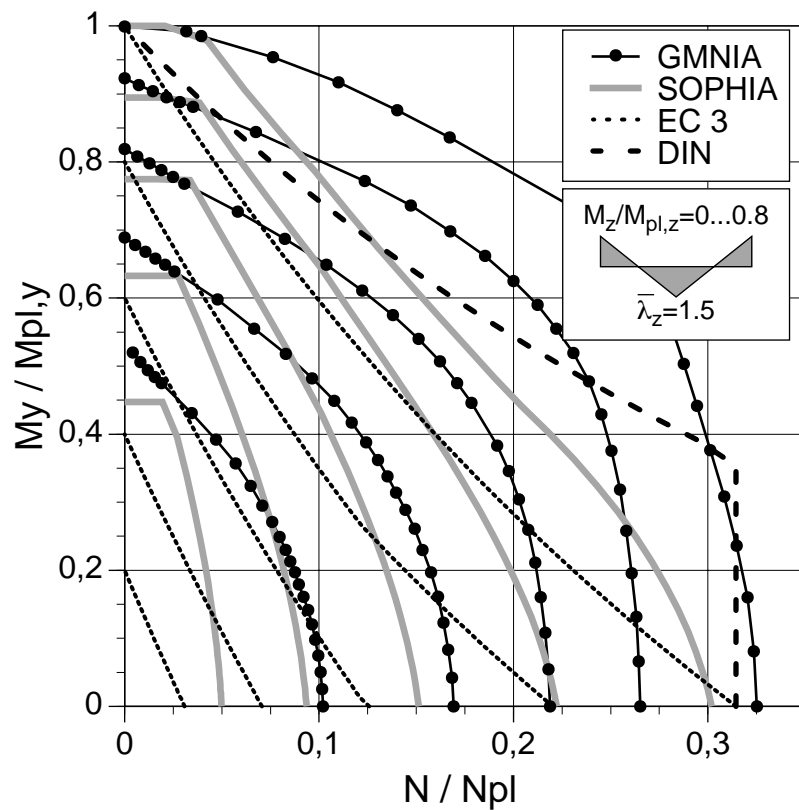


Bild 144. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für HEb 300, L=10.9 m, Lf G

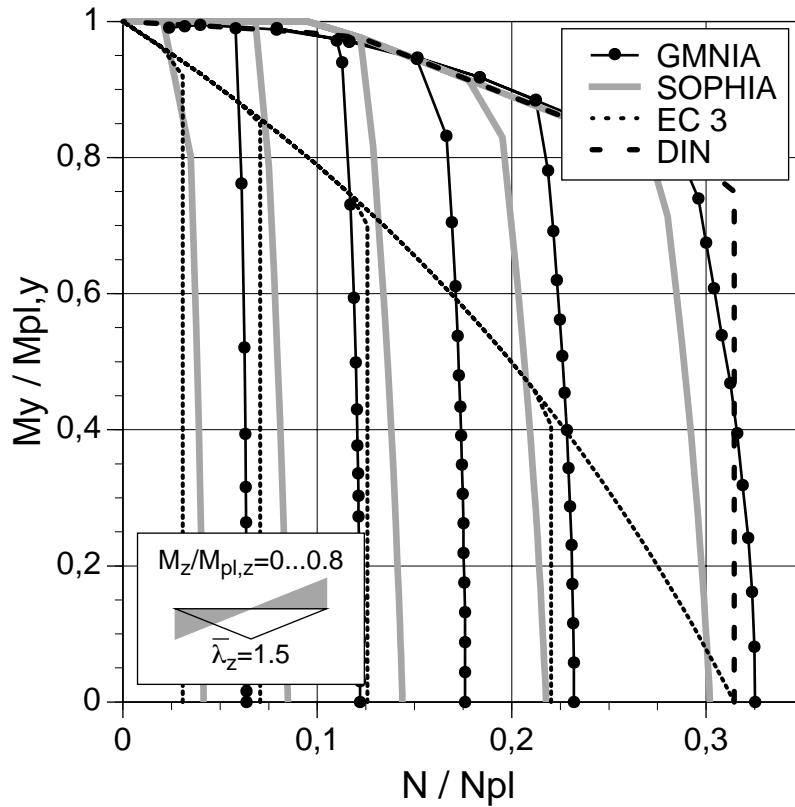


Bild 145. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für HEb 300, L=10.9 m, Lf H

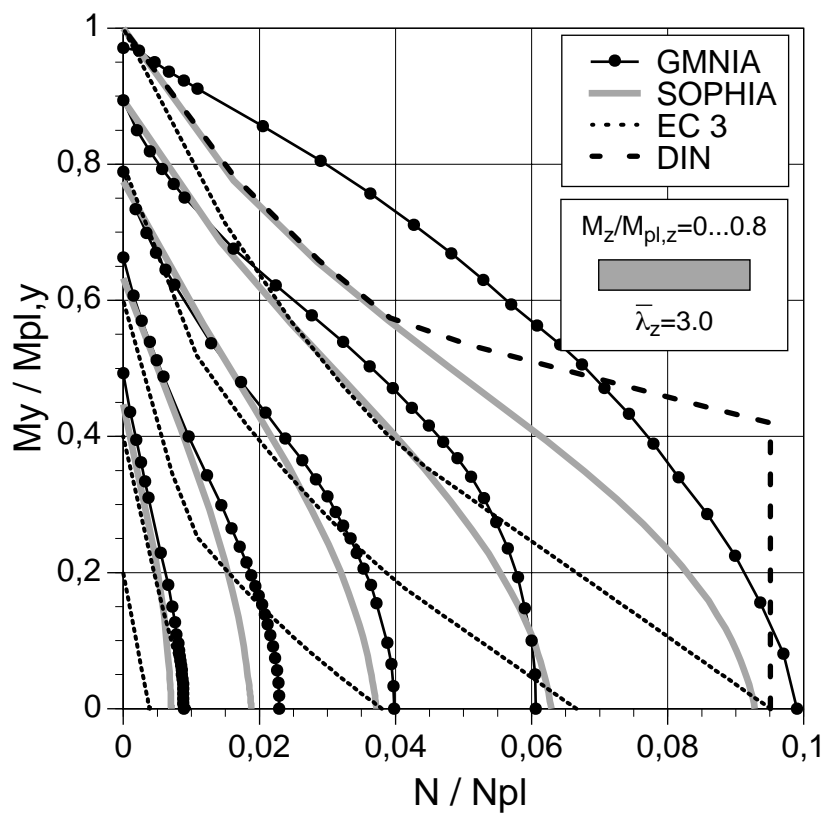


Bild 146. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für HEb 300, L=21.8 m, Lf A

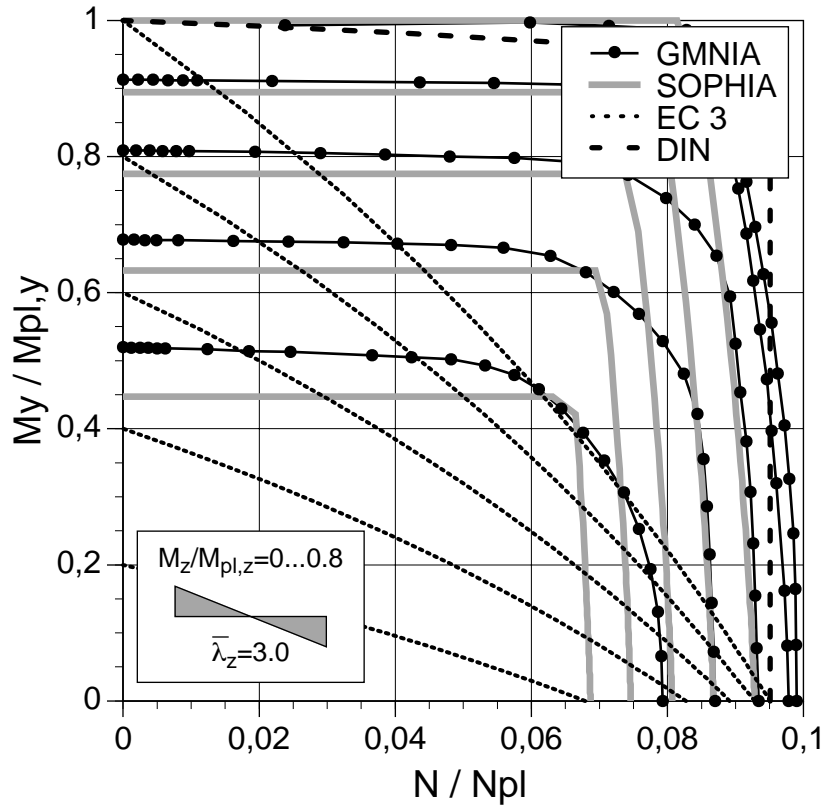


Bild 147. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für HEB 300,  $L=21.8$  m, Lf D

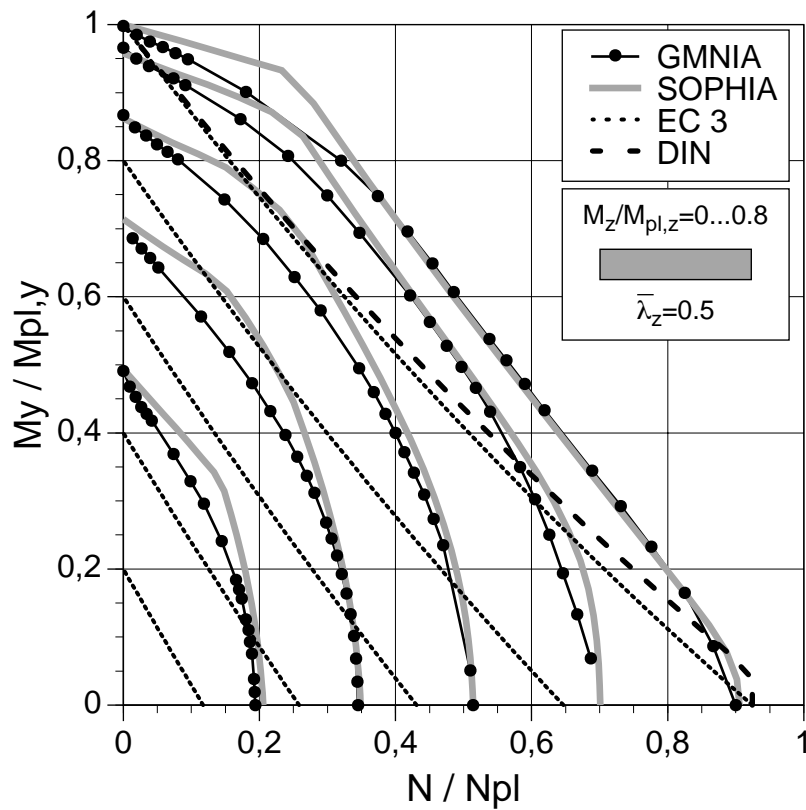


Bild 148. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für RHP 200/100/10,  $L=1.88$  m, Lf A

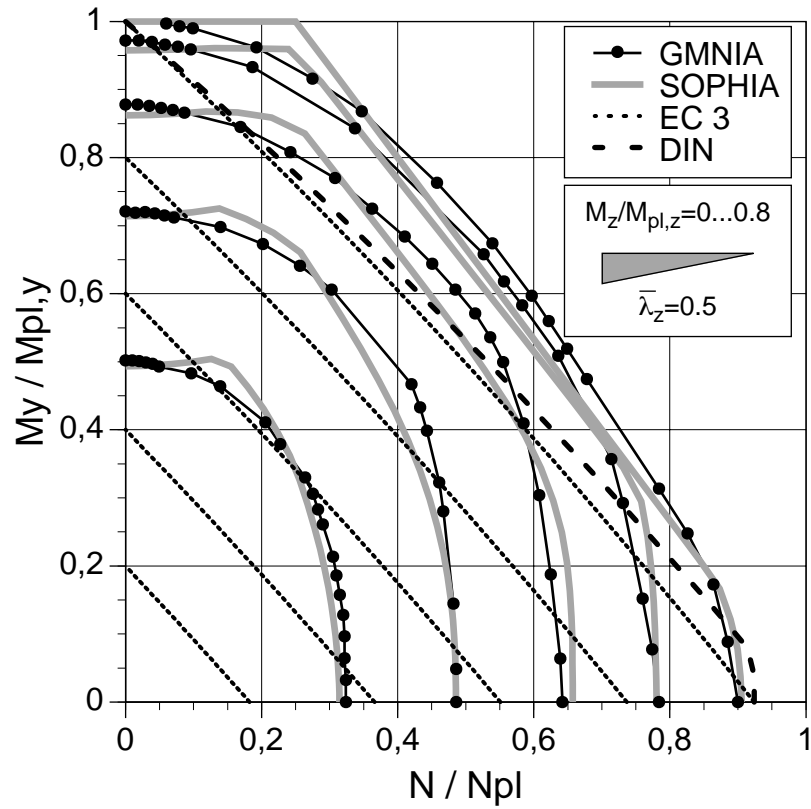


Bild 149. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für RHP 200/100/10,  $L=1.88$  m, Lf B

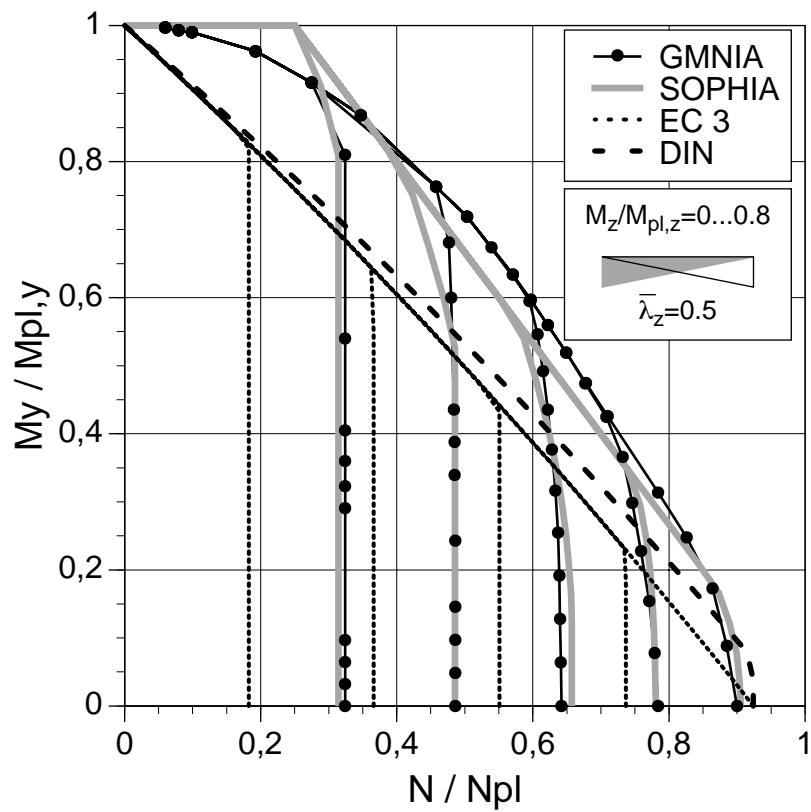


Bild 150. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für RHP 200/100/10,  $L=1.88$  m, Lf C



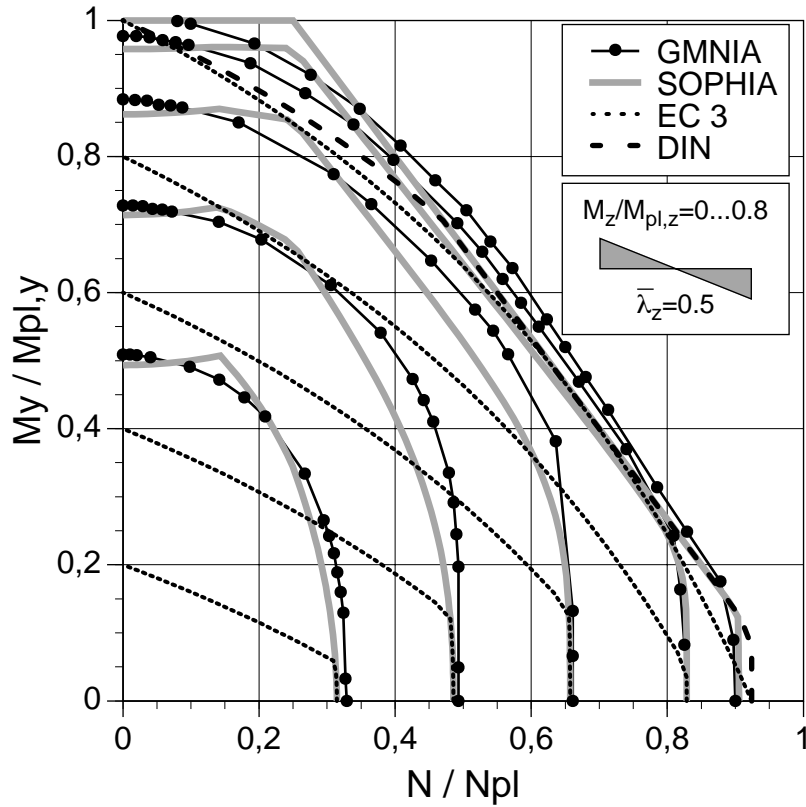


Bild 151. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für RHP 200/100/10,  $L=1.88$  m,  $L_f$  D

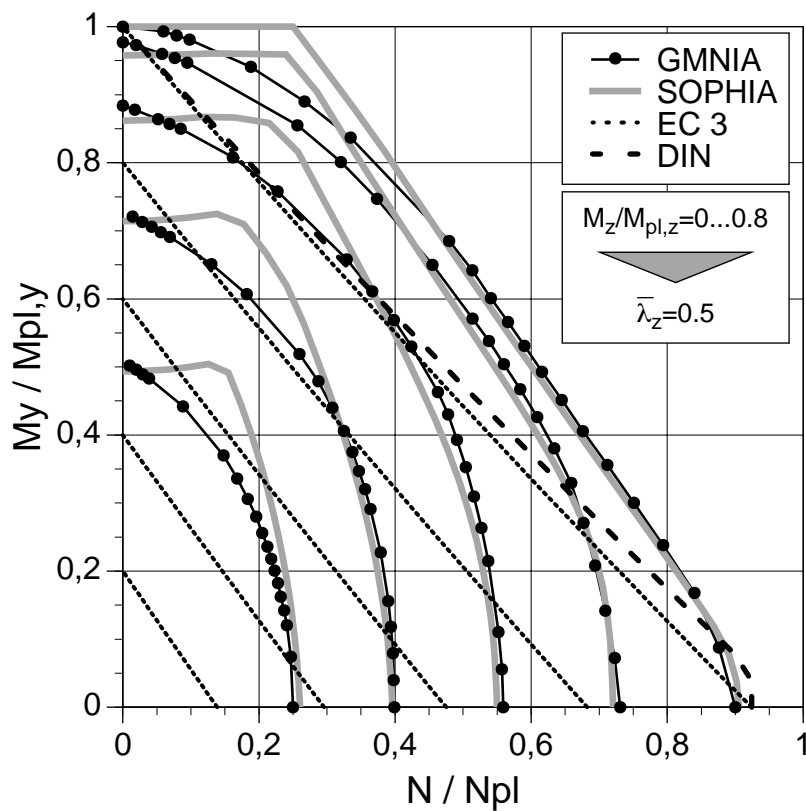


Bild 152. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für RHP 200/100/10,  $L=1.88$  m,  $L_f$  E

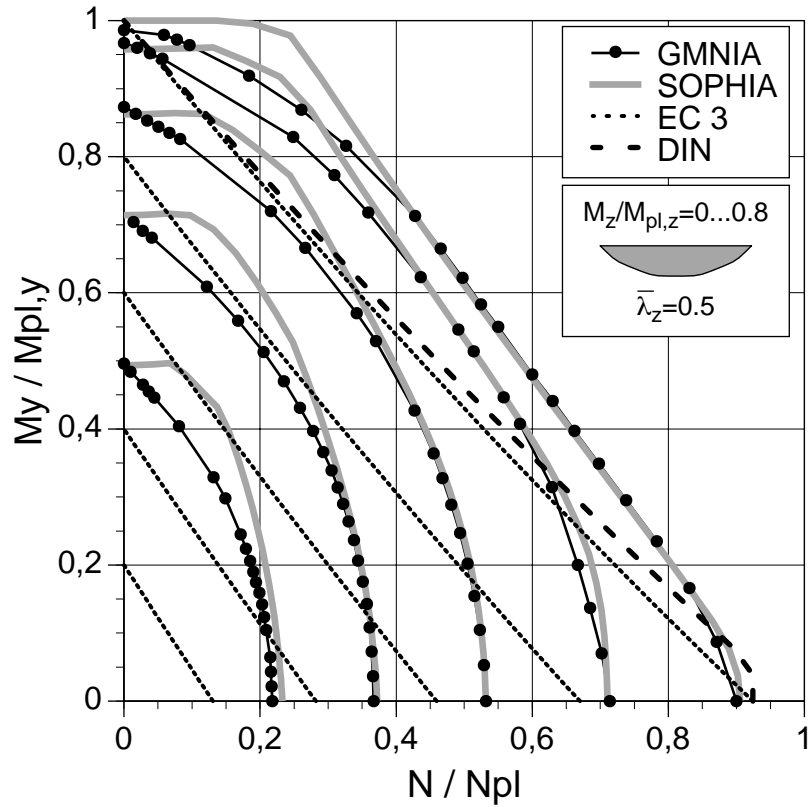


Bild 153. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für RHP 200/100/10, L=1.88 m, Lf F

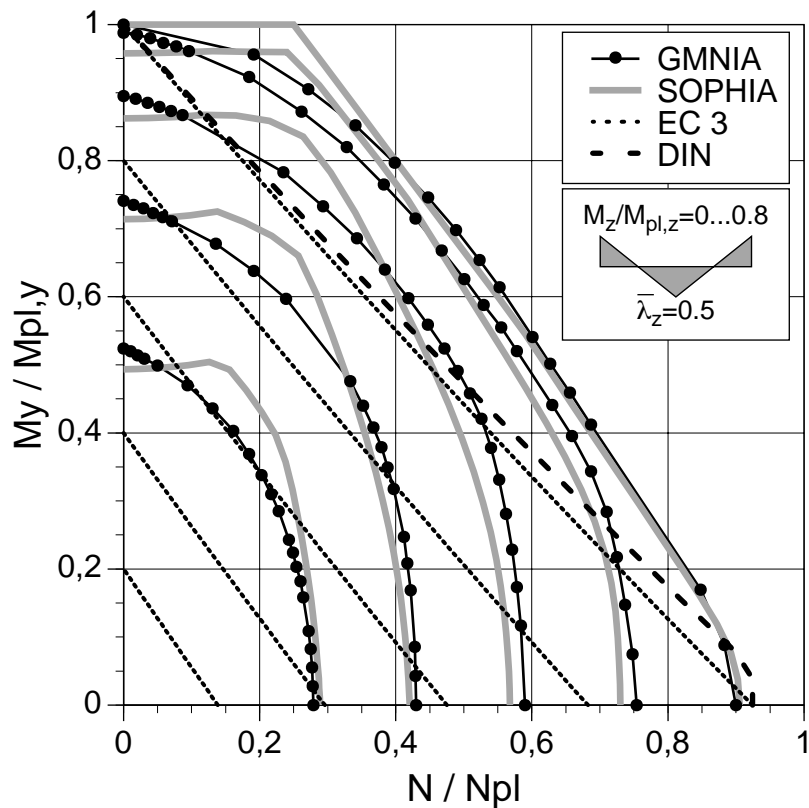


Bild 154. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für RHP 200/100/10, L=1.88 m, Lf G

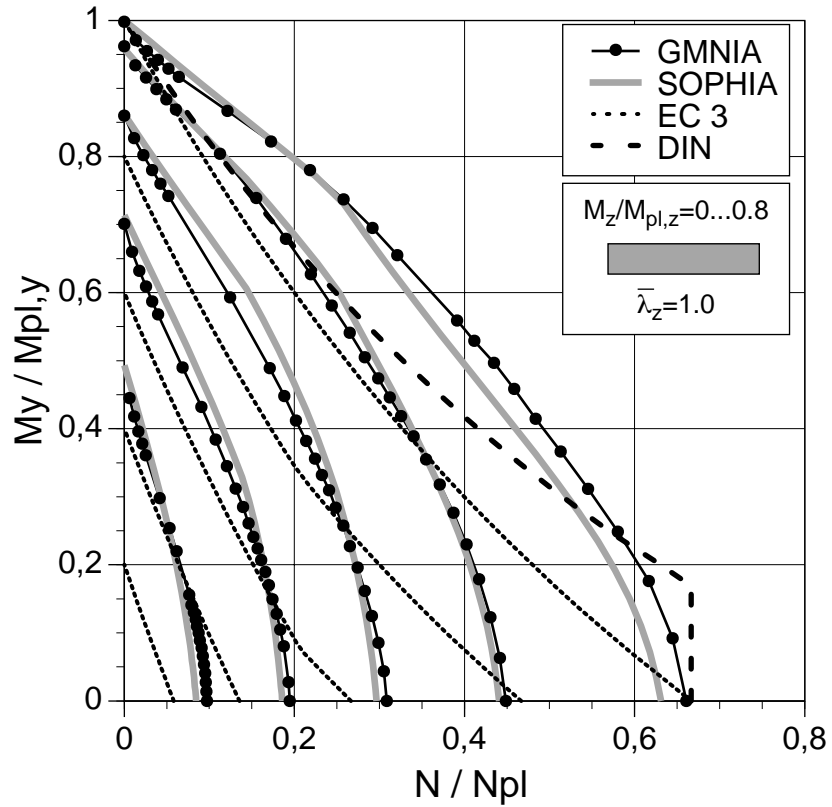


Bild 155. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für RHP 200/100/10, L=3.75 m, Lf A

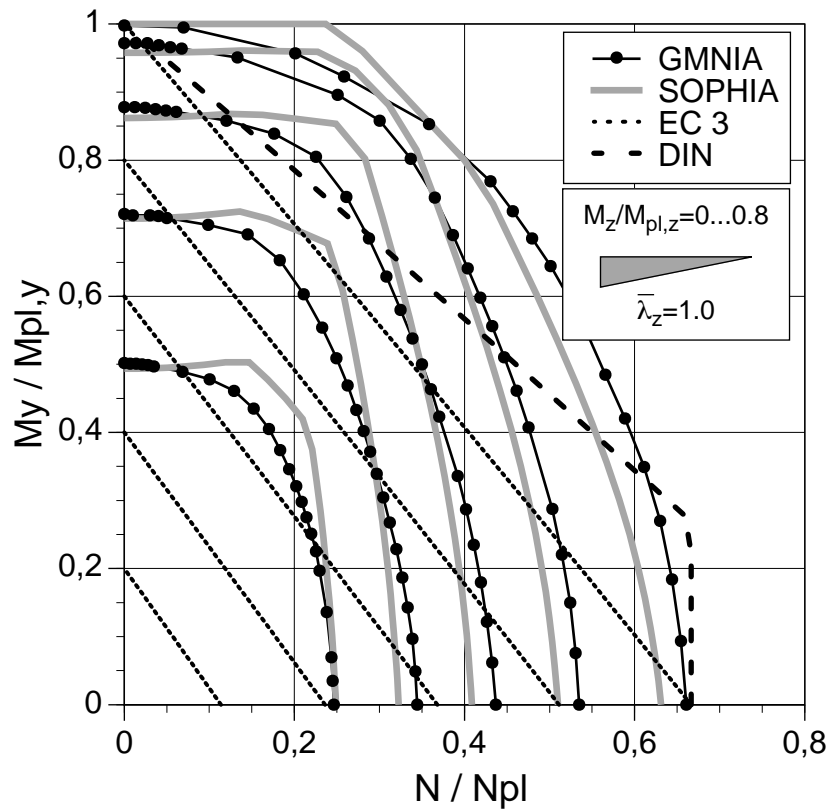


Bild 156. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für RHP 200/100/10, L=3.75 m, Lf B

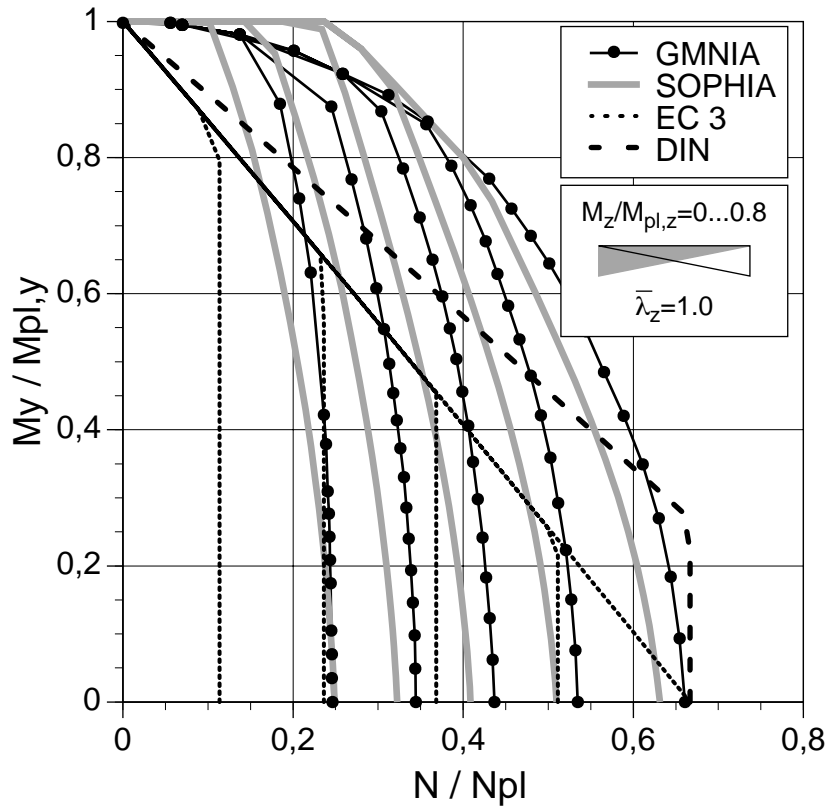


Bild 157. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für RHP 200/100/10,  $L=3.75$  m, Lf C

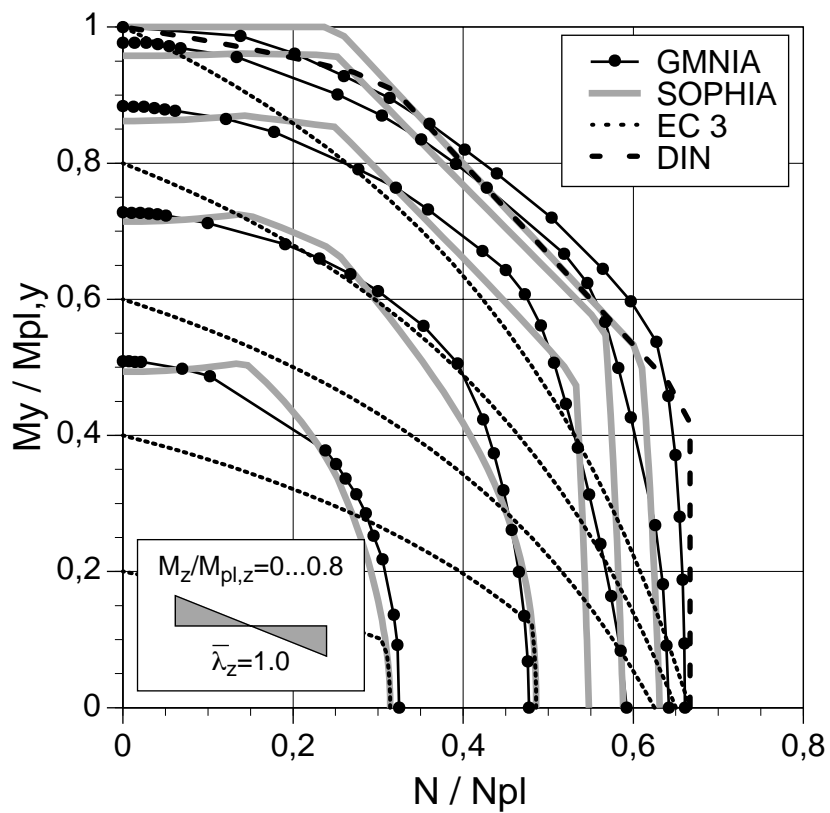


Bild 158. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für RHP 200/100/10,  $L=3.75$  m, Lf D

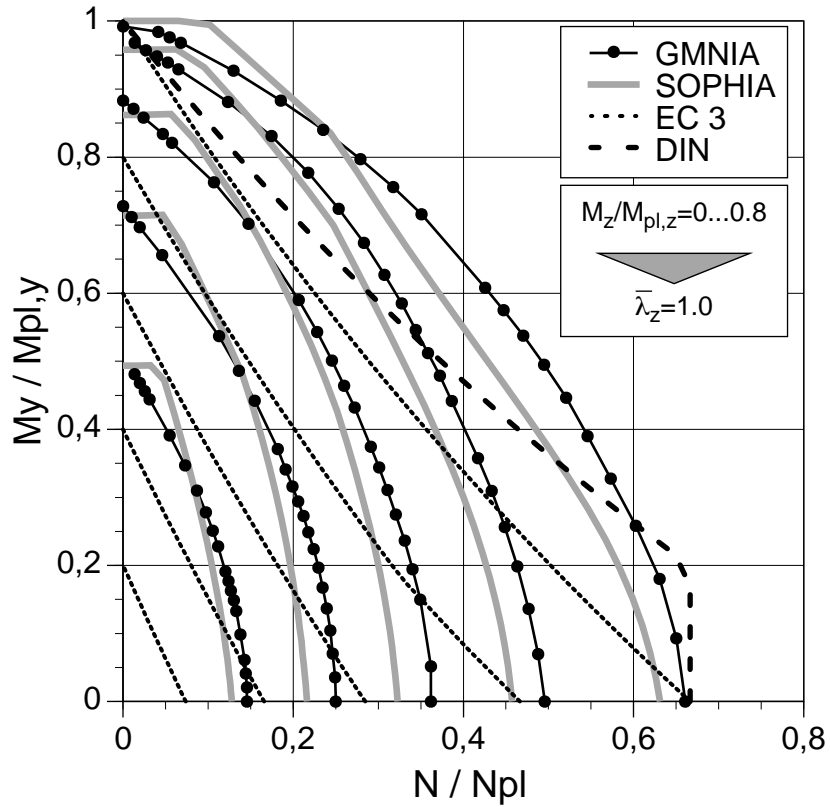


Bild 159. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für RHP 200/100/10, L=3.75 m, Lf E

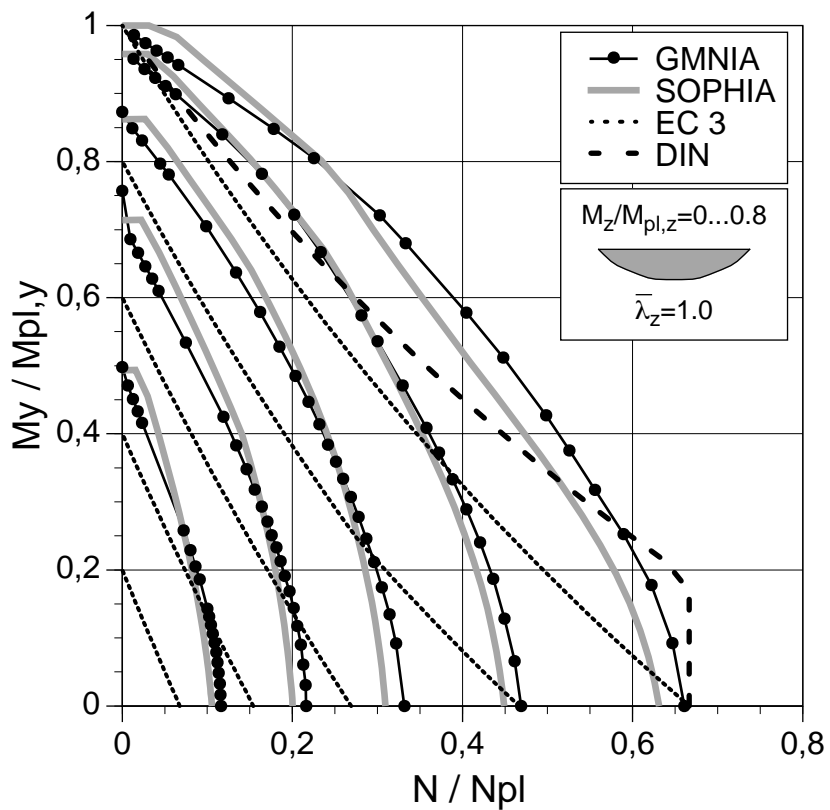


Bild 160. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für RHP 200/100/10, L=3.75 m, Lf F

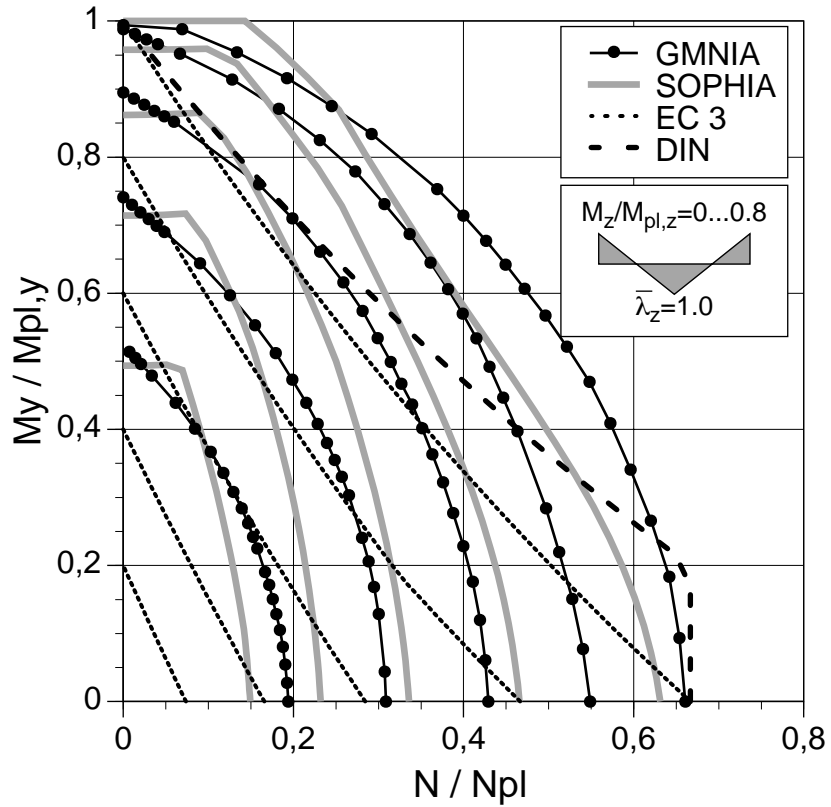


Bild 161. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für RHP 200/100/10, L=3.75 m, Lf G

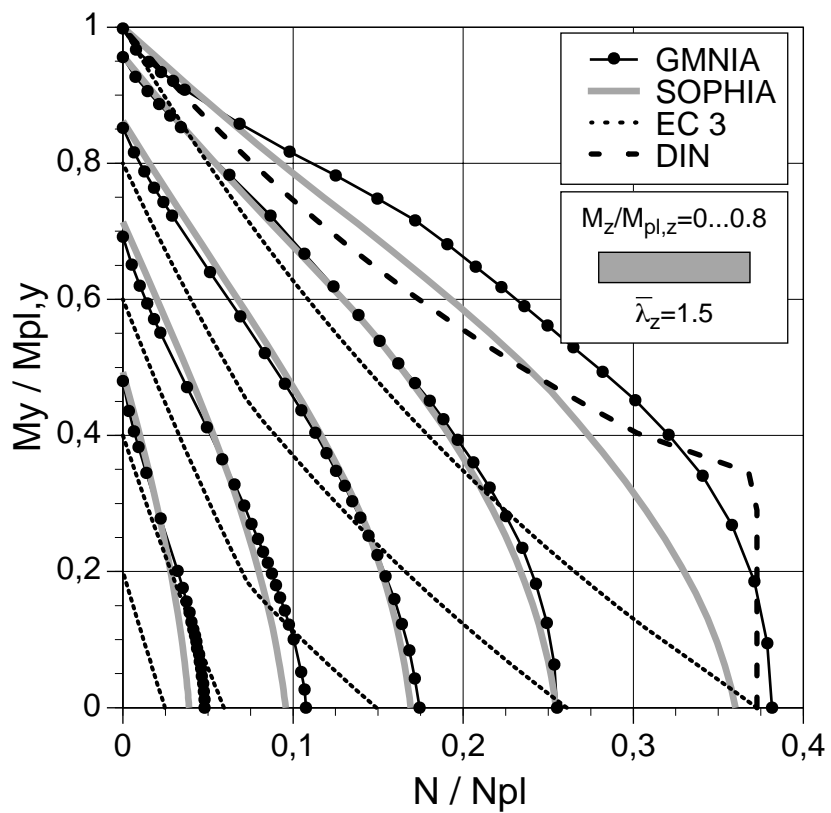


Bild 162. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für RHP 200/100/10, L=5.63 m, Lf A

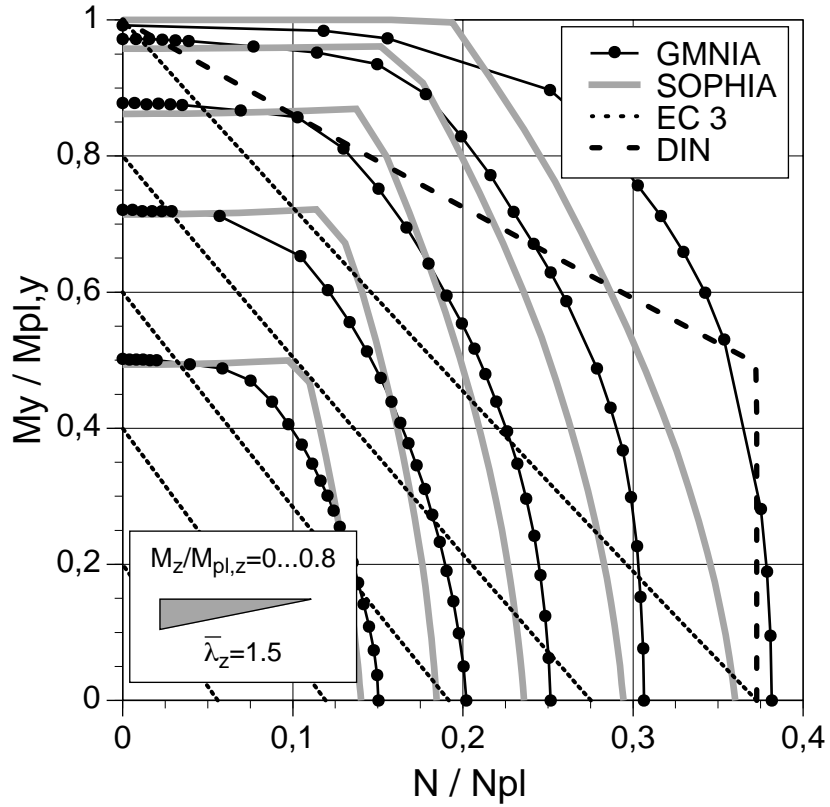


Bild 163. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für RHP 200/100/10, L=5.63 m, Lf B

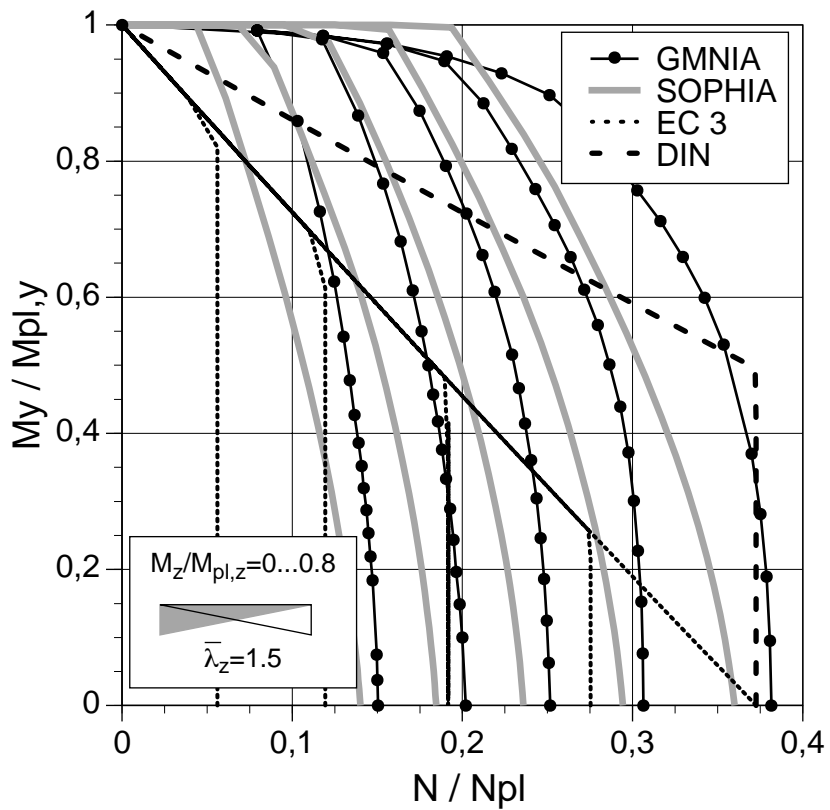


Bild 164. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für RHP 200/100/10, L=5.63 m, Lf C

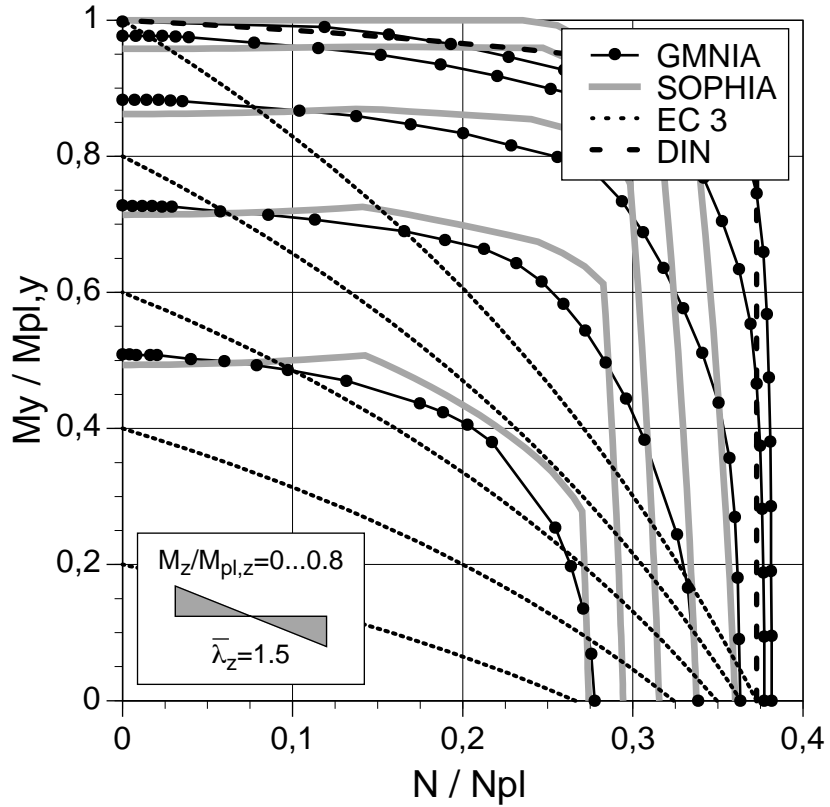


Bild 165. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für RHP 200/100/10, L=5.63 m, Lf D

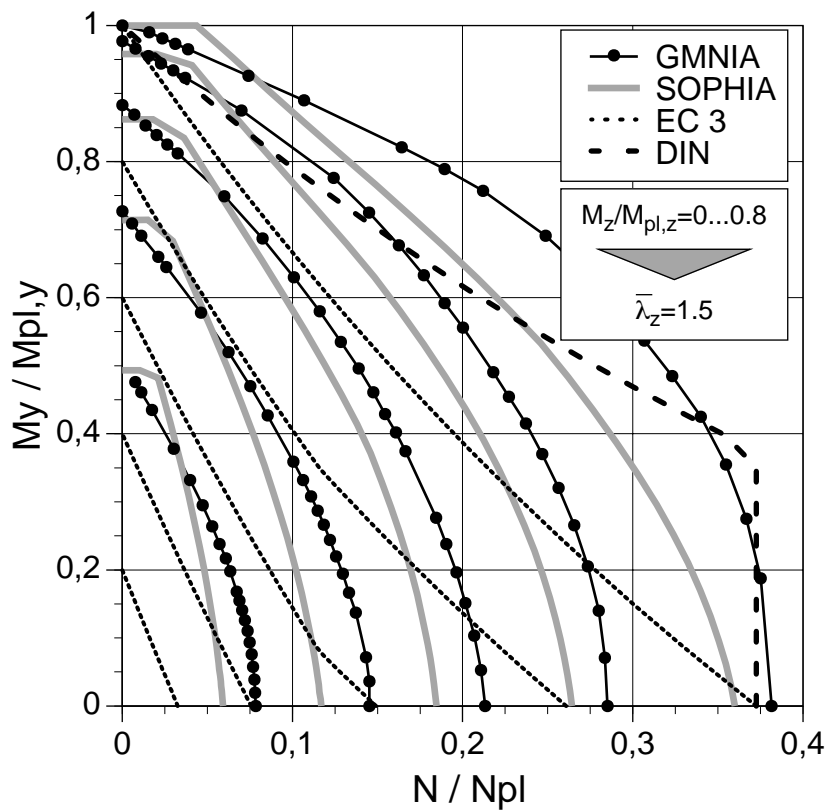


Bild 166. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für RHP 200/100/10, L=5.63 m, Lf E



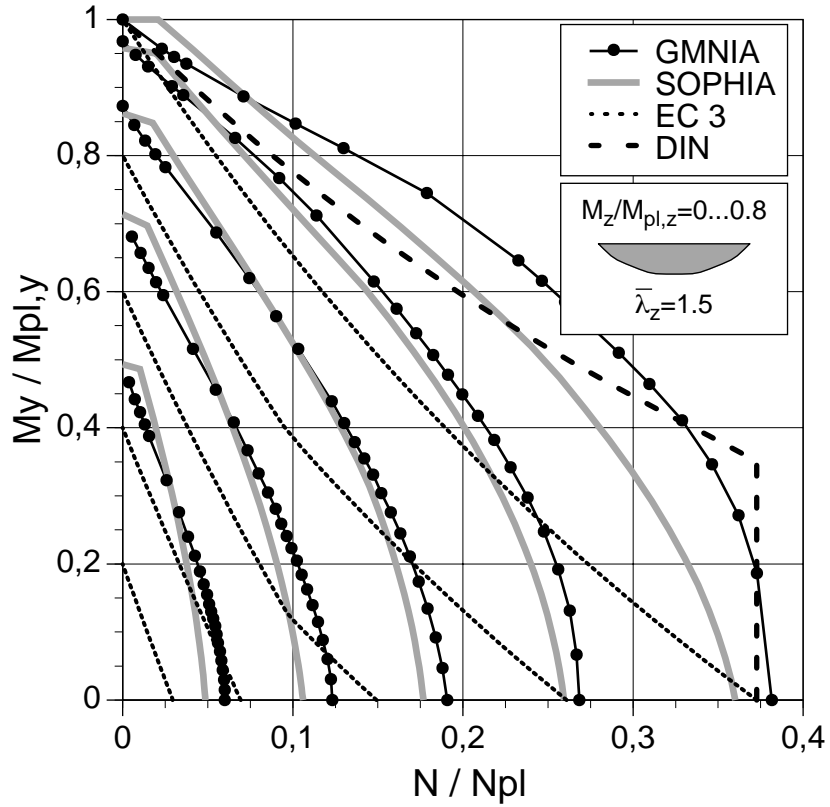


Bild 167. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für RHP 200/100/10, L=5.63 m, Lf F

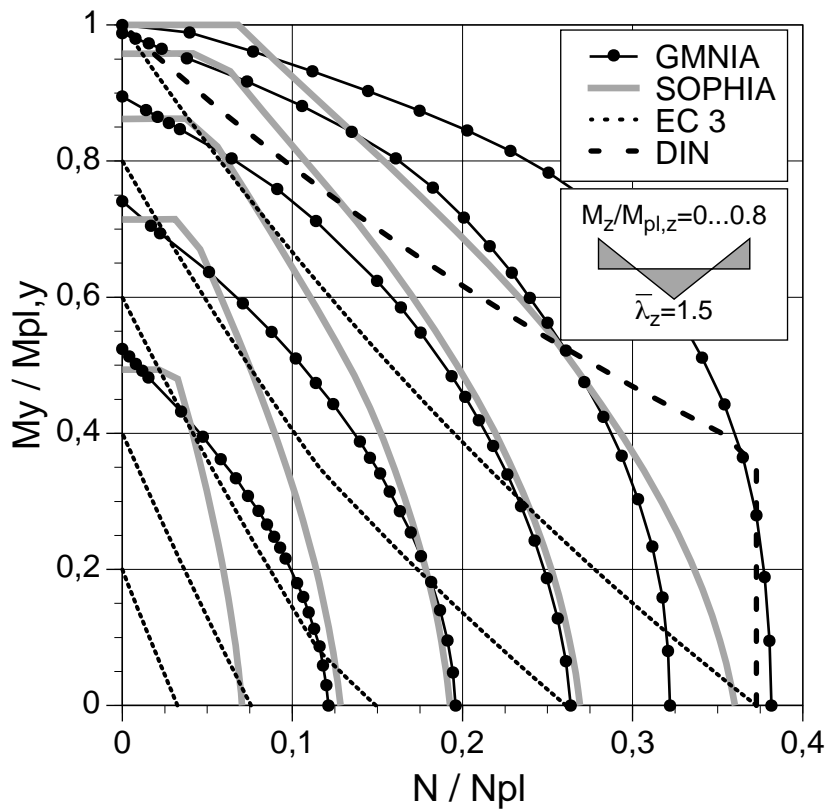


Bild 168. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für RHP 200/100/10, L=5.63 m, Lf G

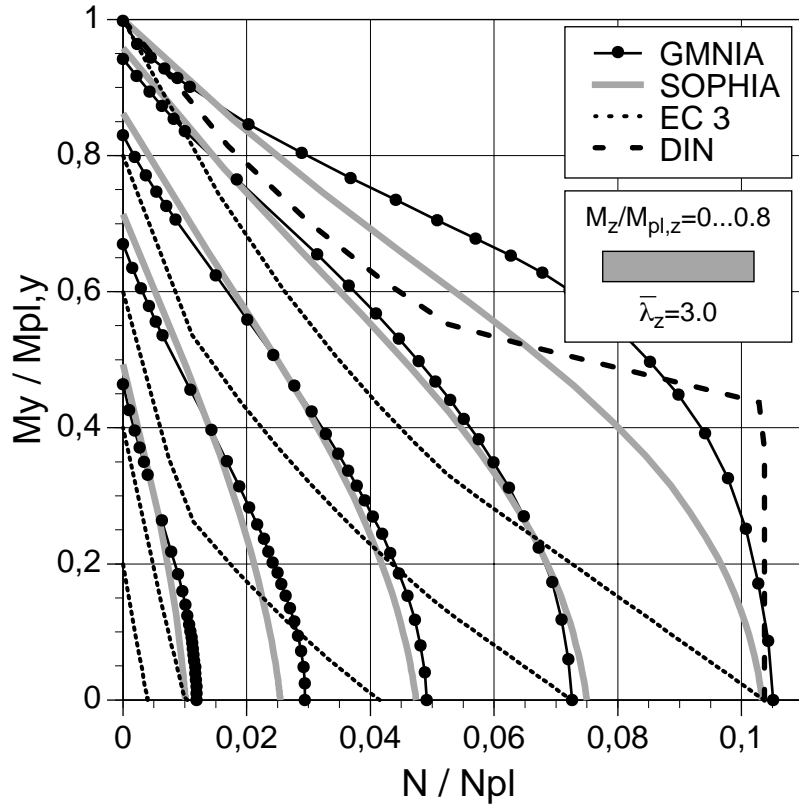


Bild 169. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für RHP 200/100/10,  $L=11.26$  m, Lf A

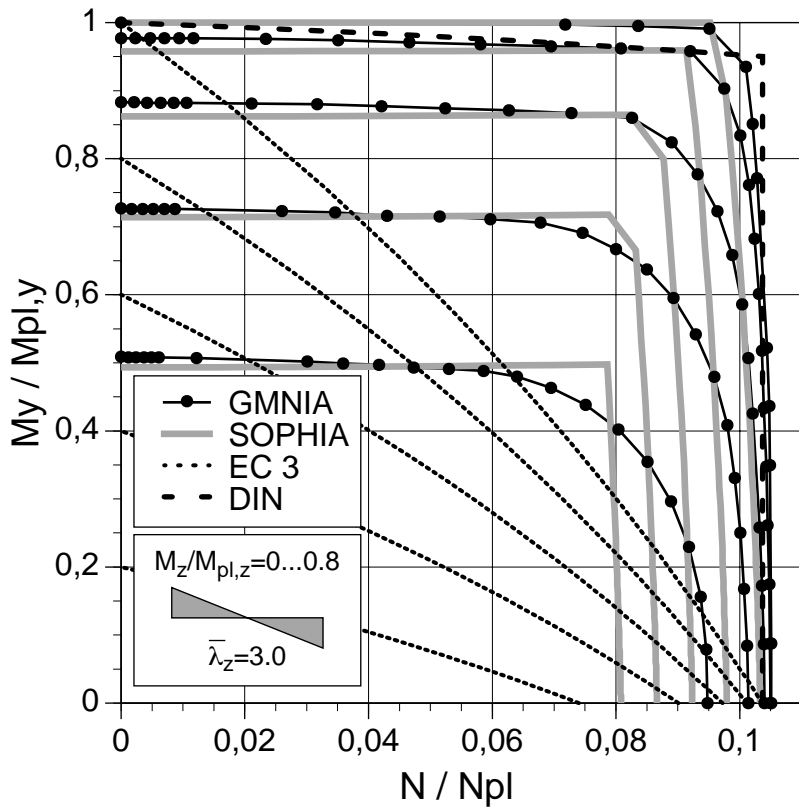


Bild 170. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für RHP 200/100/10,  $L=11.26$  m, Lf D

## Interaktionsdiagramme bei einer kleinen Schlankheit

Die Interaktionsdiagramme Bild 171 bis Bild 174 zeigen für den Grenzfall der Schlankheit  $\bar{\lambda} \rightarrow 0$  eine Gegenüberstellung der Traglasten nach dem Bemessungsvorschlag und dem Biegeknicknachweis nach Eurocode 3 mit den Ergebnissen aus den Traglastanalysen. Für die vier betrachteten Querschnitte ist die Unstetigkeit zwischen dem Querschnittsnachweis und dem Biegeknicknachweis beim Bemessungskonzept nach Eurocode 3 für diesen Grenzfall, und damit auch für den Bereich mit einer geringen Schlankheit, ersichtlich. Eine Regelung, daß zum Beispiel für  $\bar{\lambda}_z \leq 0.2$  der Biegeknicknachweis entfallen darf, bringt nur eine Verschiebung der Unstetigkeit in Richtung zu einer größeren Schlankheit, aber keine wirkliche Beseitigung des Problems. Beim Bemessungsvorschlag ist diese Unstetigkeit nicht vorhanden, weil sich für die Stablänge  $L=0$  der Querschnittsnachweis nach Eurocode 3 ergibt. Die Abweichung zu den Ergebnissen der Traglastanalyse ist nur aufgrund der Näherung der Interaktionsformel für die Beanspruchbarkeit des Querschnitts gegeben.

*Bezeichnungen in den folgenden Diagrammen*

- GMNIA    Traglastanalyse (GMNIA für  $L=0$  entspricht MNA)
- SOPHIA    Bemessungsvorschlag (SOPHIA für  $L=0$  entspricht PHA)
- EC 3      Biegeknicknachweis nach Eurocode 3 (für  $L=0$ )

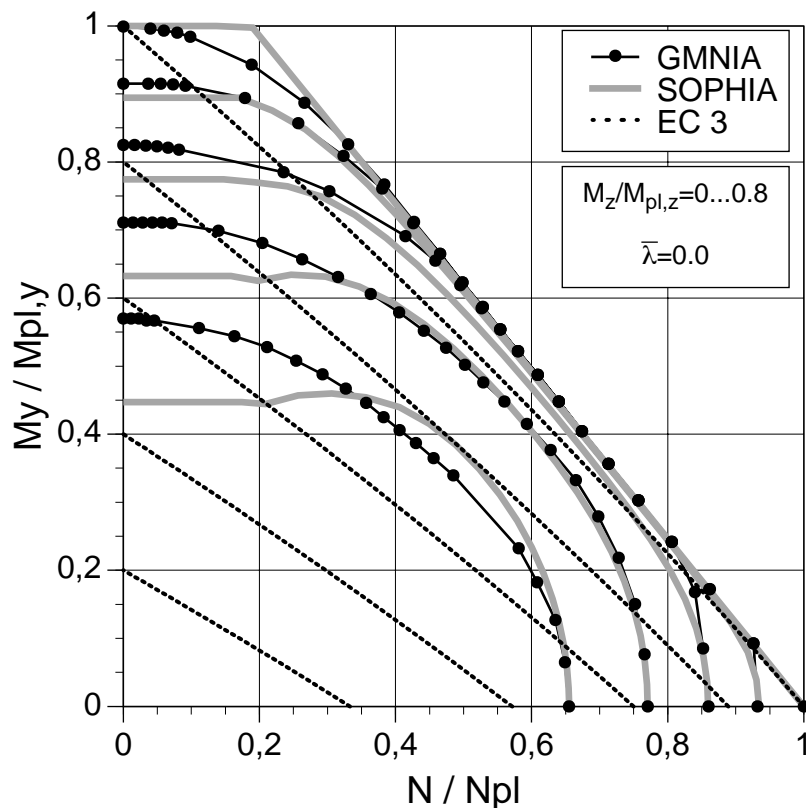


Bild 171. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=0.0$  m

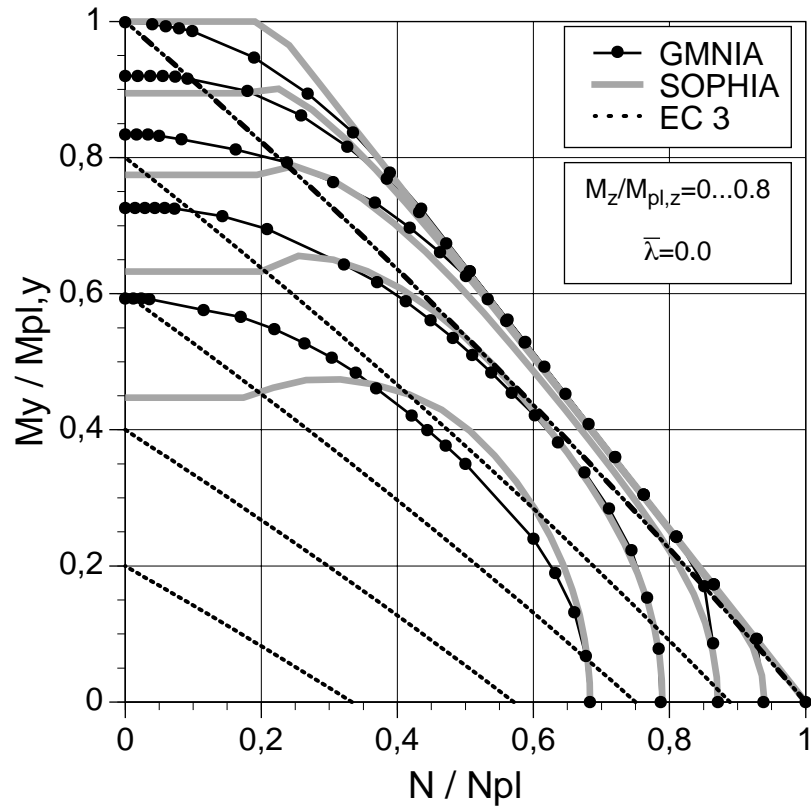


Bild 172. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 500,  $L=0.0$  m

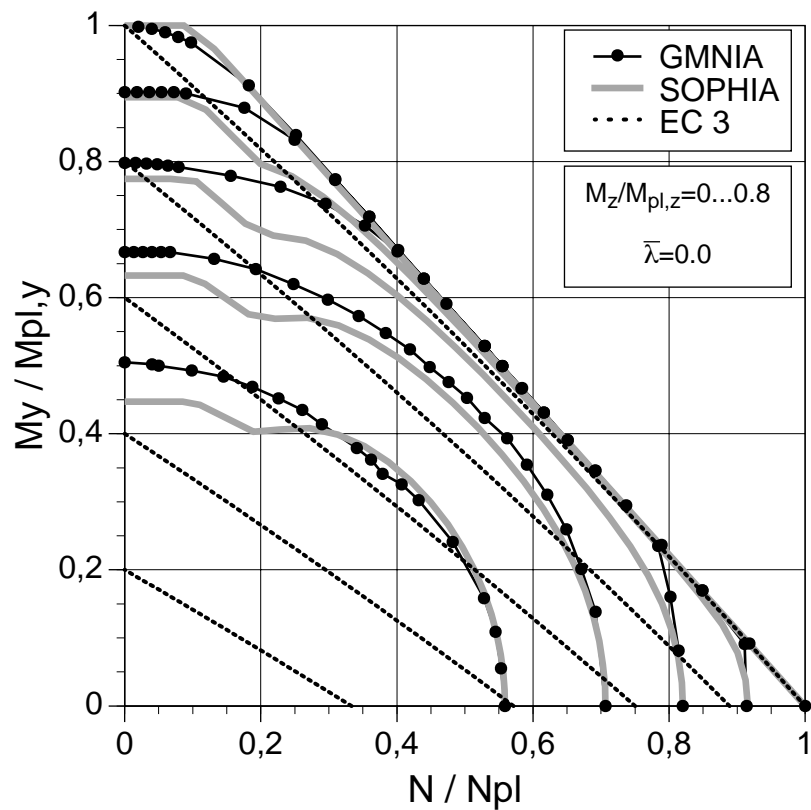


Bild 173. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für HEB 300,  $L=0.0$  m

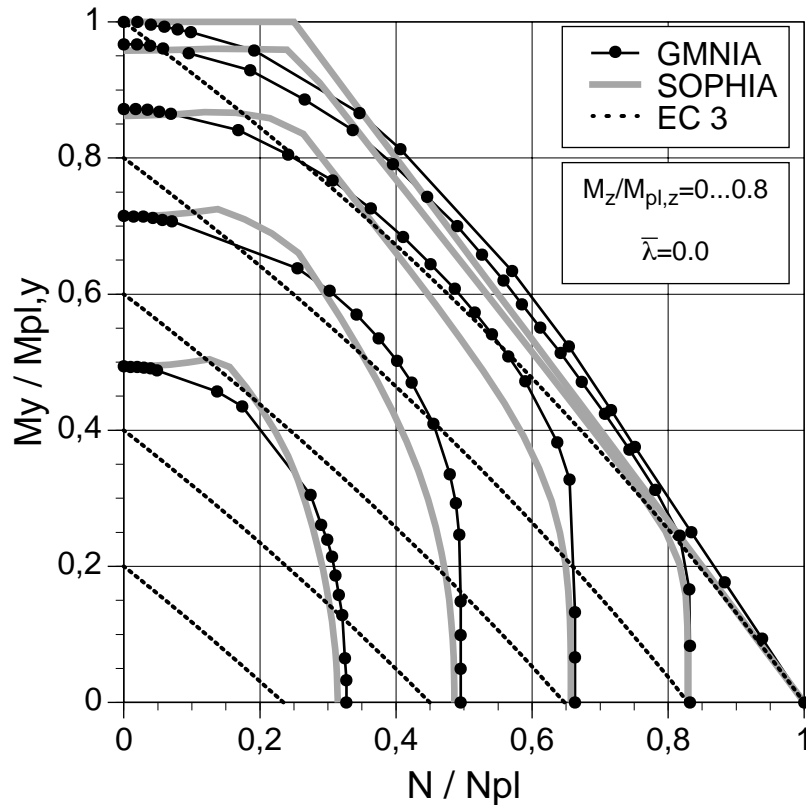


Bild 174. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für RHP 200/100/10,  $L=0.0$  m

### Maximale Momente $M_y$ und $M_z$ sind an verschiedenen Stellen

In den Interaktionsdiagrammen Bild 175 bis Bild 177 sind für den Querschnitt IPE 200 die Ergebnisse aus den Traglastanalysen für den Lastfall Lf B und Lf C gegenübergestellt. Für die Querschnitte IPE 500, HEB 300 und RHP 200/100/10 sind analoge Unterschiede in den Traglasten gegeben. Diese können im Detail durch einen Vergleich der Interaktionsdiagramme, zum Beispiel Bild 100 mit Bild 101, abgelesen werden.

Beim Lf B ist an einem Stabende die Interaktion der beiden Momente mit ihren maximalen Werten vorhanden. Im Gegensatz dazu ist beim Lf C an den Stabenden keine Interaktion gegeben und zwischen den Stabenden sind die Werte der Momente entsprechend der Momentenverteilung geringer. Die Form der Interaktionskurven wird dadurch für beide Lastfälle im Bereich mit einem geringen Normalkraftanteil stark verändert. Diese Charakteristik ist für den gesamten untersuchten Parameterbereich im wesentlichen gleich.

Beim Nachweis nach Eurocode 3 oder DIN 18800 kann dieses Tragverhalten z.B. nach [29] durch die Verwendung von zugehörigen Schnittkräften berücksichtigt werden. Für alle davon betroffenen Interaktionsdiagramme der Parameterstudie wurde diese Regelung verwendet.

Beim Bemessungsvorschlag ergibt sich in diesem Bereich die unterschiedliche Form der Interaktionskurven zwischen Lf B und Lf C dadurch, daß im einen Fall der Querschnittsnachweis am Stabende und im anderen Fall der Querschnittsnachweis im Bereich der Stabmitte maßgebend ist.

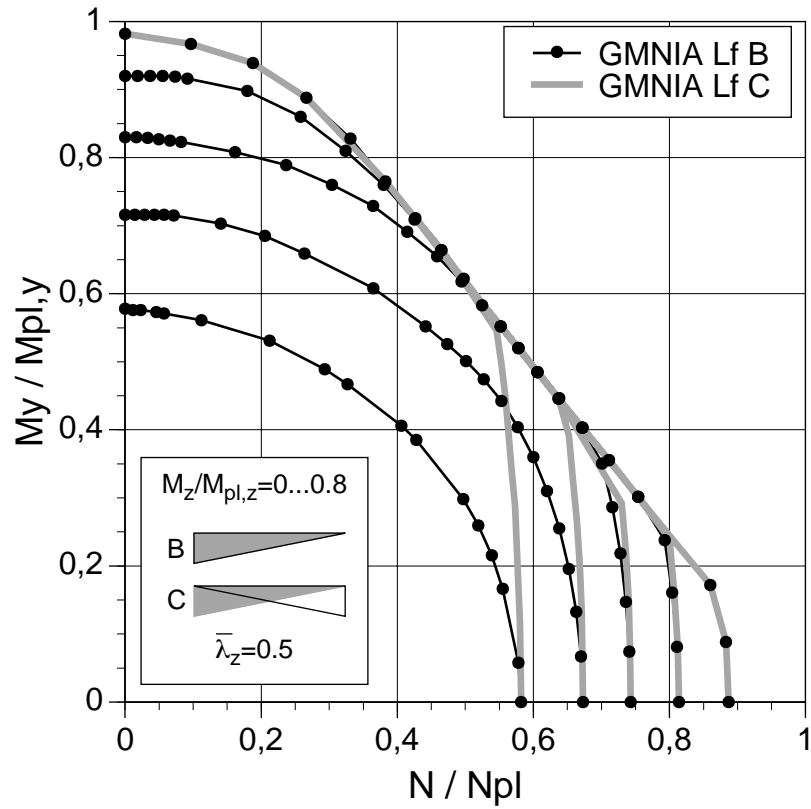


Bild 175. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=1.07 m

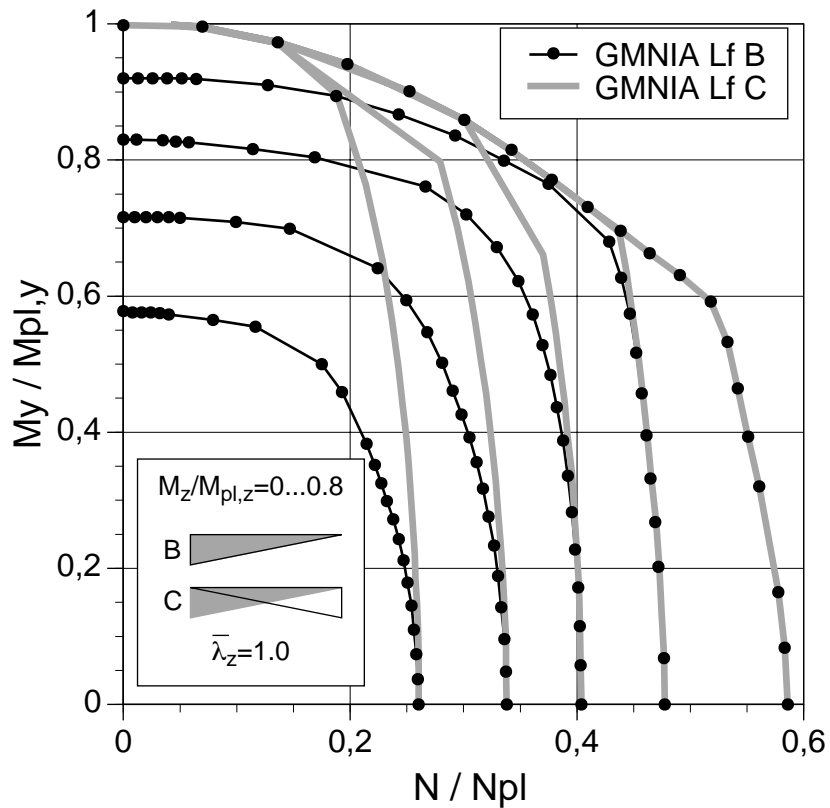


Bild 176. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=2.14 m

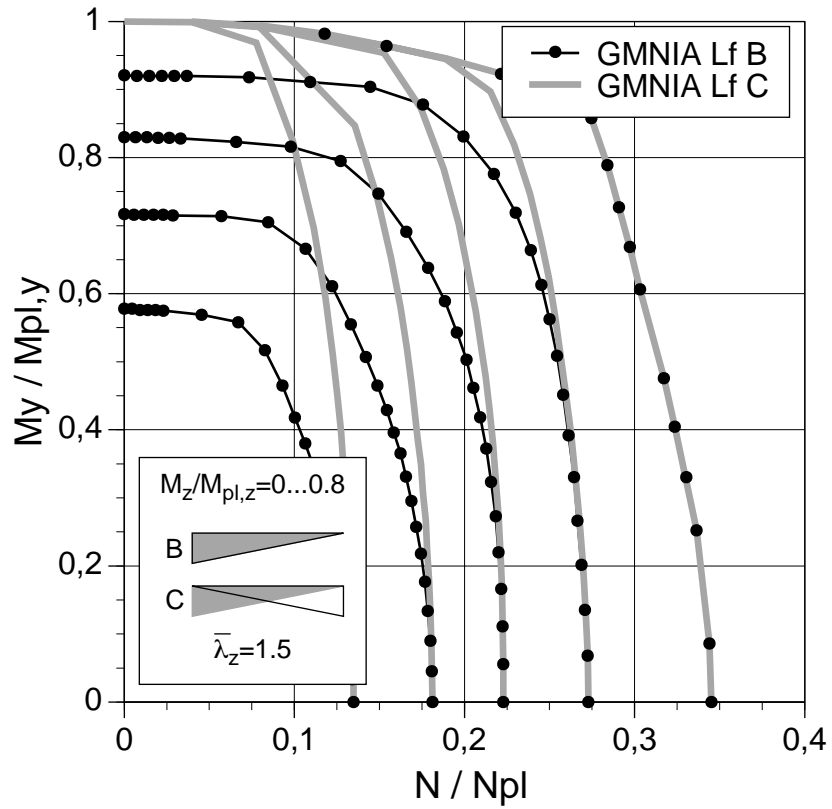


Bild 177. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=3.21$  m

### 3.6 Biegedrillknicken infolge $N$ - $M_y$ - $M_z$

In den Interaktionsdiagrammen Bild 178 bis Bild 219 sind die Traglasten nach Eurocode 3 den Ergebnissen aus den nichtlinearen Traglastanalysen für Biegedrillknicken bei Druck und zweiachsiger Biegung gegenübergestellt. Die Einzelstäbe sind an den Stabenden gabelgelagert. Zwischen den Stabenden sind keine Halterungen vorhanden. Die Berechnungen wurden für verschiedene Querschnitte, Schlankheiten und Momentenverläufe durchgeführt. Ein Interaktionsdiagramm gilt für einen bestimmten Querschnitt und Momentenverlauf bei einer bestimmten Stabschlankheit. Der Parameter für die einzelnen Interaktionskurven ist das Verhältnis der Belastung  $M_z$  zum vollplastischen Moment  $M_{pl,z}$ . Die Verhältniswerte betragen  $M_z/M_{pl,z}=0.0, 0.2, 0.4, 0.6$  und  $0.8$ . Ein Interaktionsdiagramm stellt somit für einen bestimmten Stab und Momentenverlauf die Interaktionsfläche  $N$ - $M_y$ - $M_z$  in Form von fünf Interaktionskurven für konstante Momentenverhältnisse  $M_z/M_{pl,z}$  dar. Die einzelnen Interaktionskurven bestehen aus geraden Verbindungen von jeweils etwa 25 Interaktionspunkten.

Das Biegedrillknicken ist im vorliegenden Bemessungsvorschlag noch nicht enthalten. In den folgenden Interaktionsdiagrammen sind daher auch keine diesbezüglichen Interaktionskurven enthalten. Eine Erweiterung des Konzepts zur Berücksichtigung dieses Stabilitätsfalles ist in analoger Weise aber grundsätzlich möglich. Dabei kann eventuell auch eine planmäßige Torsionsbelastung berücksichtigt werden. Ein Vorschlag in diese Richtung kann zum Beispiel in [17] nachgelesen werden. Der Berechnungsaufwand eines analogen Bemessungsvorschlags unter Berücksichtigung des Biegedrillknickens wird allerdings aufwendiger als der jetzige Bemessungsvorschlag. Die Akzeptanz eines solchen Bemessungsvorschlags für die Handrechnung und damit für die Praxis ist damit fraglich. Wenn der Bemessungsvorschlag nur mehr mit einem EDV-Programm verwendbar ist, dann ist es wahrscheinlich besser, gleich ein Programm für eine nichtlineare Traglastanalyse, wie es bei der vorliegenden Parameterstudie der Fall war, zu verwenden. Der Nachteil der zur Zeit zur Verfügung stehenden Programme für nichtlineare Traglastanalysen ist weniger die erforderliche Rechenzeit, sondern eher die noch relativ schlechte Unterstützung der Eingabe der Imperfektionen. Dies kann durch entsprechende Preprozessoren durchaus gelöst werden.

#### Schlußfolgerungen

Die Übereinstimmung der Traglasten nach Eurocode 3 und der Traglastanalysen ist bei einer reinen Momentenbelastung  $M_y$  nicht so einheitlich gut wie bei der zentrischen Druckbeanspruchung. Die Abminderungsfaktoren  $\kappa_{LT}$  für das Biegedrillknicken weichen von den Traglastanalysen also stärker ab als die Abminderungsfaktoren  $\kappa$  für das Biegeknicken. Eine Ursache hierfür kann auch in den Imperfektionsannahmen für die Traglastanalysen liegen. In der Literatur sind diesbezüglich nicht derart klare Aussagen vorhanden wie für das Biegeknicken.

Für den Lf A und Lf F ist die Übereinstimmung der Traglasten nach Eurocode 3 mit den Ergebnissen der Traglastanalyse, vor allem für den Bereich mit einem geringen Momentenanteil  $M_z$ , relativ gut. Große Abweichungen sind generell allerdings bei einem hohen Momentenanteil  $M_z$  gegeben. Bei den übrigen untersuchten Lastfällen sind die Unterschiede zwischen dem Eurocode 3 und den Traglastanalysen zum Teil erheblich.

Der Vergleich zwischen dem Lf B und Lf C kann bei geringen Schlankheiten im wesentlichen gleich beurteilt werden wie beim Biegeknicken. Bei höheren Schlankheiten der Stäbe fällt der Unterschied zwischen Lf B und Lf C geringer aus, weil auch bei einer reinen Momentenbelas-



stung ein Stabilitätseffekt infolge der Momente vorhanden ist. Bezüglich der Verwendung von zugehörigen Momenten  $M_y$  und  $M_z$  gilt grundsätzlich ähnliches wie für das Biegeknicken. Allerdings liegen hier für hohe Schlankheiten die Traglasten nach Eurocode 3 bei der Verwendung von zugehörigen Momenten bereits zum Teil auf der unsicheren Seite gegenüber den Traglastanalysen. Die Reserven infolge der sicheren  $N$ - $M_z$  Interaktion reichen also nicht mehr im gesamten untersuchten Parameterbereich aus. Eine generelle Bestätigung zur uneingeschränkten Verwendung von zugehörigen Momenten kann damit für das Biegedrillknicken nicht gegeben werden.

### Bezeichnungen

- GMNIA geometrisch und materiell nichtlineare Analyse des imperfekten Stabes
- EC 3 Bemessungsregel nach Eurocode 3 für das Biegedrillknicken

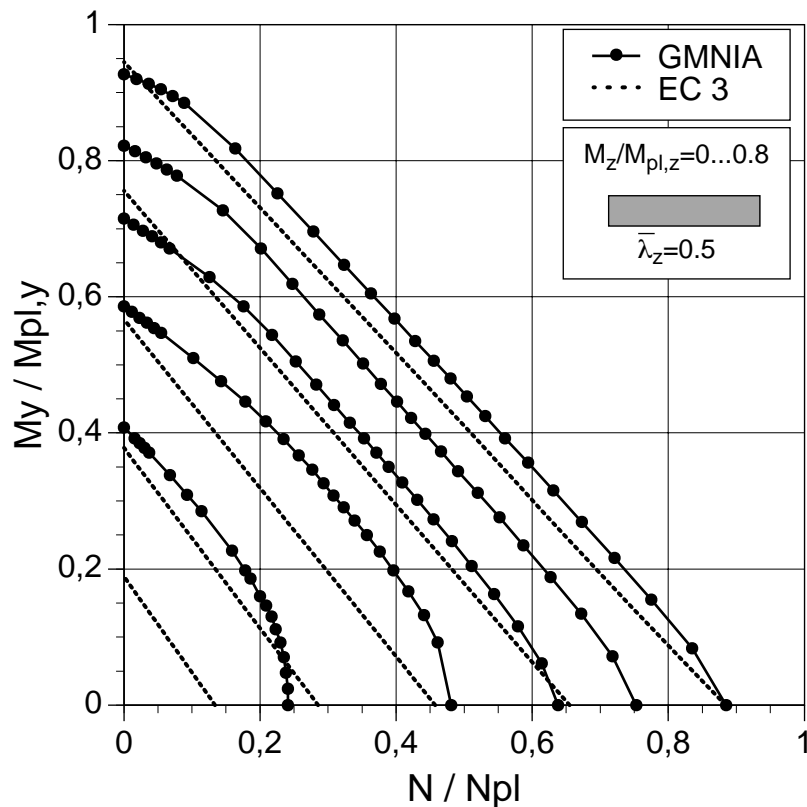


Bild 178. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=1.07$  m,  $L_f A$

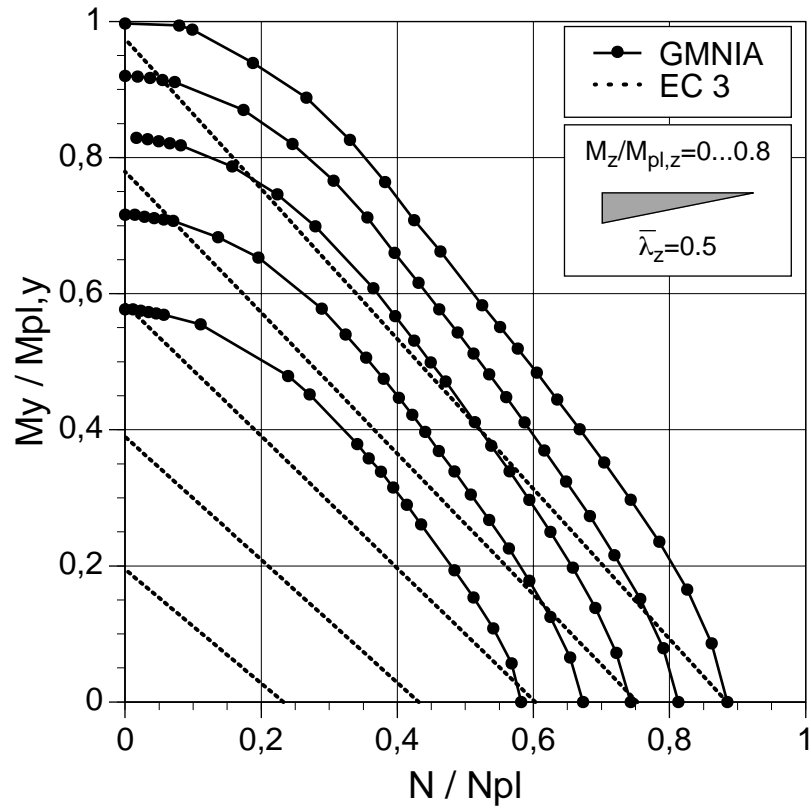


Bild 179. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=1.07 m, Lf B

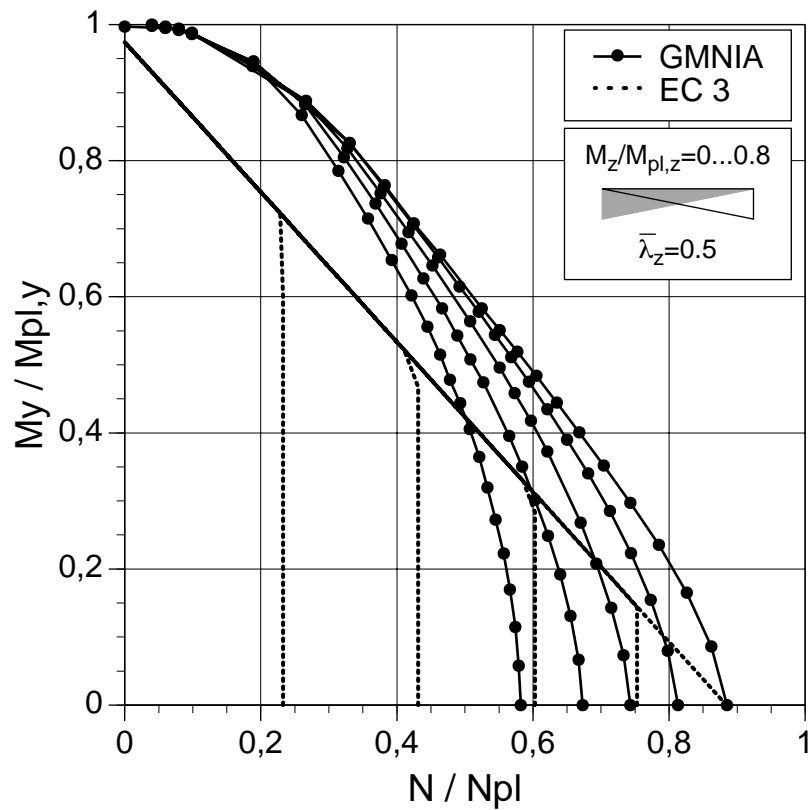


Bild 180. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=1.07 m, Lf C

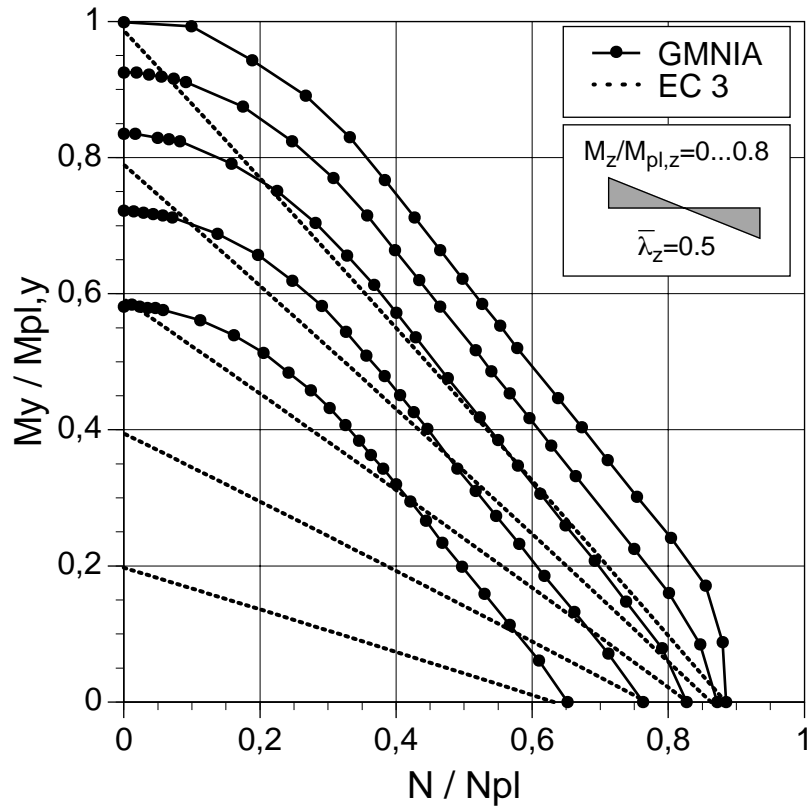


Bild 181. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=1.07 m, Lf D

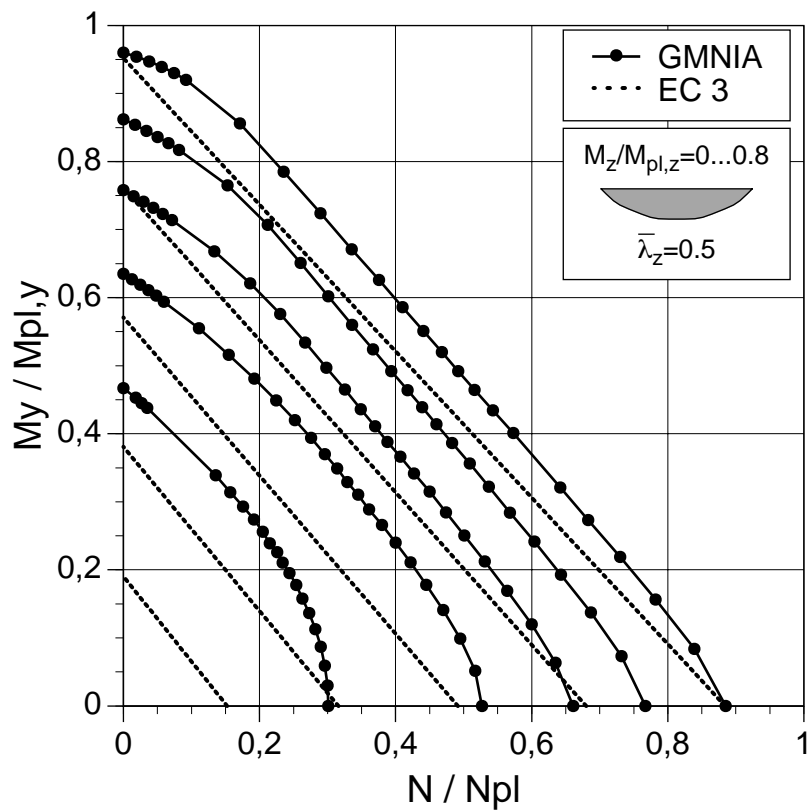


Bild 182. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=1.07 m, Lf F

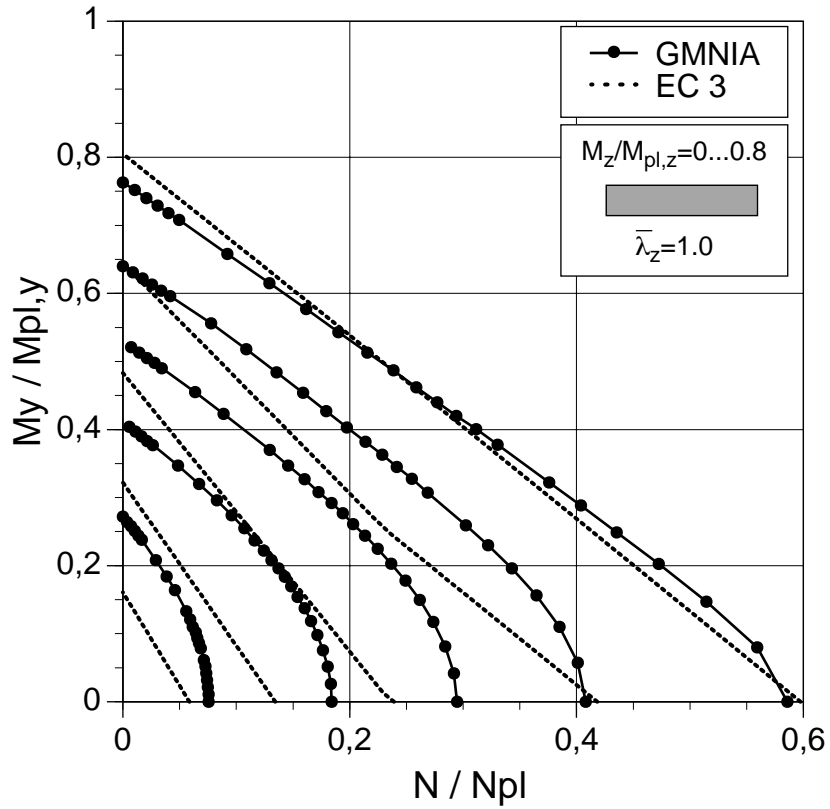


Bild 183. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=2.14$  m, Lf A

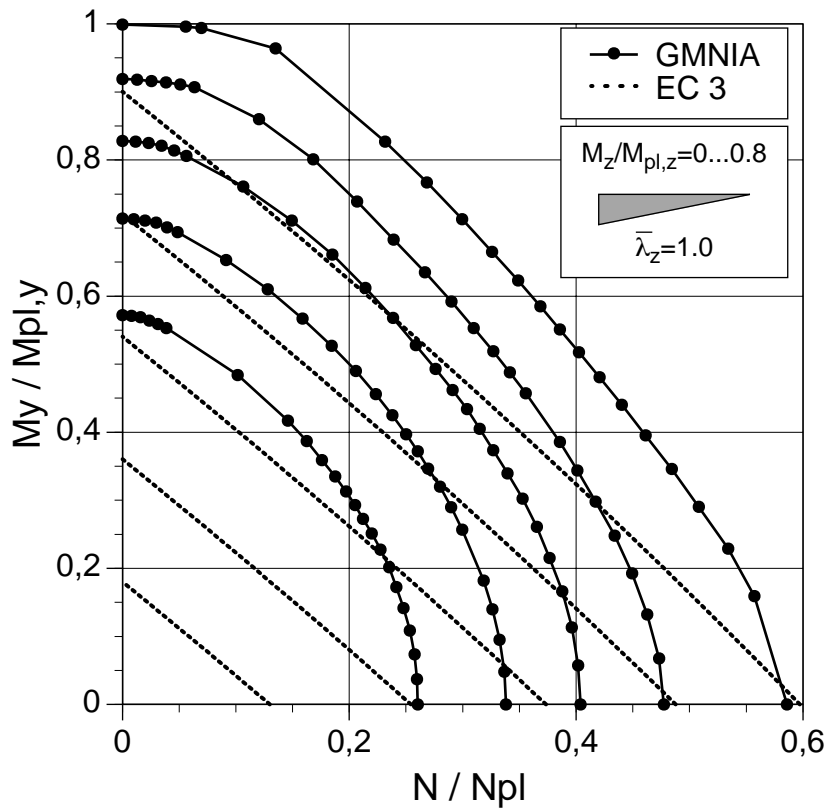


Bild 184. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=2.14$  m, Lf B

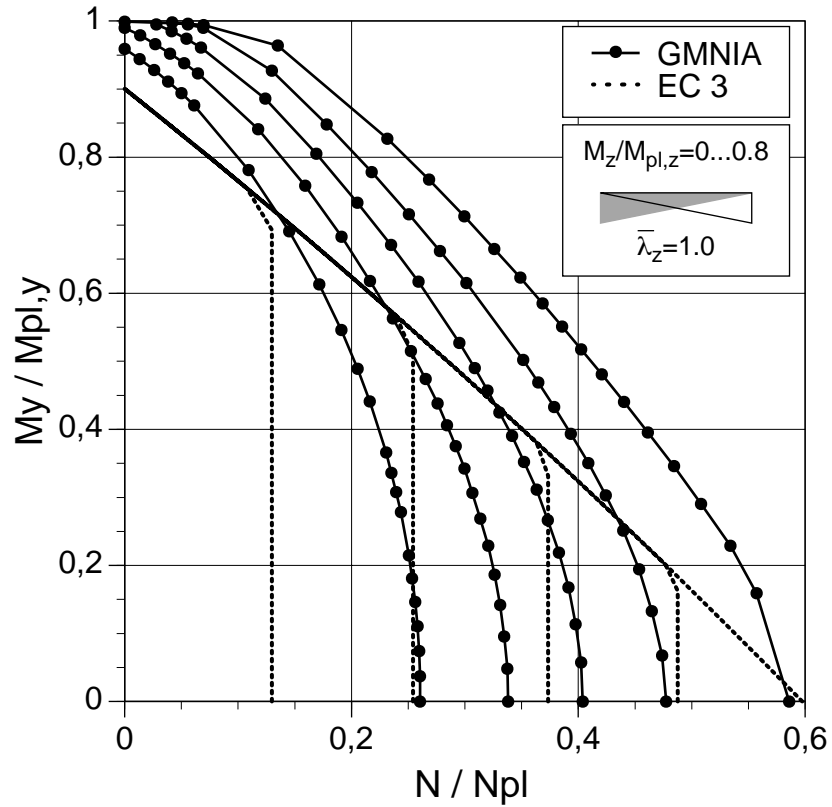


Bild 185. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=2.14 m, Lf C

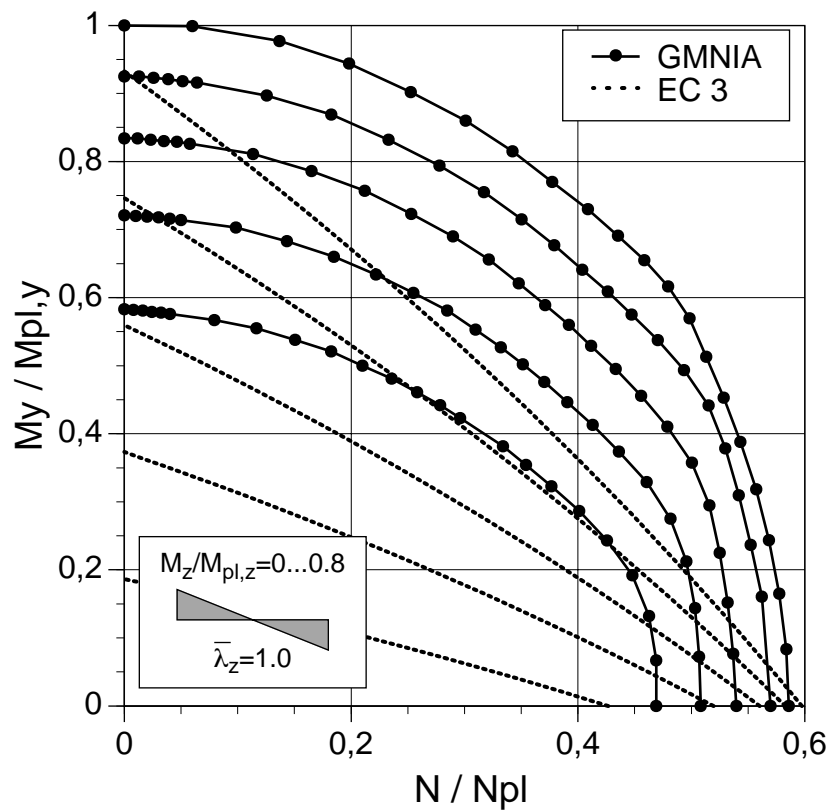


Bild 186. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=2.14 m, Lf D

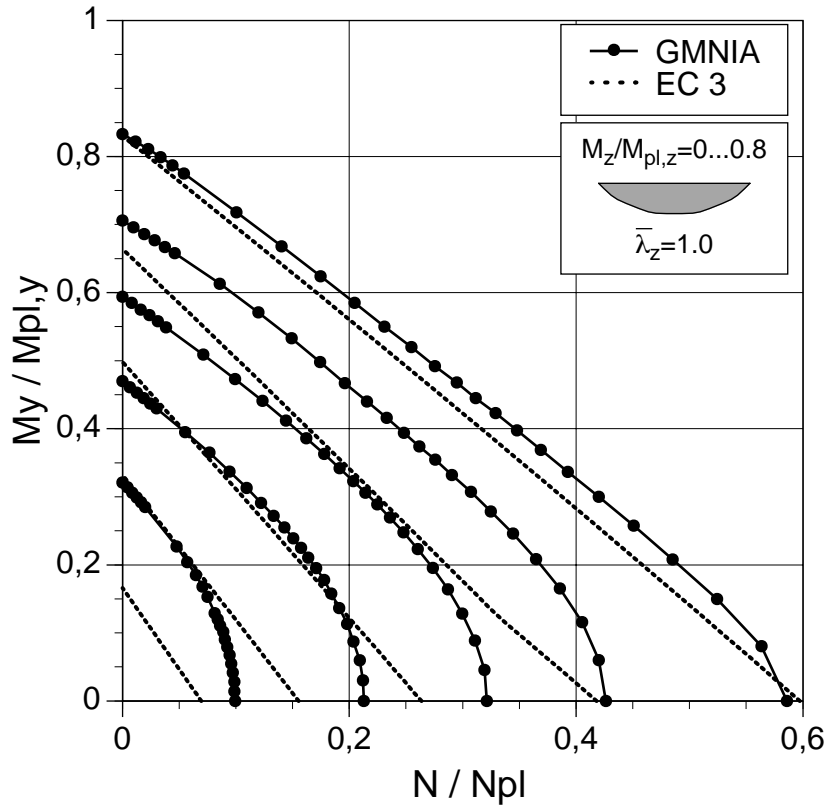


Bild 187. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=2.14$  m,  $L_f$  F

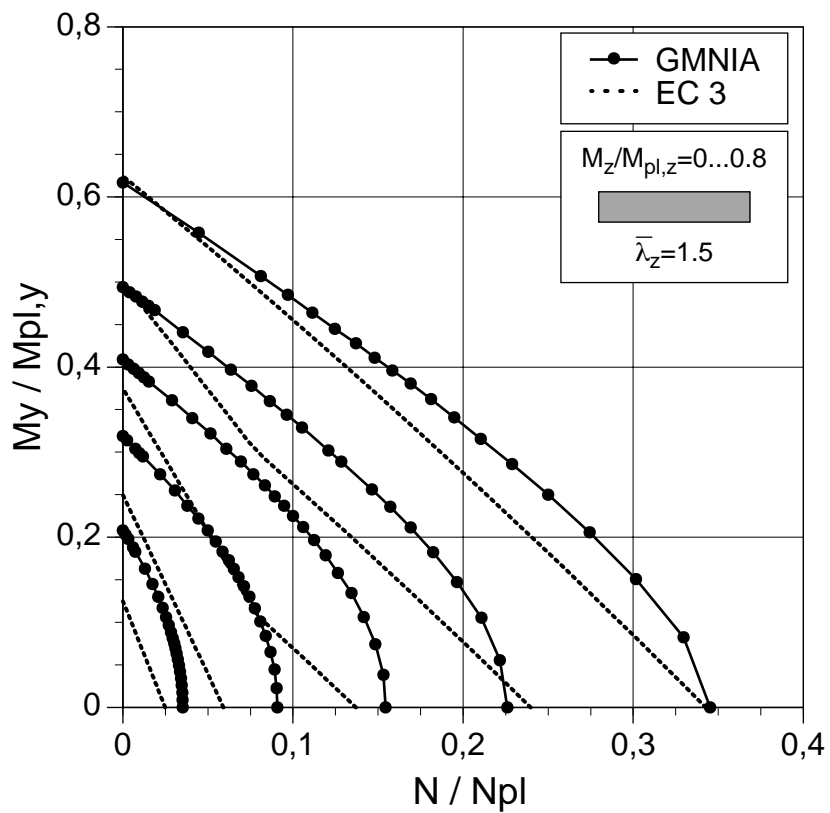


Bild 188. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=3.21$  m,  $L_f$  A

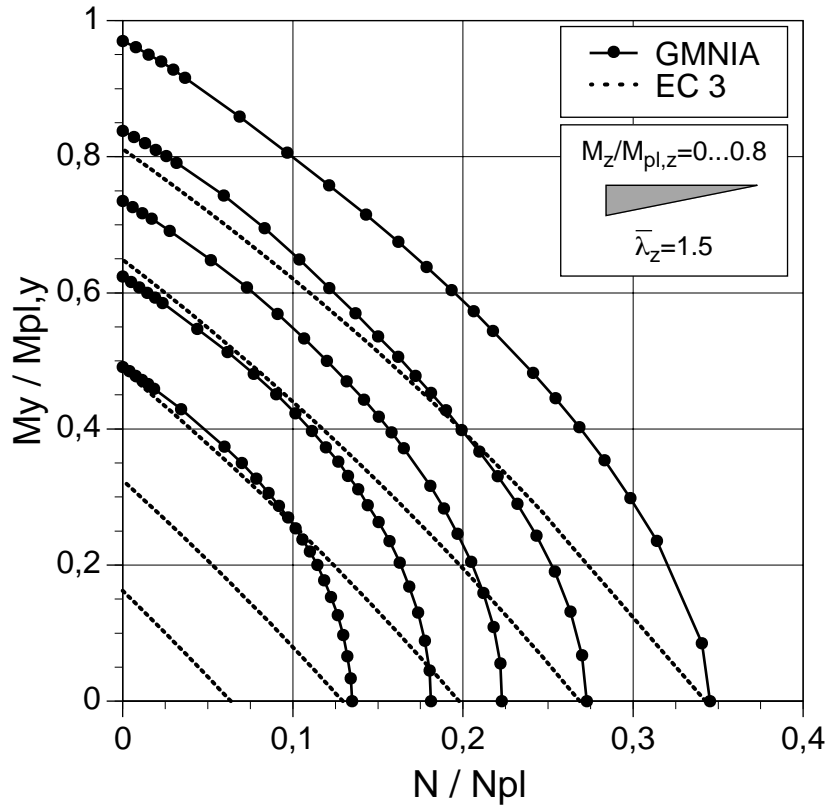


Bild 189. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=3.21 m, Lf B

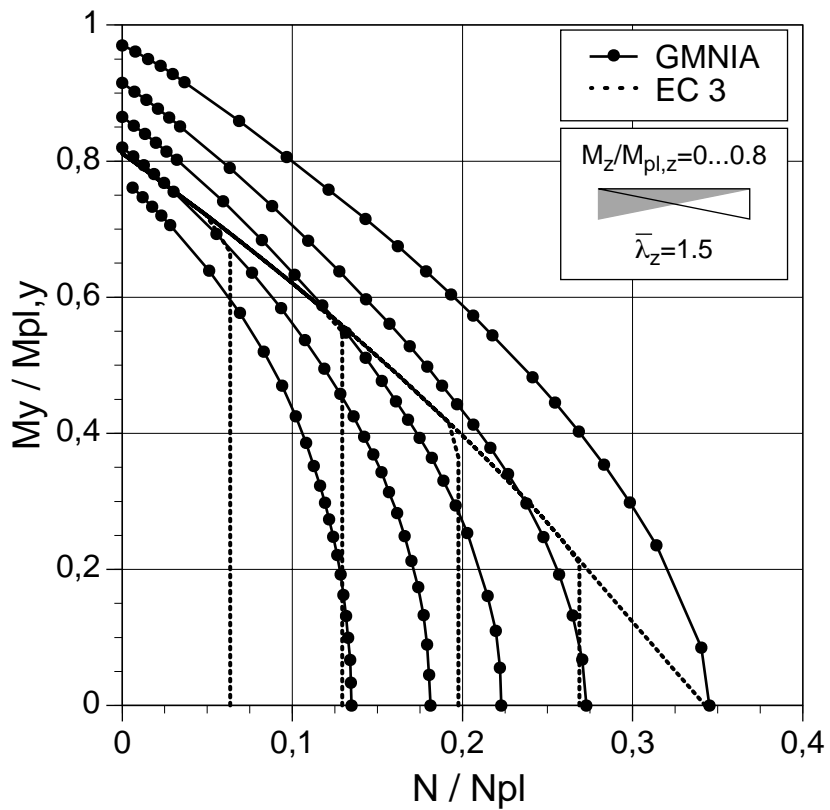


Bild 190. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=3.21 m, Lf C

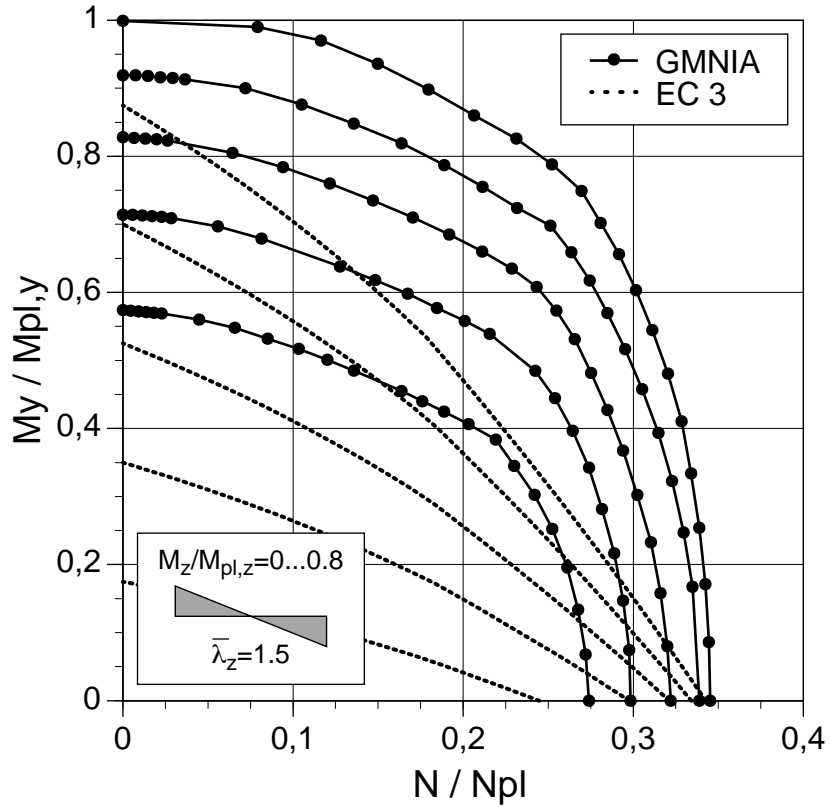


Bild 191. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=3.21 m, Lf D

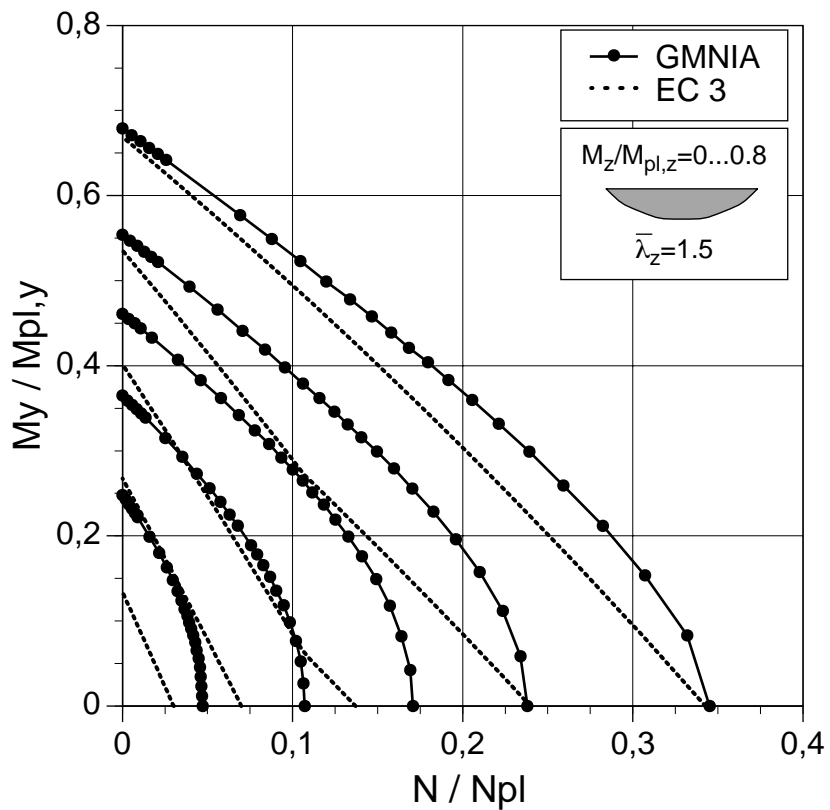


Bild 192. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=3.21 m, Lf F



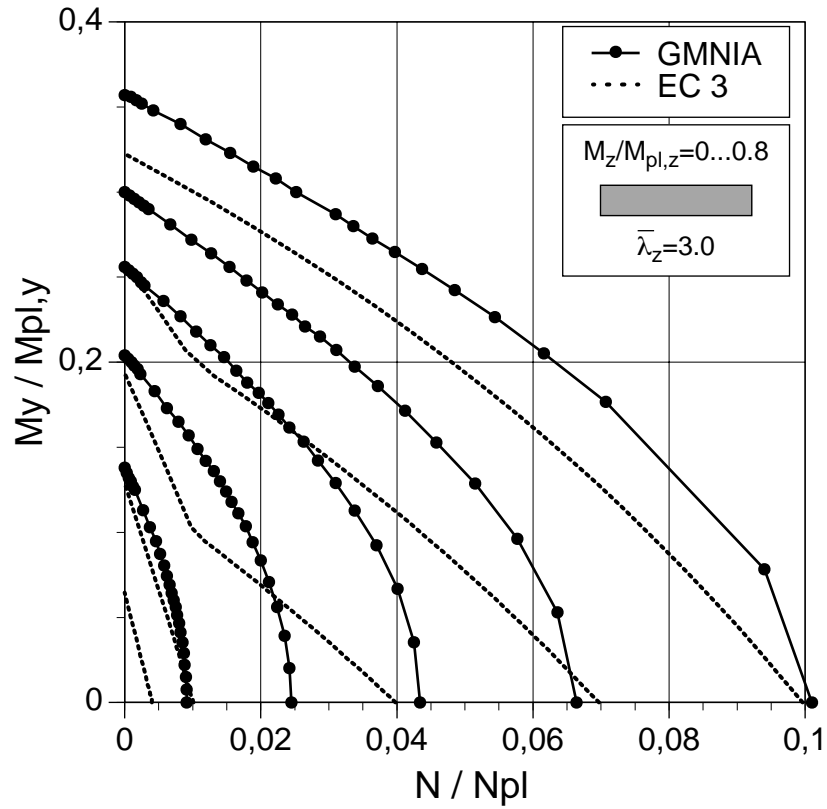


Bild 193. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=6.42 m, Lf A

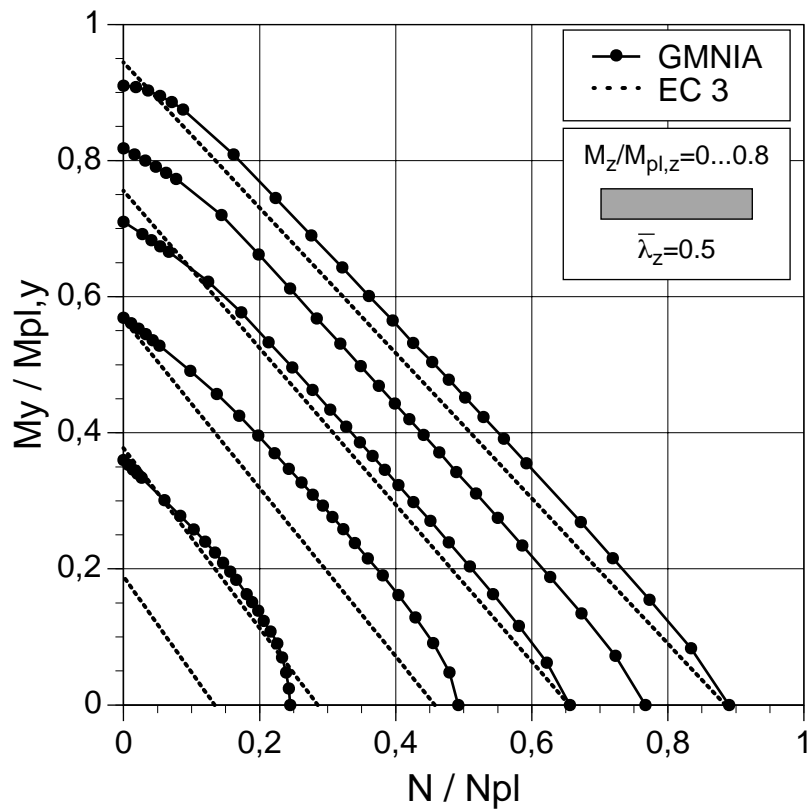


Bild 194. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 500, L=2.05 m, Lf A

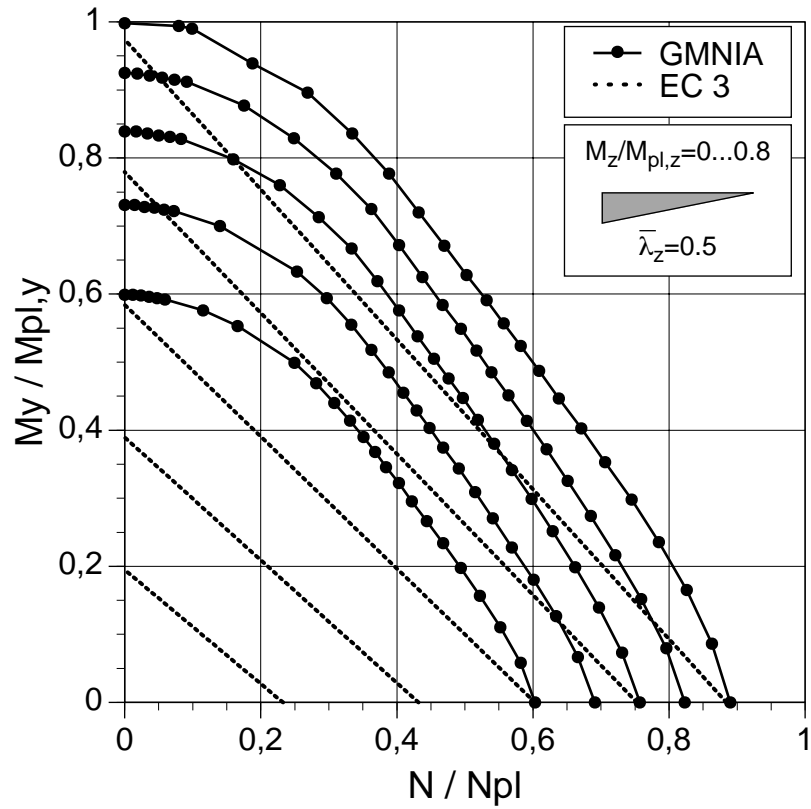


Bild 195. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 500, L=2.05 m, Lf B

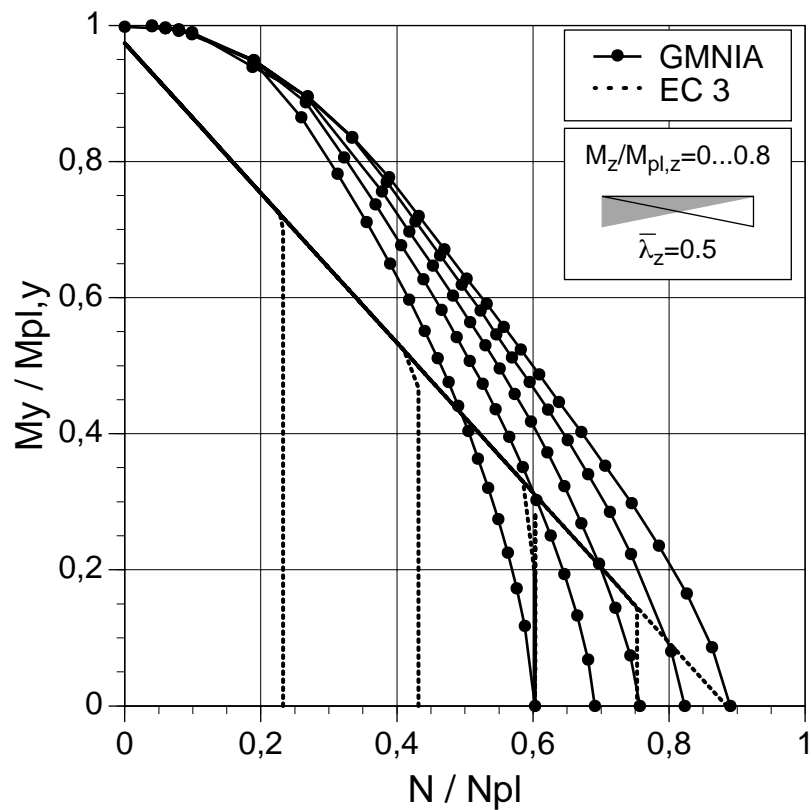


Bild 196. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 500, L=2.05 m, Lf C

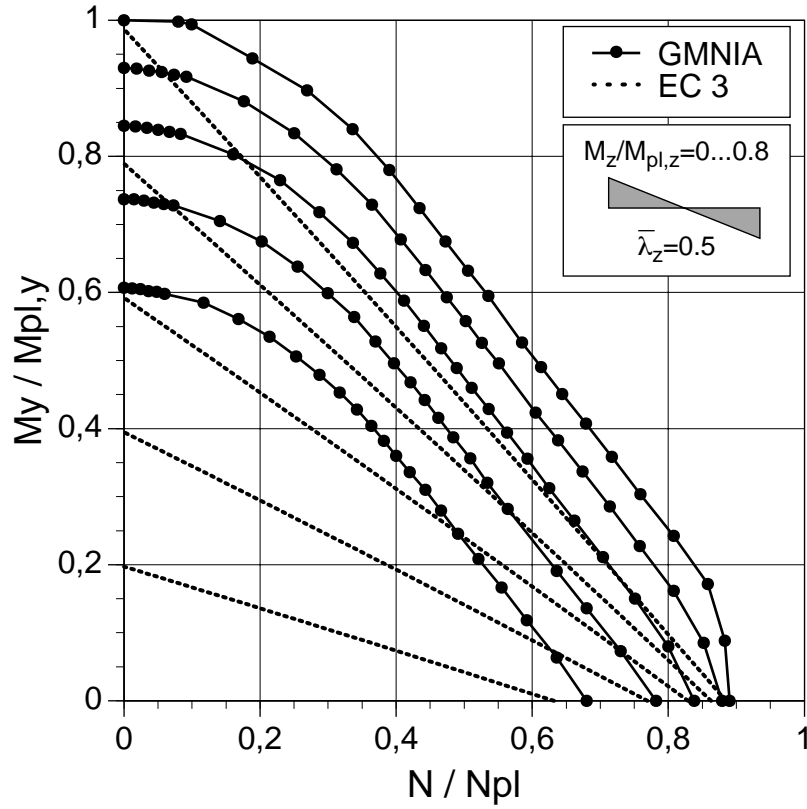


Bild 197. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 500, L=2.05 m, Lf D

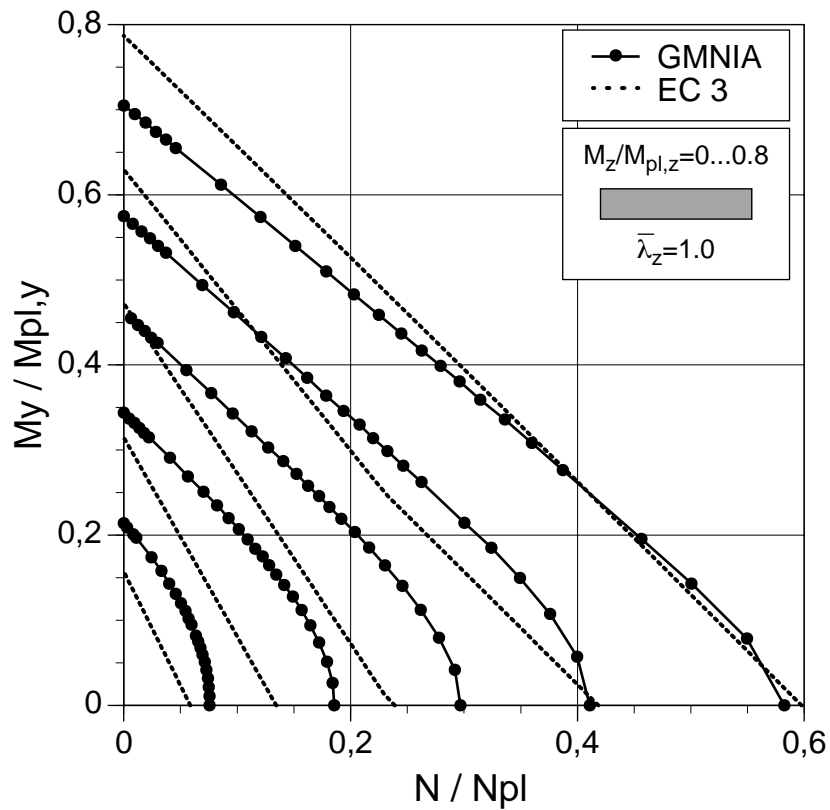


Bild 198. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 500, L=4.10 m, Lf A

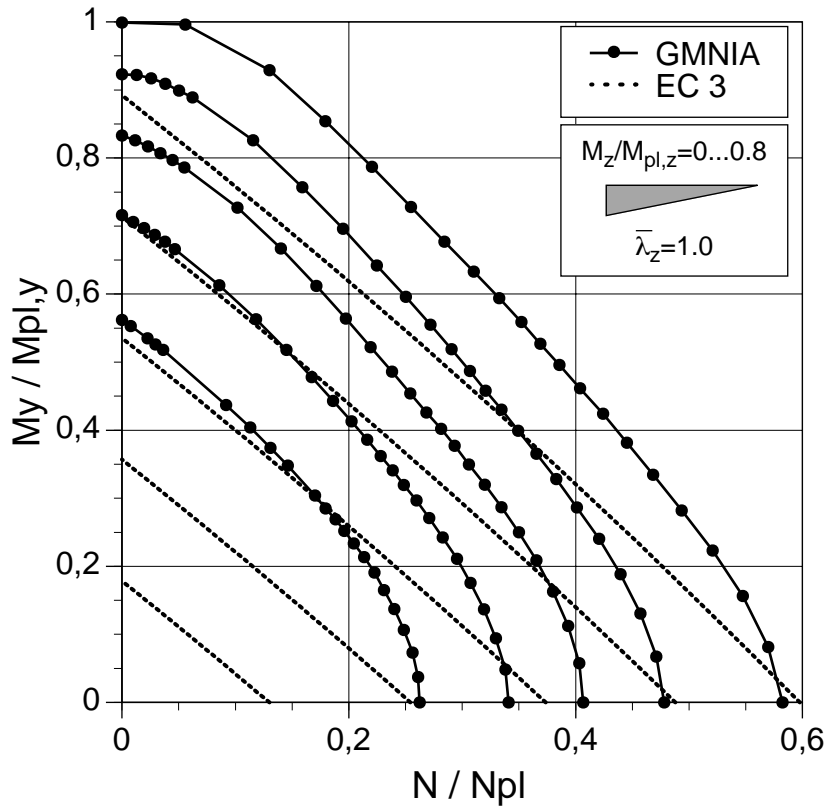


Bild 199. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 500,  $L=4.10$  m, Lf B

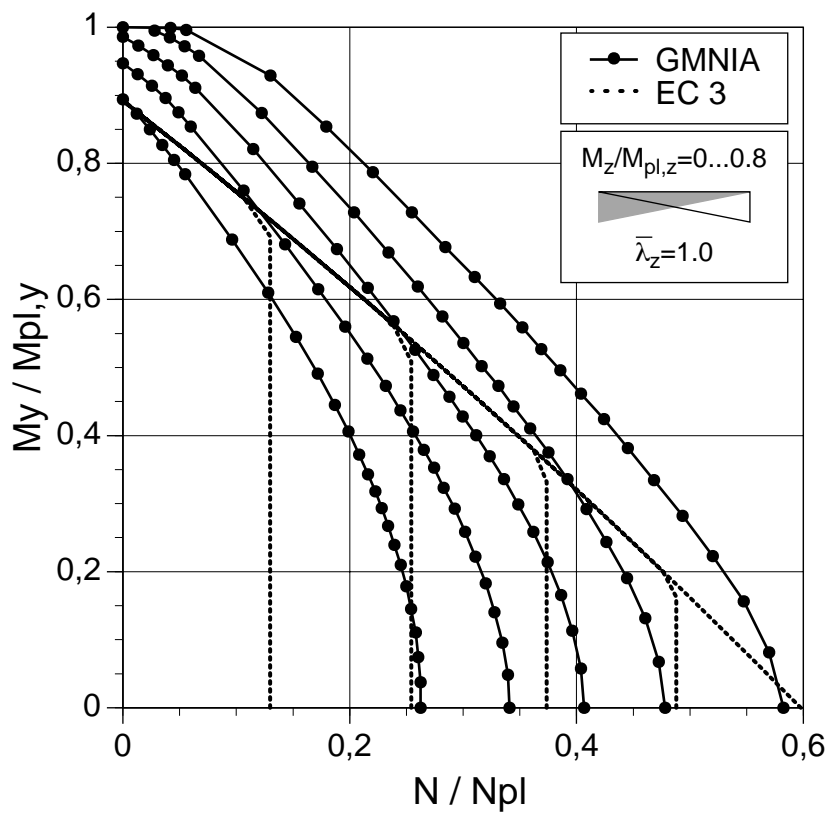


Bild 200. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 500,  $L=4.10$  m, Lf C

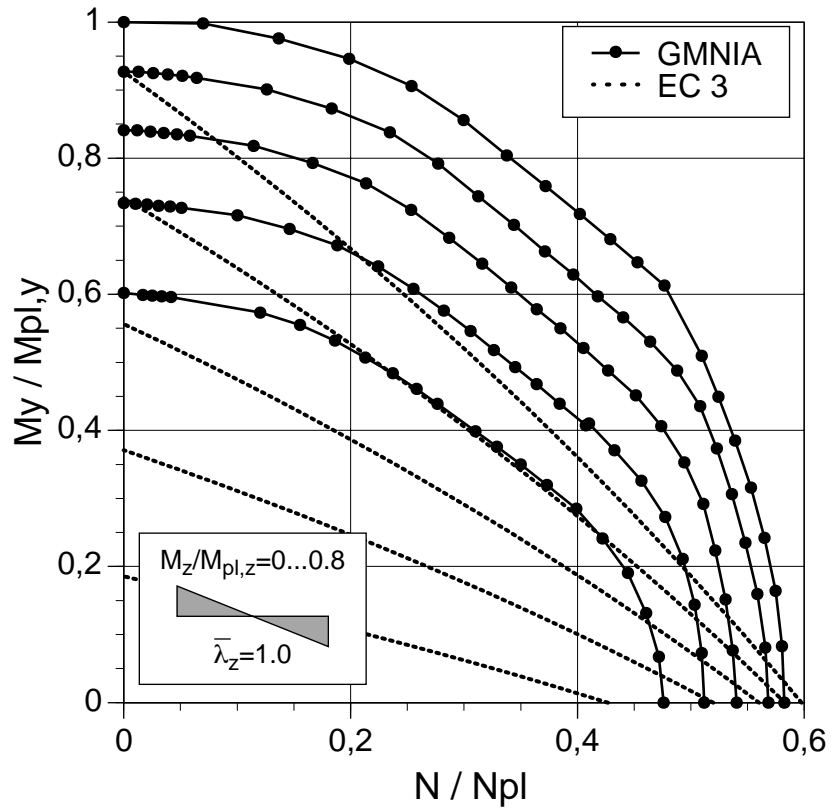


Bild 201. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 500, L=4.10 m, Lf D

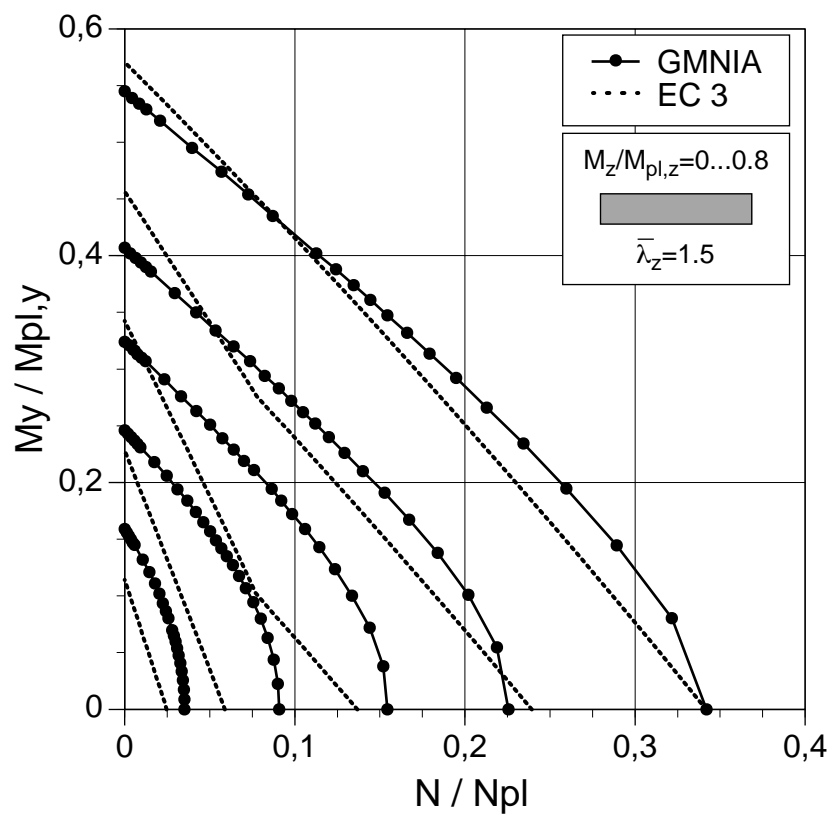


Bild 202. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 500, L=6.16 m, Lf A

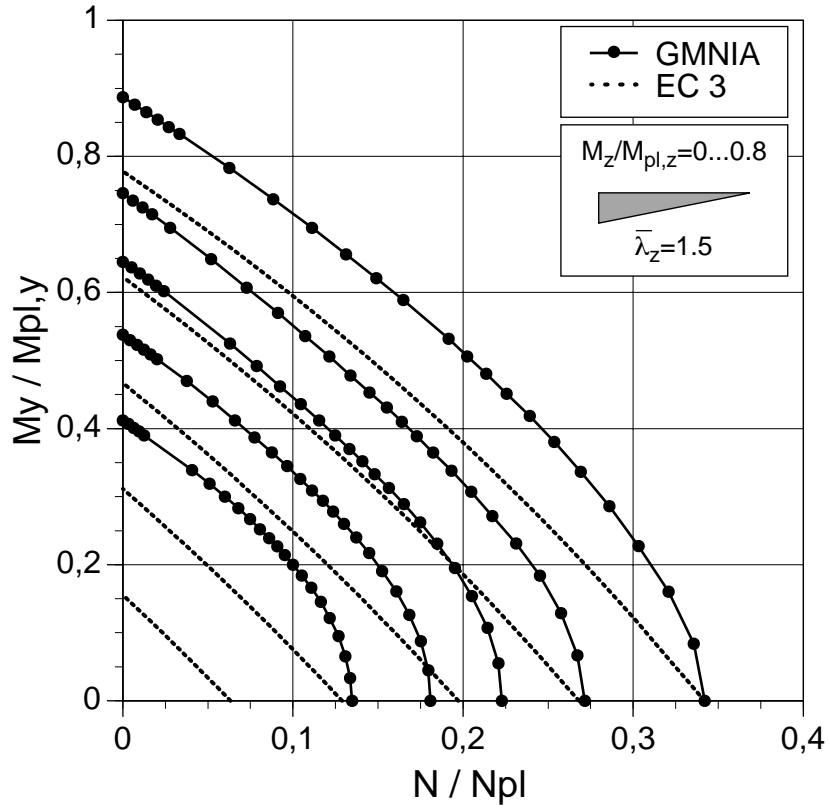


Bild 203. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 500,  $L=6.16$  m, Lf B

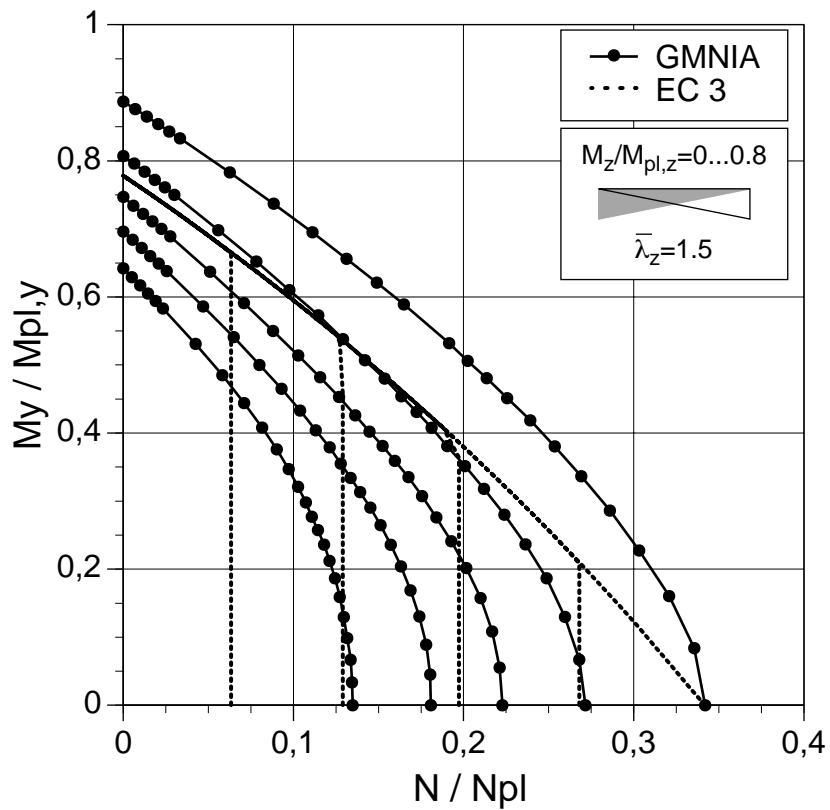


Bild 204. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 500,  $L=6.16$  m, Lf C

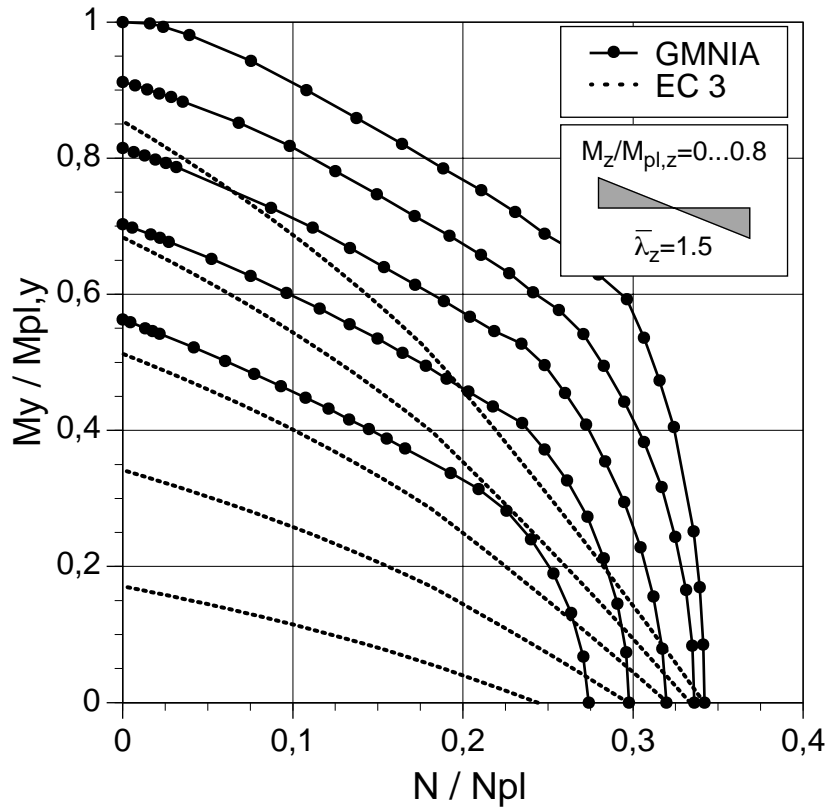


Bild 205. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 500, L=6.16 m, Lf D

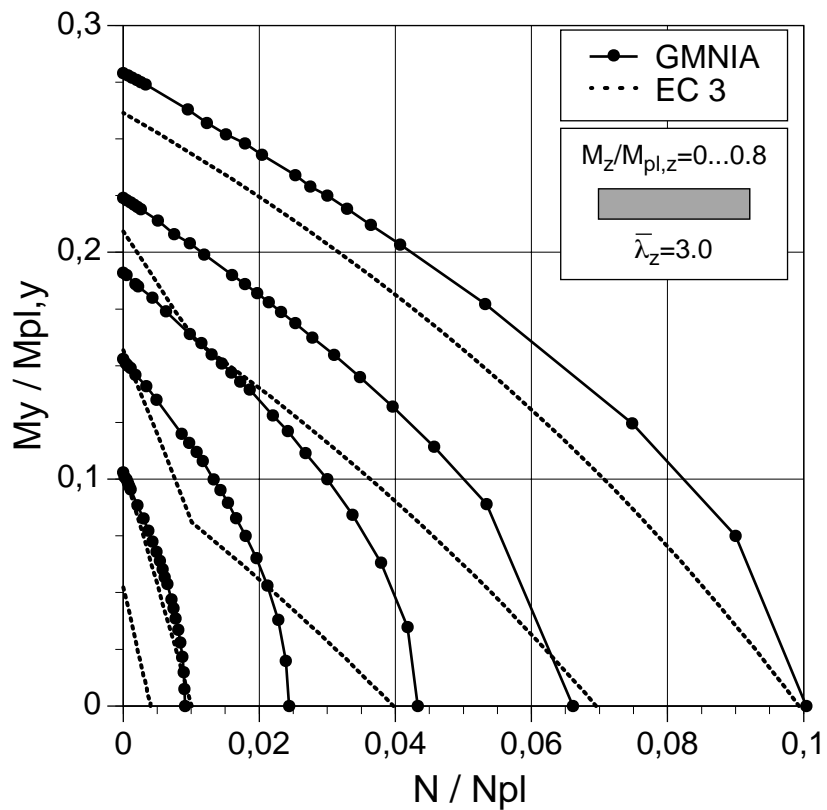


Bild 206. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 500, L=12.32 m, Lf A

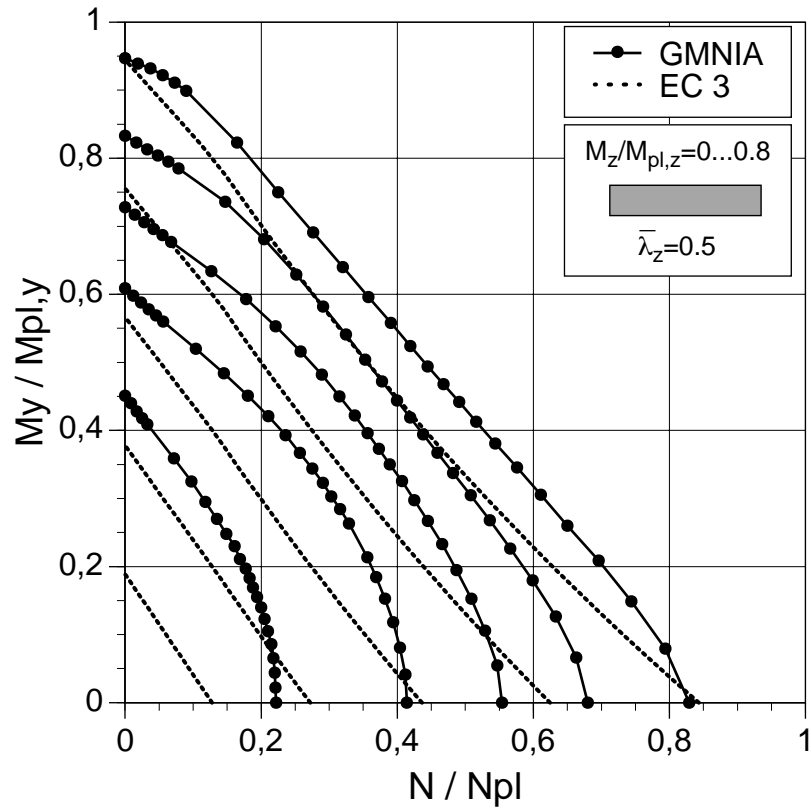


Bild 207. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für HEB 300,  $L=3.63$  m, Lf A

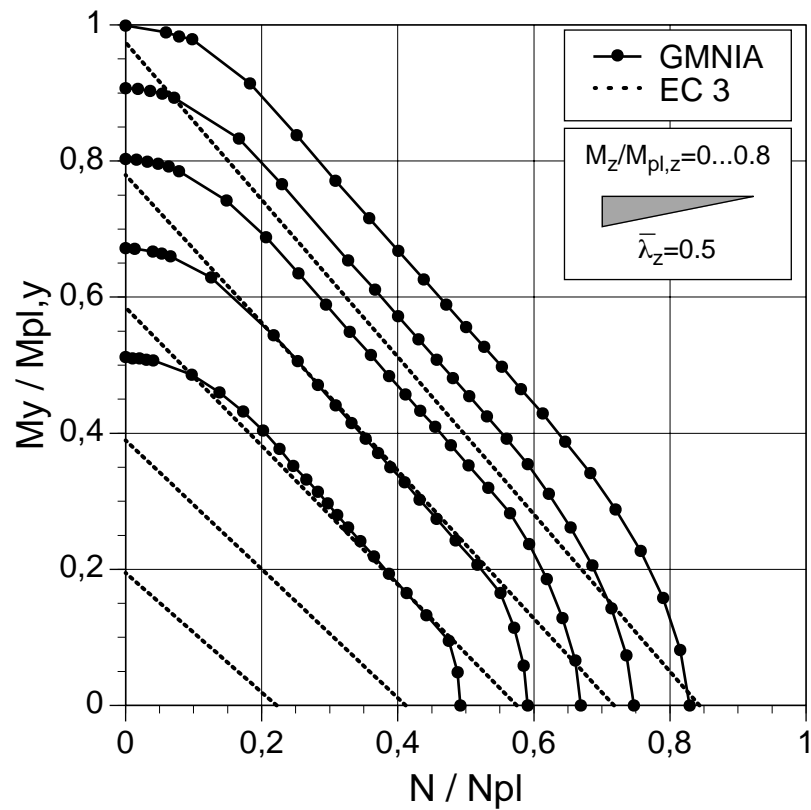


Bild 208. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für HEB 300,  $L=3.63$  m, Lf B



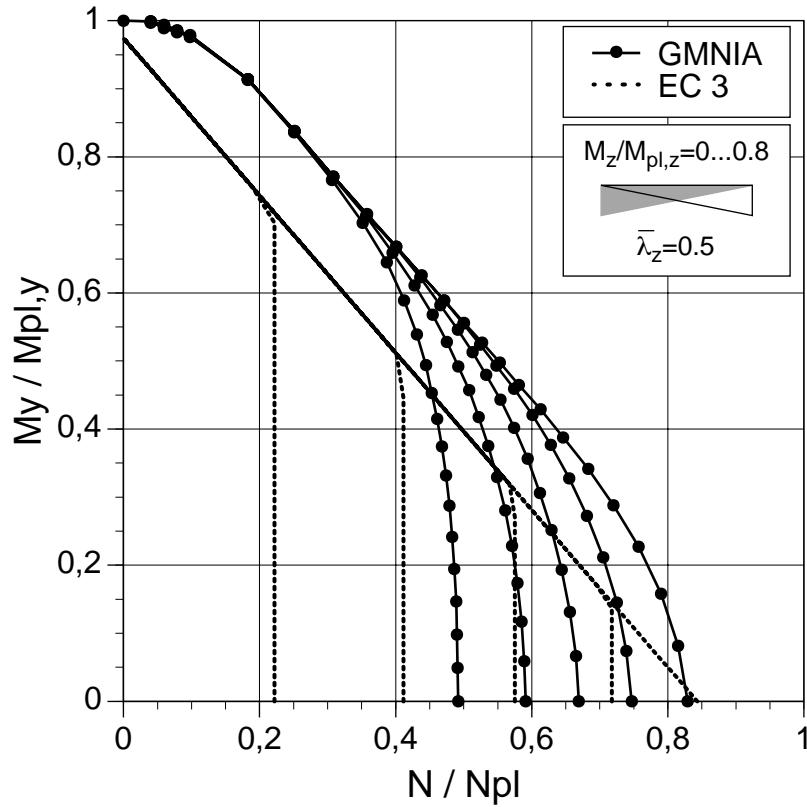


Bild 209. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für HEB 300, L=3.63 m, Lf C

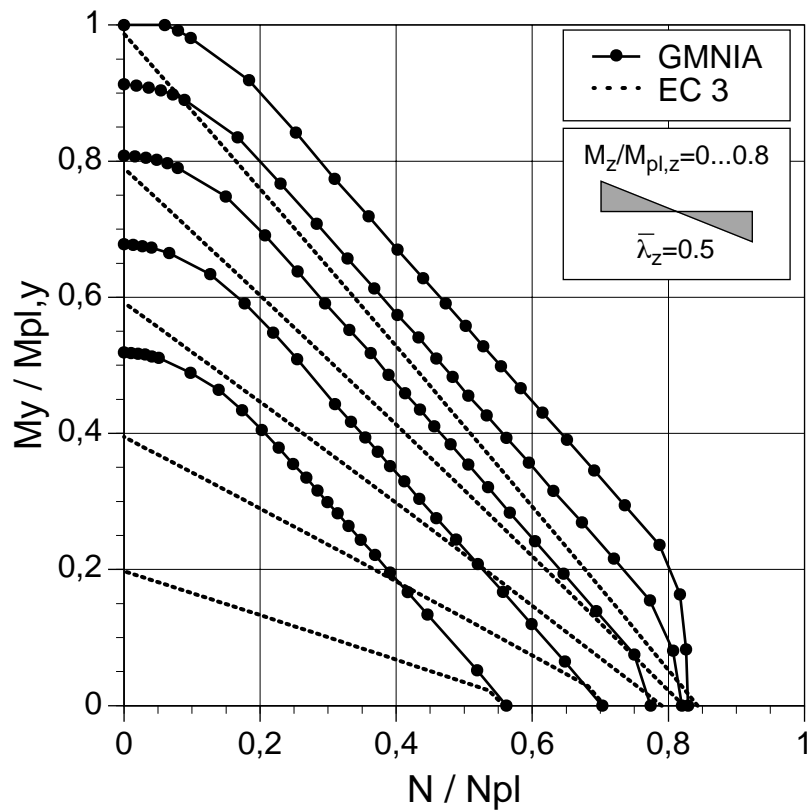


Bild 210. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für HEB 300, L=3.63 m, Lf D

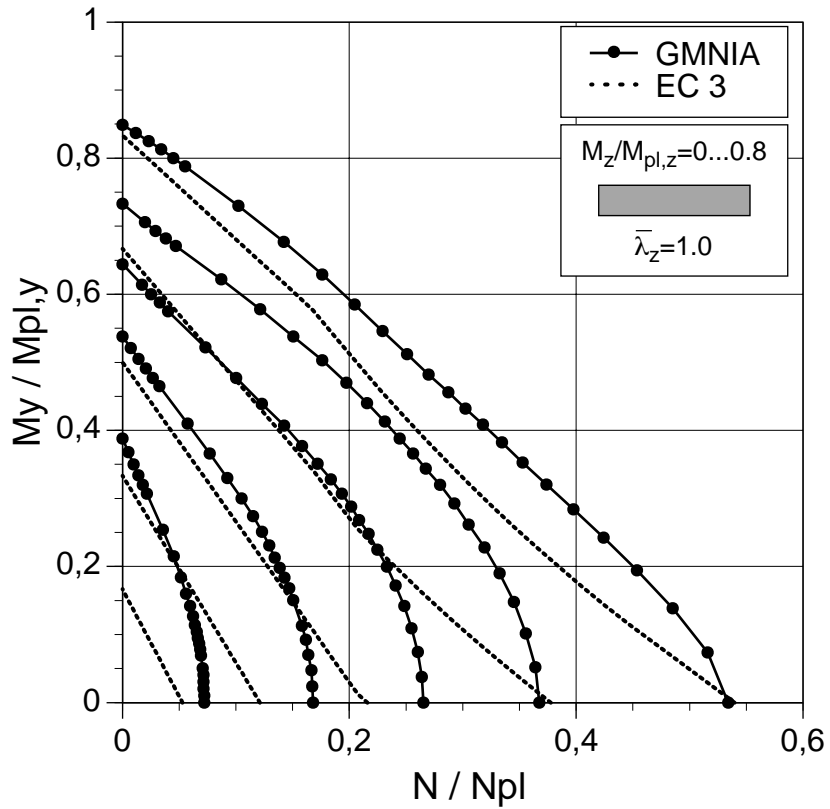


Bild 211. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für HEb 300, L=7.27 m, Lf A

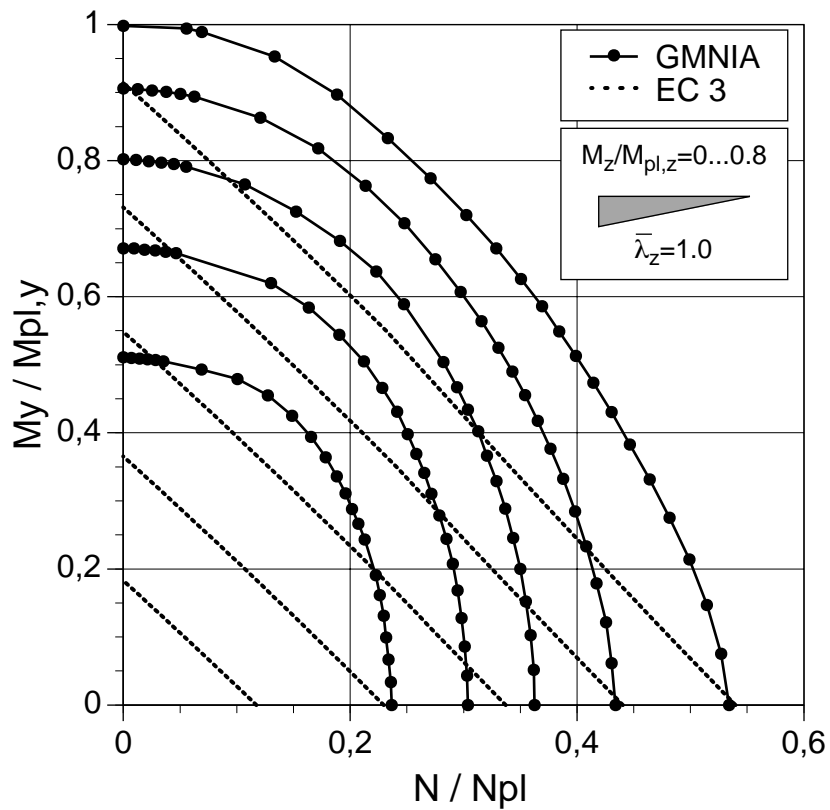


Bild 212. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für HEb 300, L=7.27 m, Lf B

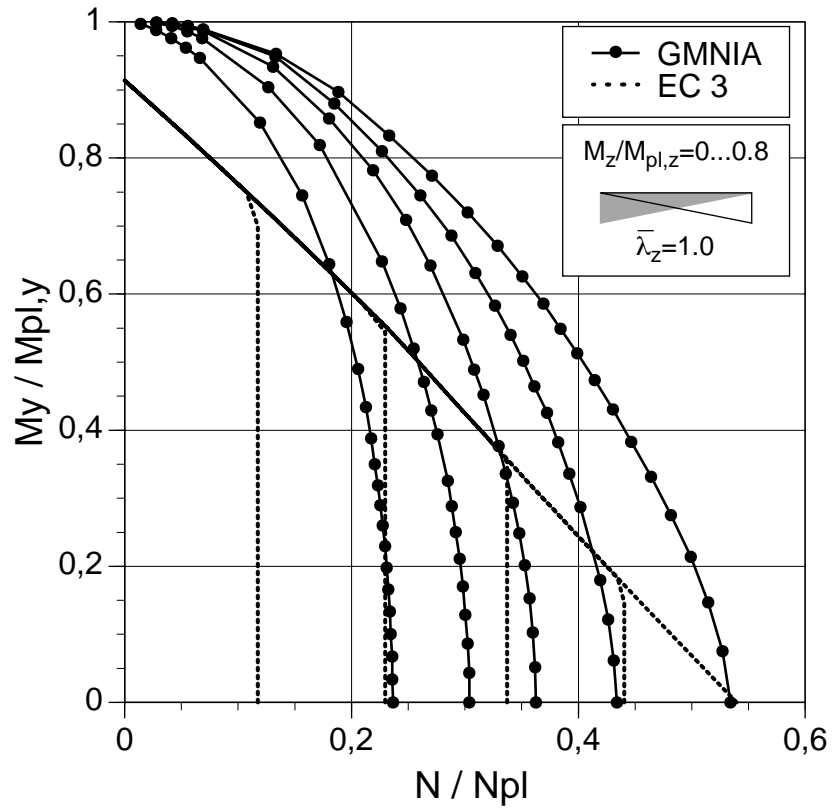


Bild 213. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für HEb 300, L=7.27 m, Lf C

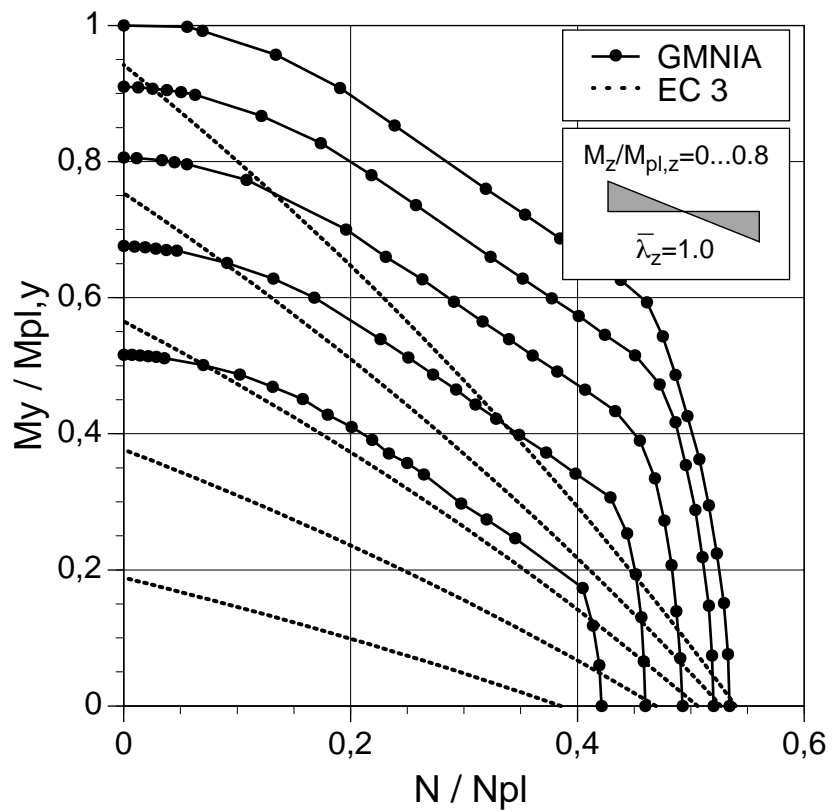


Bild 214. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für HEb 300, L=7.27 m, Lf D

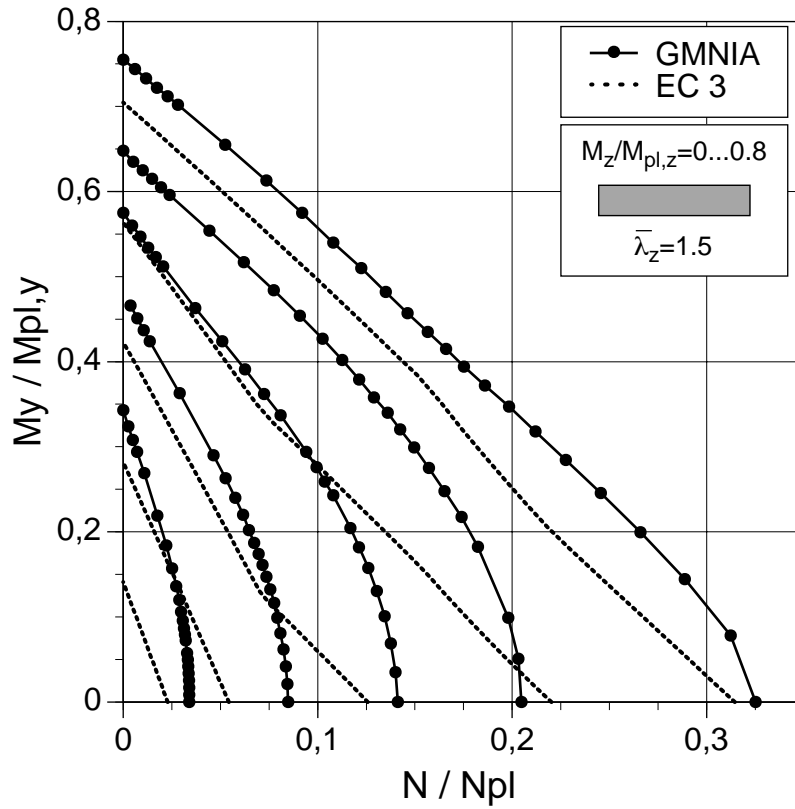


Bild 215. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für HEB 300, L=10.9 m, Lf A

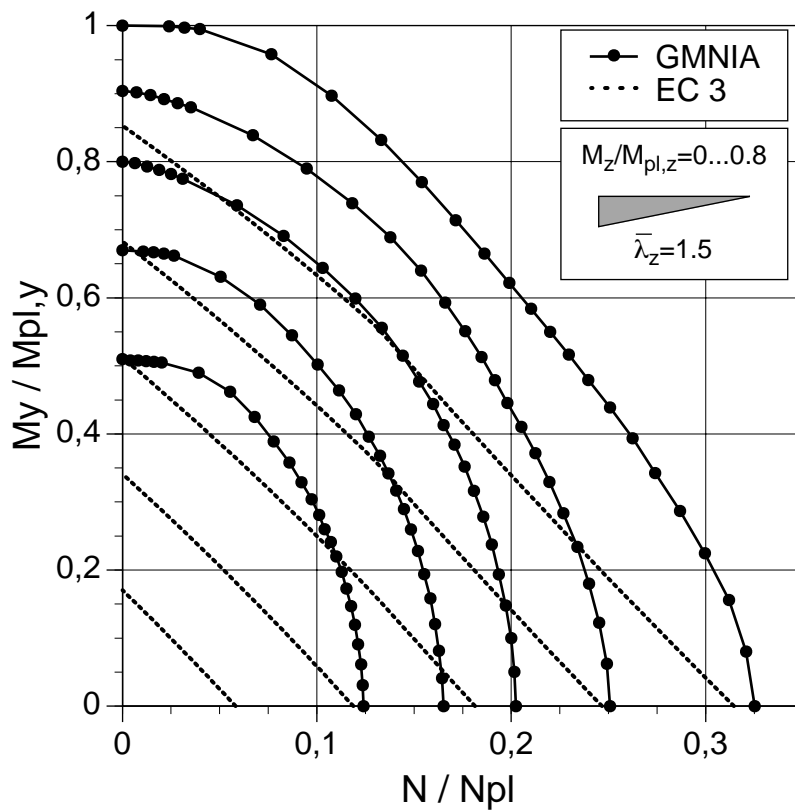


Bild 216. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für HEB 300, L=10.9 m, Lf B

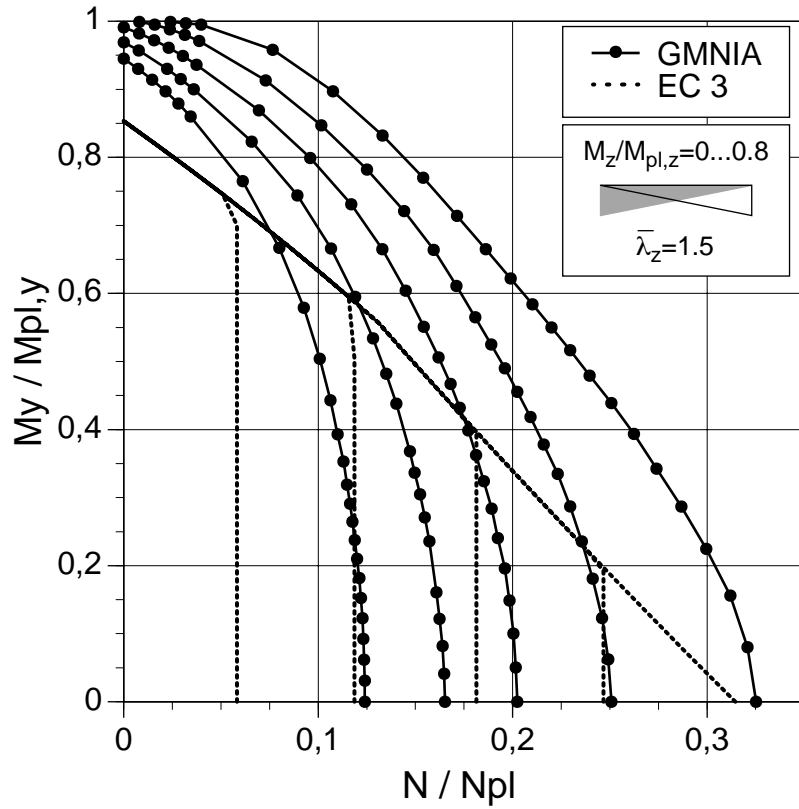


Bild 217. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für HEB 300, L=10.9 m, Lf C

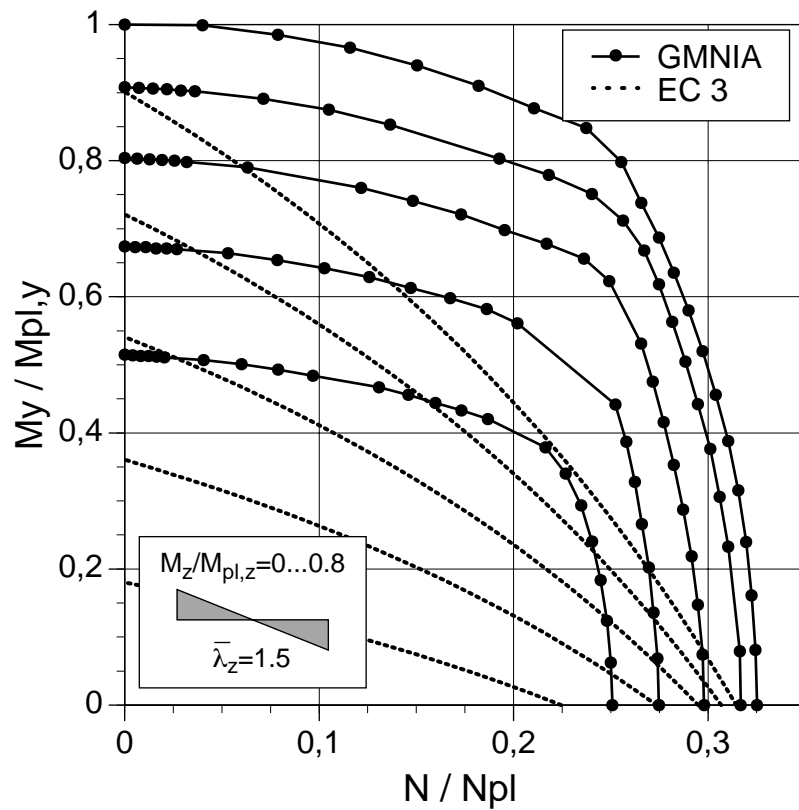


Bild 218. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für HEB 300, L=10.9 m, Lf D

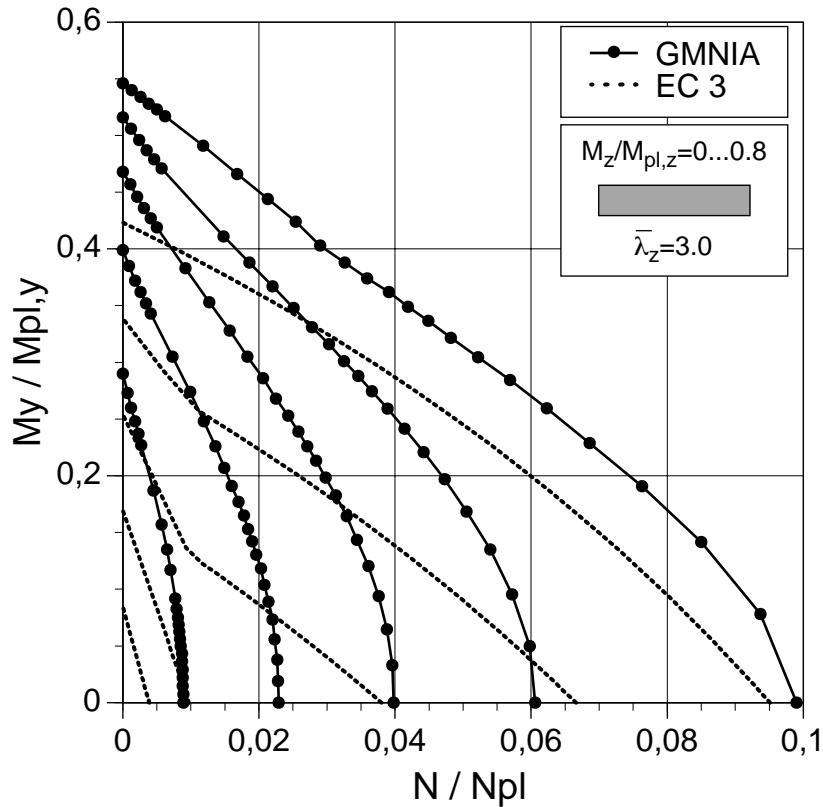


Bild 219. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für HEB 300, L=21.8 m, Lf A

### Maximale Momente $M_y$ und $M_z$ sind an verschiedenen Stellen

In den Interaktionsdiagrammen Bild 220 bis Bild 222 sind für einige Beispiele die Traglasten für den Lf B dem Lf C gegenübergestellt. Für die übrigen untersuchten Parameterbereiche können die Unterschiede zwischen beiden Lastfällen durch den Vergleich der entsprechenden Interaktionsdiagramme, zum Beispiel durch Bild 195 mit Bild 196, erkannt werden.

Beim Lf C tritt im Gegensatz zum Biegeknicken bei schlanken Stäben aufgrund des Stabilitätseffekts eine stärkere Interaktion zwischen beiden Momenten auf. Im übrigen ist die Charakteristik der Interaktionsflächen mit der für Biegeknicken vergleichbar.

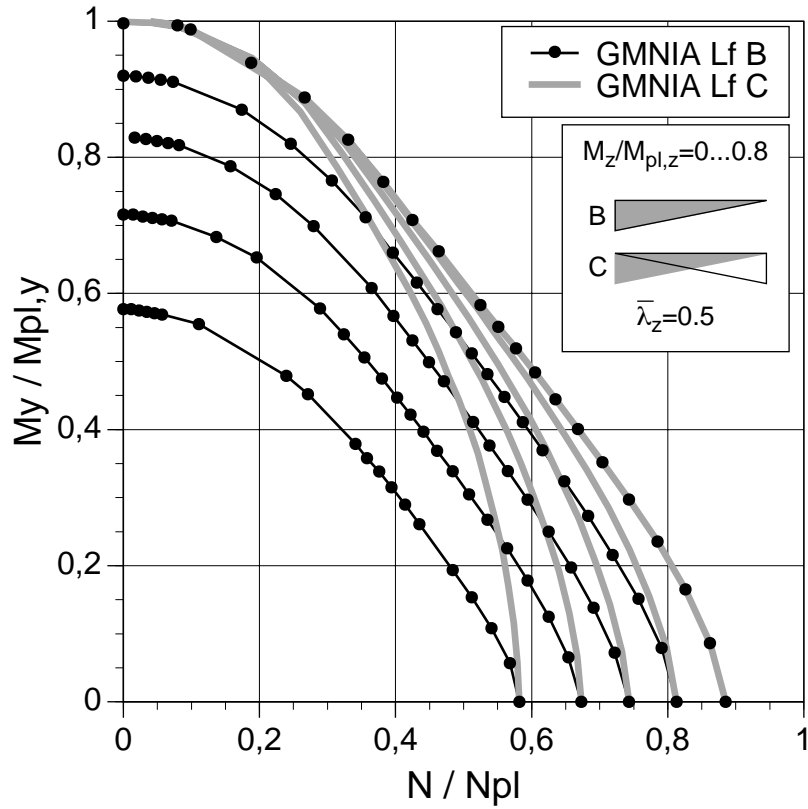


Bild 220. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=1.07 m

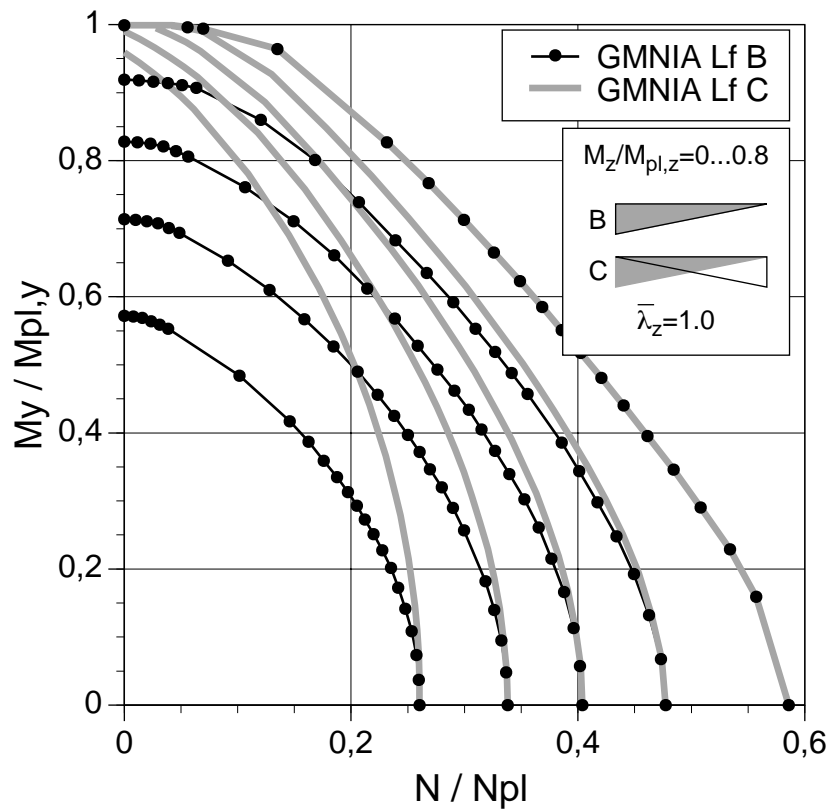


Bild 221. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=2.14 m

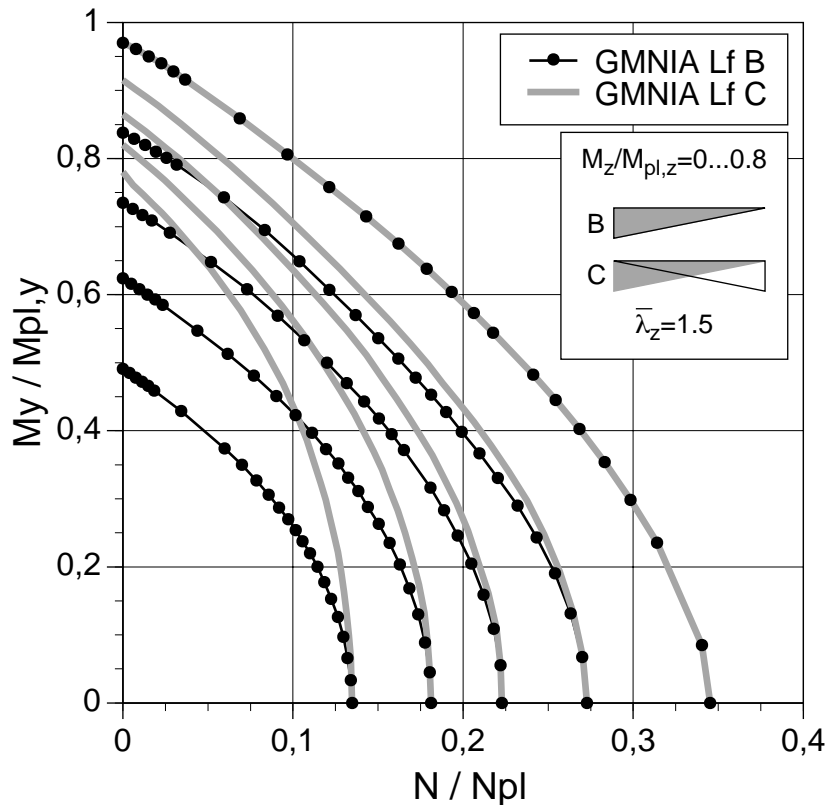


Bild 222. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=3.21$  m

## Vergleich von Biegedrillknicken mit Biegeknicken

In den Interaktionsdiagrammen Bild 223 bis Bild 230 sind für einige Beispiele die Traglastanalysen für Biegedrillknicken den Traglastanalysen für Biegeknicken gegenübergestellt.

Für den gabelgelagerten Einzelstab mit I-Querschnitt ist die Traglast für Biegedrillknicken stets kleiner oder gleich der Traglast für Biegeknicken. Dies ist auch einsichtig, denn wenn eine wirksame Verformungsbehinderung wegfällt, dann kann nur eine kleinere Traglast erreicht werden, oder wenn die wegfallende Verformungsbehinderung unwirksam war, dann wird die gleiche Traglast erreicht.

Einen bedeutenden Einfluß auf die Unterschiede der Traglasten zwischen Biegedrillknicken und Biegeknicken hat auch der Momentenverlauf. Beim Lf A sind für schlanke Stäbe im Bereich mit einem geringen Normalkraftanteil die Unterschiede der Traglasten besonders groß. Für den Lf B, Lf C und Lf D ergeben sich im Bereich mit einer mittleren Normalkraftbeanspruchung die größten Unterschiede in den Traglasten. In diesen Fällen können die relativ kleinen Momente im Bereich der Stabmitte das Biegedrillknicken ohne einen bedeutenden Normalkraftanteil nicht auslösen.

Bei einer Belastung durch eine zentrische Druckkraft ergeben sich für die untersuchten I-Querschnitte praktisch die gleichen Traglasten für Biegeknicken und Biegedrillknicken. Das Drillknicken, die Verdrehung um die Stabachse, wird nicht maßgebend. Der Stab knickt also ohne eine nennenswerte Verdrehung um die Stabachse nur seitlich aus.



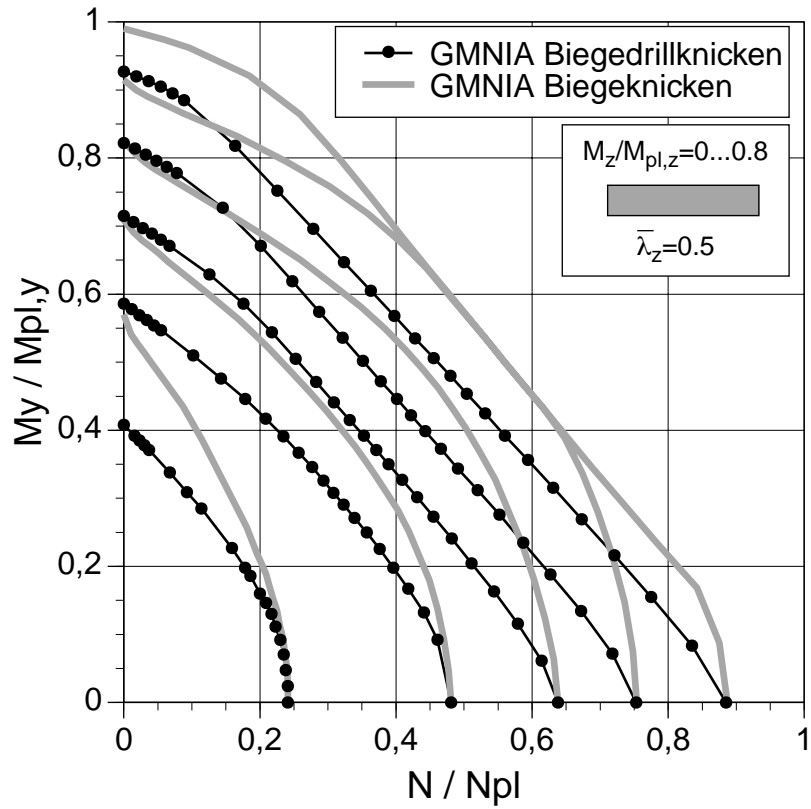


Bild 223. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=1.07 m, Lf A

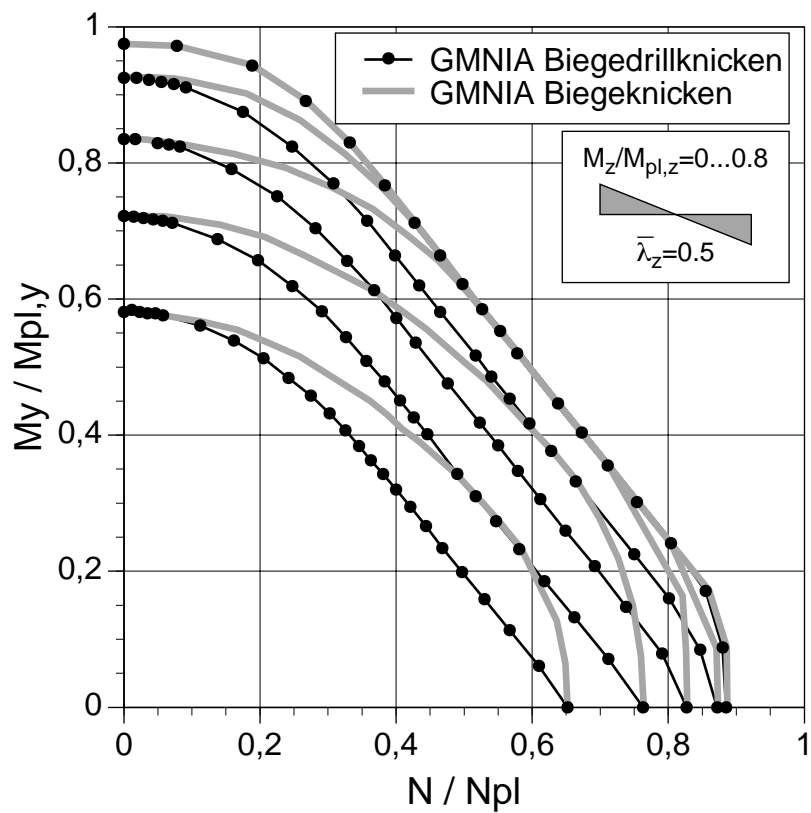


Bild 224. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=1.07 m, Lf D

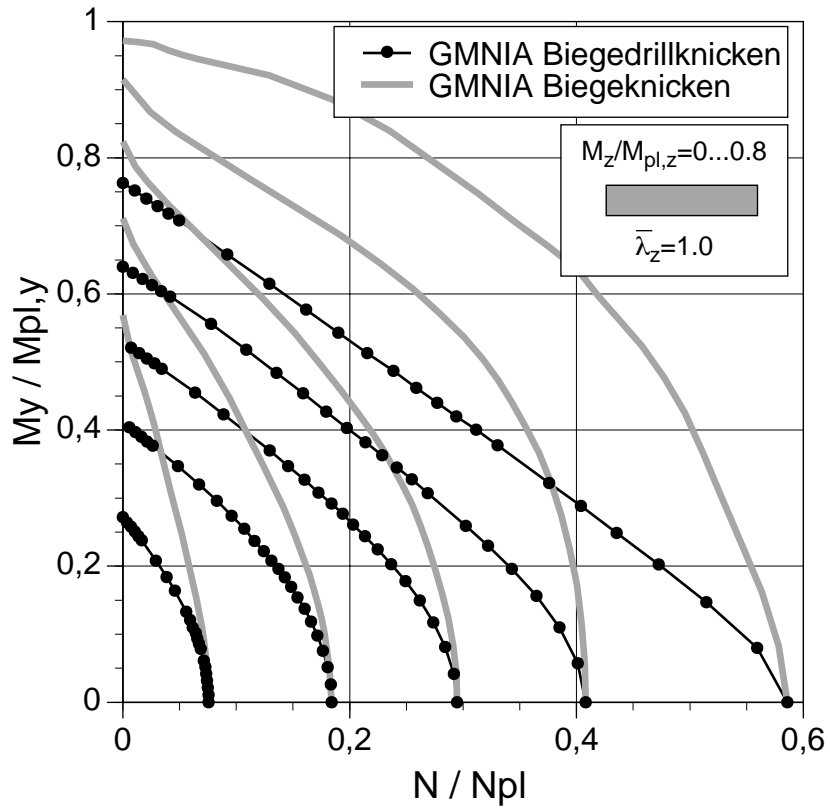


Bild 225. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=2.14 m, Lf A

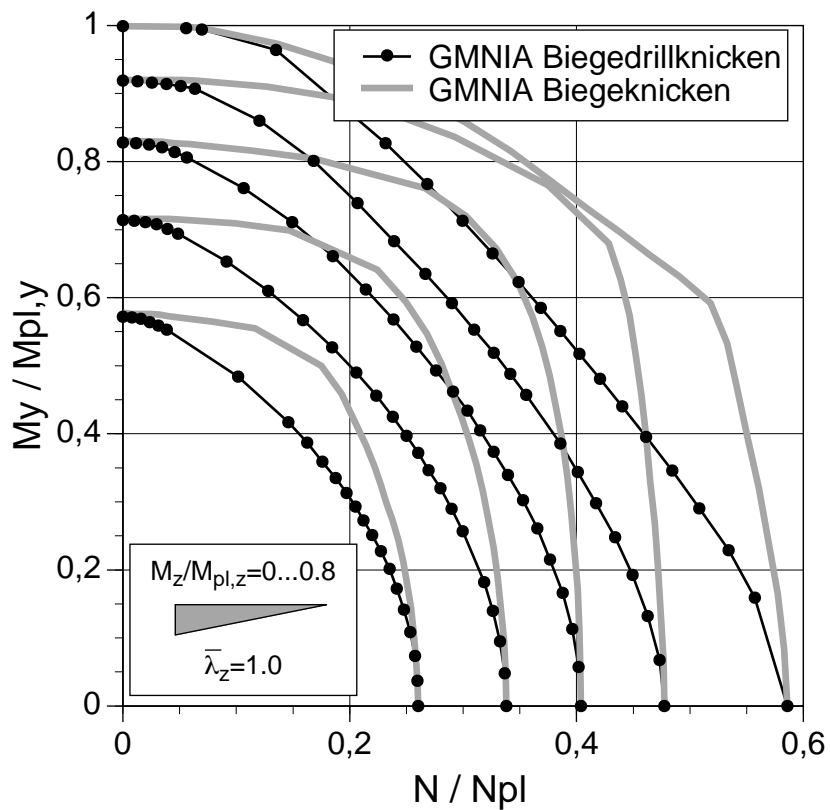


Bild 226. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=2.14 m, Lf B

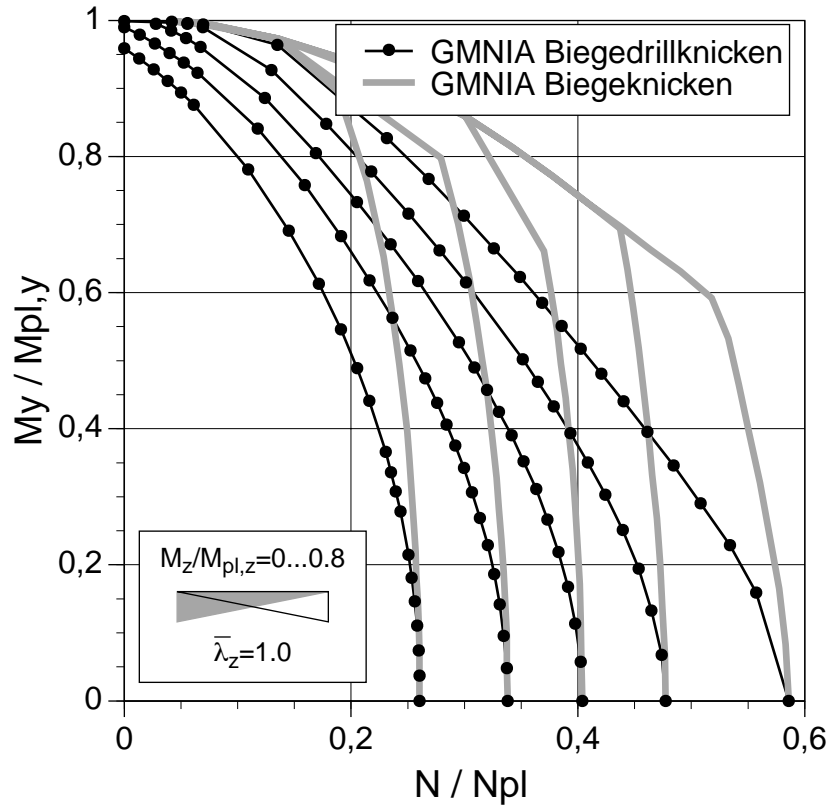


Bild 227. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=2.14 m, Lf C

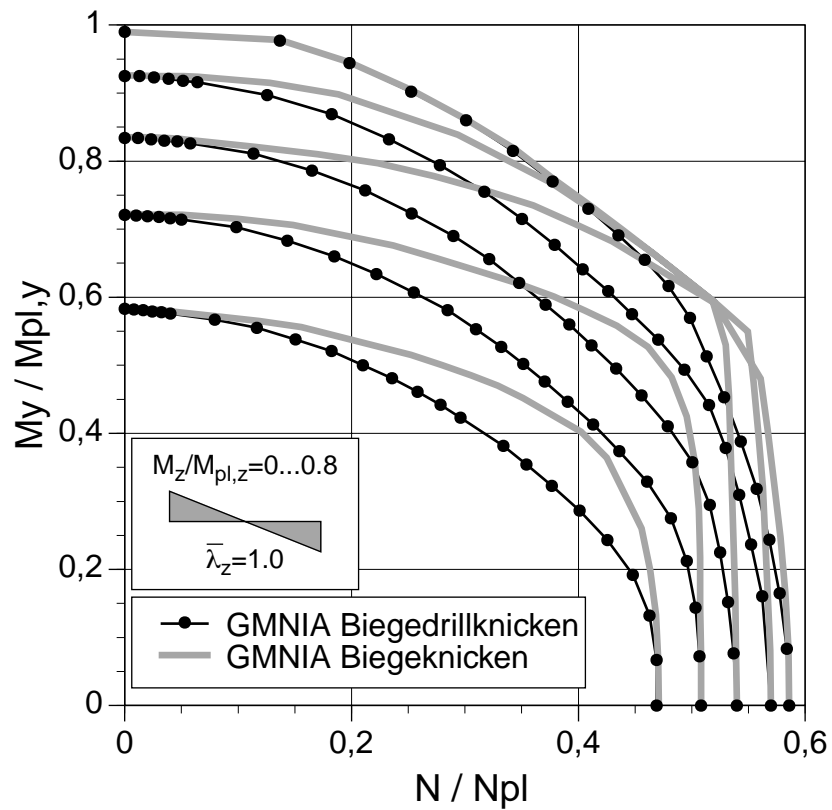


Bild 228. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=2.14 m, Lf D

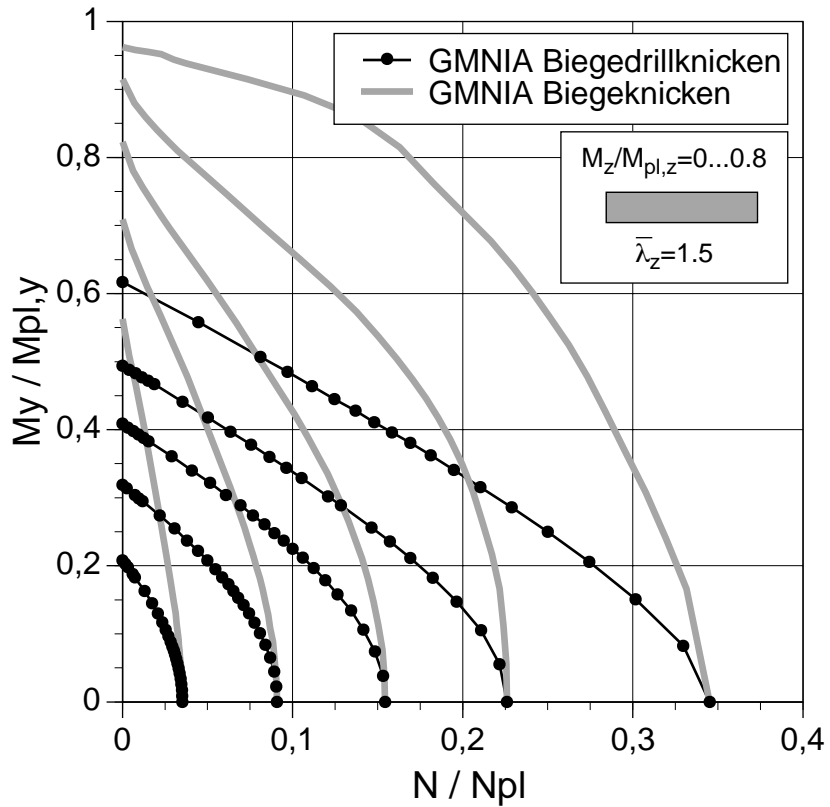


Bild 229. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=3.21 m, Lf A

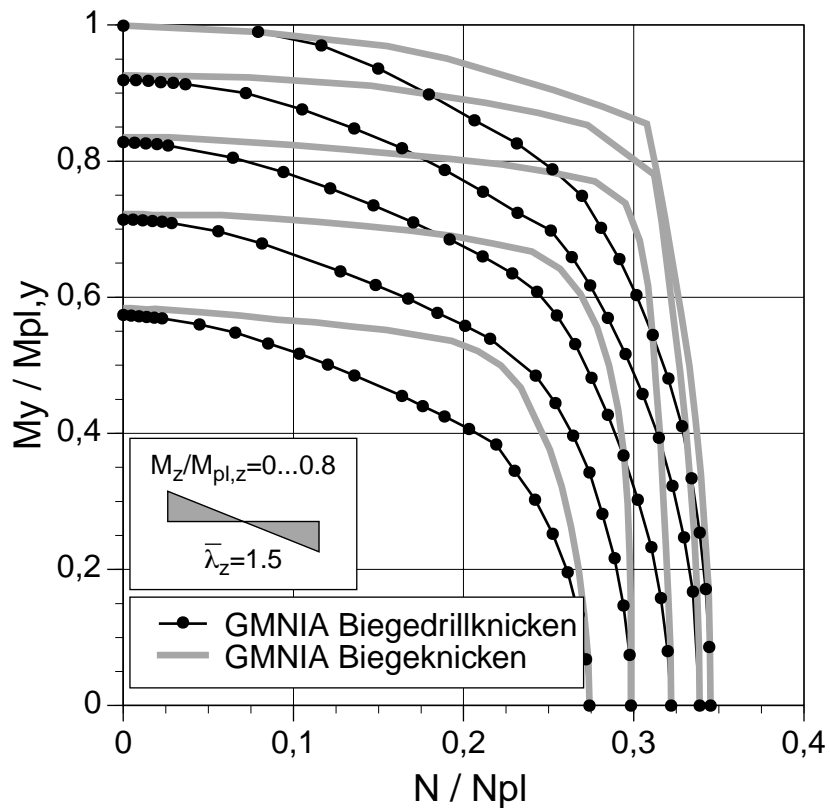


Bild 230. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=3.21 m, Lf D

In diesem Kapitel wird anfangs das für die Parameterstudie verwendete FE-Programm kurz beschrieben. Anschließend werden charakteristische Traglastkurven und Einflüsse von Imperfektionen und Materialarbeitslinien auf das Tragverhalten von Stäben bei Druck und zweiachsiger Biegung besprochen (Seite 206).

Weitere Themen sind das Biegeknicken bei Druck und einachsiger Biegung (Seite 233) sowie das Biegeknicken von T-Querschnitten (Seite 238) und von Querschnitten der Klasse 3 (Seite 241).

Abschließend werden Traglastkurven von Versuchen aus der Literatur den durchgeführten Traglastanalysen gegenübergestellt (Seite 245).

In diesem Kapitel soll damit ein allgemeineres Verständnis für das Tragverhalten von Stäben bei Druck und zweiachsiger Biegung vermittelt werden.

## 4.1 Grundlagen der Traglastanalysen

### Finite-Element Methode

**Kontinuumsmechanik:** Deformationen von Strukturen unter Belastungen können stets durch drei Gleichungsböcke beschrieben werden. Für kontinuierliche Strukturen sind dies im allgemeinen partielle nichtlineare Differentialgleichungen.

- Kinematische Gleichungen (Verzerrungen - Verschiebungen)
- Konstitutive Gleichungen (Materialverhalten)
- Kinetische Gleichungen (Gleichgewicht)

Diese Differentialgleichungen können in äquivalente Integralformulierungen übergeführt werden. Solche Integraldarstellungen lassen sich nach verschiedenen Gesichtspunkten aufstellen.

- Numerischer Aspekt (gewichtete Residuen)
- Mathematischer Aspekt (Variationsrechnung)
- Mechanischer Aspekt (Virtuelle Prinzipien)

Die Transformation der Grundgleichungsböcke der Kontinuumsmechanik auf die Integralform kann selektiv vorgenommen werden. Bei Anwendung auf die kinetischen Gleichungen ergibt sich das Prinzip der virtuellen Arbeit oder Prinzip der virtuellen Verschiebungen. Dies stellt die Gleichgewichtsaussage in Integralform dar. Die zwei ersten Gleichungsböcke bleiben davon unberührt und müssen für sich in Differentialform erfüllt sein.

**Diskretisierungsmethoden:** Für den allgemeinen Fall ist eine analytische Lösung der Grundgleichungen nicht möglich. Es wurden daher numerische (diskretisierende) Verfahren entwickelt. In Tab. 10 sind numerische Formulierungen zusammengefaßt [14]. Diese Berechnungsverfahren sind im Gegensatz zu den analytischen Lösungen Näherungsberechnungen der Grundgleichungen. Bei der klassischen Finite-Elemente Methode bildet die Schwachstelle das Gleichgewicht. Dieses wird im Integralsinn über das Prinzip der virtuellen Arbeiten nur global erfüllt Gl. (110). Erst bei entsprechender Feinheit der Diskretisierung ergibt sich zunehmend eine zutreffende lokale Gleichgewichtsaussage.

$$\begin{aligned} \delta W_i &= \delta W_a \quad \int_V (\delta \varepsilon^T \cdot \sigma) dV = \delta u^T \cdot F \\ \sigma &= D \cdot \varepsilon \quad \varepsilon = B \cdot u \\ \int_V \delta u^T \cdot (B^T \cdot D \cdot B) dV \cdot u &= \delta u^T \cdot F \\ K \cdot u &= F \end{aligned} \tag{110}$$

Tab. 10. Numerische Berechnungsverfahren

Kinematik	Konstitution	Kinetik	Punktdiskretisierung	Gebietsdiskretisierung
D <sup>a</sup>	D	D	Finite-Differenzen Methode	z.B. Reihenlösungen
I <sup>b</sup>	D	D	Finite-Differenzen Energie Methode	Finite-Element Methode (Kraftformulierung)
D	D	I	Finite-Differenzen Energie Methode	Finite-Element Methode (Verschiebungsformulierung)

- a. Differentialgleichung
- b. Integralgleichung

Aufgrund des Näherungscharakters einer FE-Berechnung hat die Elementwahl und die Netzteilung einen wesentlichen Einfluß auf die Güte der Ergebnisse. Weiters hängt die Ergebnisdarstellung auch noch vom verwendeten Postprocessing ab (averaged at nodes, at integration points). Im folgenden werden als Beispiel die Ergebnisse von linearen Berechnungen mit Abaqus für einen Kragträger mit einer Einzellast dargestellt. Die Diskretisierung erfolgte mit drei Stabelementtypen (lineare, quadratische oder kubische Ansatzfunktionen) und Netzteilungen (ein oder zwei Elemente über die Kragträgerlänge).

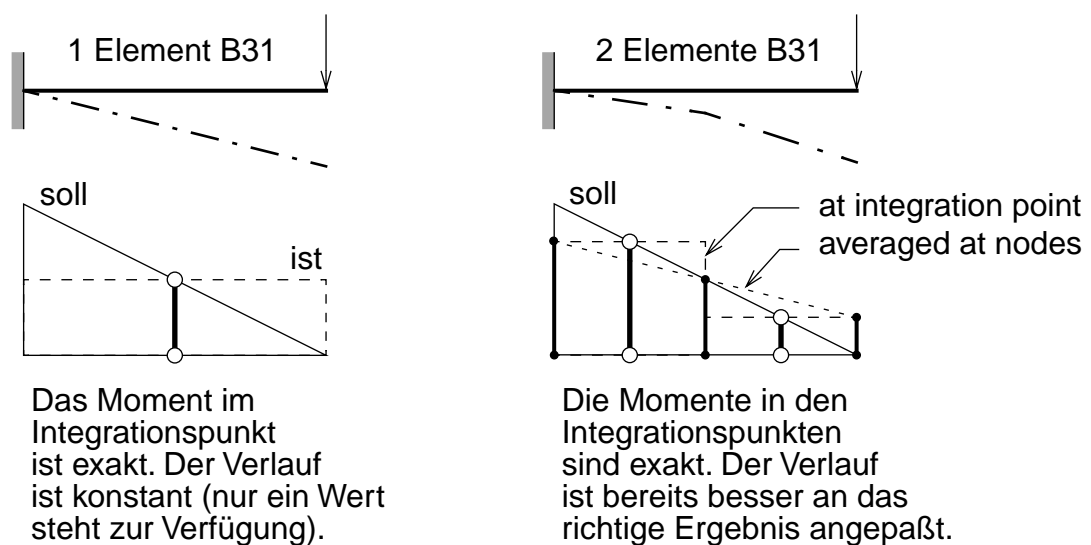


Bild 231. Lineares Stabelement in Abaqus (B31)

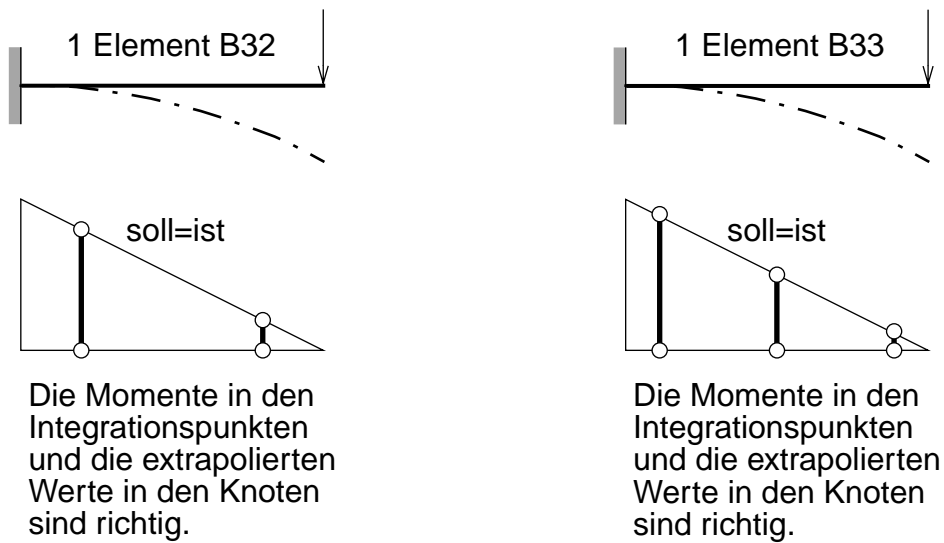


Bild 232. Quadratisches und kubisches Stabelement in Abaqus (B32 und B33)

Im folgenden wird für ein ebenes Stabelement mit linearen Ansatzfunktionen die Herleitung der Elementsteifigkeitsmatrix gezeigt. Für dieses Element muß die Schubverformung  $\gamma$  angesetzt werden. In Bild 233 ist dieser Zusammenhang dargestellt.

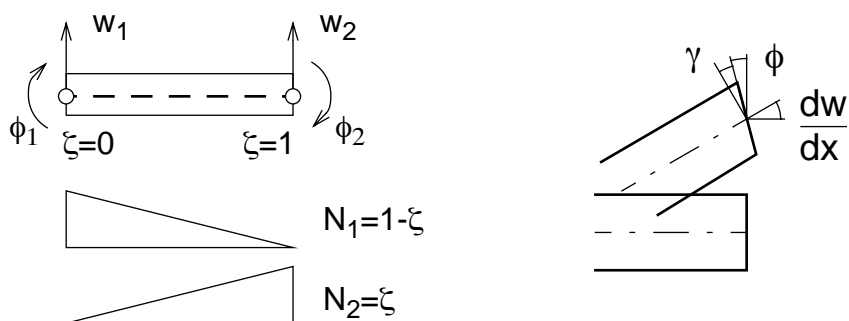


Bild 233. Ansatz für ein lineares Stabelement

$$\phi = \frac{dw}{dx} - \gamma$$

$$\kappa = \frac{d\phi}{dx}$$

(111)



$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} \quad \phi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & N_1 & N_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} \quad (112)$$

$$\delta W_a = \delta W_i = \int_V \delta \varepsilon \cdot \sigma \cdot dV = \int_L M \cdot \delta \kappa \cdot dx + \int_L Q \cdot \delta \gamma \cdot dx \quad (113)$$

$$M = EI \cdot \kappa = EI \cdot \frac{d\phi}{dx} \quad (114)$$

$$Q = GA \cdot \gamma = GA \cdot \left( \frac{dw}{dx} - \phi \right)$$

$$\delta W_i = \int_L EI \left( \frac{d\phi}{dx} \right) \delta \left( \frac{d\phi}{dx} \right) dx + \int_L GA \left( \frac{dw}{dx} - \phi \right) \delta \left( \frac{dw}{dx} - \phi \right) dx \quad (115)$$

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{d\phi}{d\xi} \cdot \left( \frac{dx}{d\xi} \right)^{-1} \quad (116)$$

$$x = (1 - \xi) \cdot x_1 + \xi \cdot x_2 \quad \frac{dx}{d\xi} = -x_1 + x_2 = L \quad (117)$$

$$\frac{d\phi}{dx} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-1}{L} & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} \quad \frac{dw}{dx} - \phi = \begin{bmatrix} \frac{-1}{L} & \frac{1}{L} & (1 - \xi) & \xi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} \quad (118)$$

$$K = \frac{EI}{L} \int_0^1 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} d\zeta + GAL \int_0^1 \begin{bmatrix} \frac{1}{L^2} & \frac{-1}{L^2} & \frac{-(1-\zeta)}{L} & \frac{-\zeta}{L} \\ \frac{-1}{L^2} & \frac{1}{L^2} & \frac{(1-\zeta)}{L} & \frac{\zeta}{L} \\ \frac{-(1-\zeta)}{L} & \frac{(1-\zeta)}{L} & (1-\zeta)^2 & (\zeta-\zeta^2) \\ \frac{-\zeta}{L} & \frac{\zeta}{L} & (\zeta-\zeta^2) & \zeta^2 \end{bmatrix} d\zeta \quad (119)$$

Der Schubanteil wird nicht exakt, sondern reduziert für den Integrationspunkt in der Elementmitte  $\zeta=0.5$  integriert. Die exakte Integration würde in diesem Fall zu einem unbrauchbaren Ergebnis führen (wesentlich zu steifes Element, shear locking). Damit ergibt sich die Elementsteifigkeitsmatrix beziehungsweise das Gleichungssystem für das lineare ebene Stabelement ohne Normalkraftverformung.

$$\begin{bmatrix} \frac{GA}{L} & \frac{-GA}{L} & \frac{-GA}{2} & \frac{-GA}{2} \\ \frac{-GA}{L} & \frac{GA}{L} & \frac{GA}{2} & \frac{GA}{2} \\ \frac{-GA}{2} & \frac{GA}{2} & \left(\frac{GAL}{4} + \frac{EI}{L}\right) & \left(\frac{GAL}{4} - \frac{EI}{L}\right) \\ \frac{-GA}{2} & \frac{GA}{2} & \left(\frac{GAL}{4} - \frac{EI}{L}\right) & \left(\frac{GAL}{4} + \frac{EI}{L}\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} \quad (120)$$

*Anmerkung:* In Gl. (121) wurde die Elementsteifigkeitsmatrix für den Schubanteil einmal exakt und einmal reduziert integriert. Die beiden Matrizen unterscheiden sich nur durch die vier Werte in der rechten unteren Ecke.

$$K_{\text{exakt}} = \text{GAL} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{L^2} & -\frac{1}{L^2} & -\frac{1}{2L} & -\frac{1}{2L} \\ -\frac{1}{L^2} & \frac{1}{L^2} & \frac{1}{2L} & \frac{1}{2L} \\ -\frac{1}{2L} & \frac{1}{2L} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ -\frac{1}{2L} & \frac{1}{2L} & \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \quad K_{\text{red}} = \text{GAL} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{L^2} & -\frac{1}{L^2} & -\frac{1}{2L} & -\frac{1}{2L} \\ -\frac{1}{L^2} & \frac{1}{L^2} & \frac{1}{2L} & \frac{1}{2L} \\ -\frac{1}{2L} & \frac{1}{2L} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2L} & \frac{1}{2L} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix} \quad (121)$$

Dieses Ergebnis wird nun an einem Beispiel getestet. Für einen Kragträger mit einer Einzellast am Stabende wird ein lineares Element über die gesamte Trägerlänge verwendet (Bild 234).

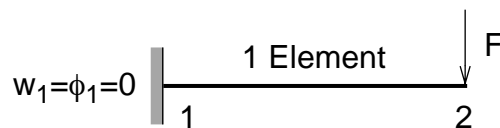


Bild 234. Kragträger mit einer Einzellast

Durch Einsetzen der Randbedingungen in Gl. (120) ergibt sich Gl. (122). Das Ergebnis dieses Gleichungssystems sind die angesetzten unbekannt Knotenverformungen  $\phi_2$  und  $w_2$  am Kragträgerende. In weiterer Folge können die Schnittkräfte bestimmt werden.

$$\begin{bmatrix} \frac{\text{GA}}{L} & \frac{\text{GA}}{2} \\ \frac{\text{GA}}{2} & \frac{\text{GAL}}{4} + \frac{\text{EI}}{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_2 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F \\ 0 \end{bmatrix} \quad (122)$$

$$\left( -\frac{\text{GA}}{2} + \frac{\text{GA}}{2} + \frac{2\text{EI}}{L^2} \right) \cdot \phi_2 = F \quad (123)$$

$$\phi_2 = \frac{\text{FL}^2}{2\text{EI}} \quad w_2 = -\frac{\text{FL}}{\text{GA}} - \frac{\text{FL}^3}{4\text{EI}} \quad (124)$$

$$Q = GA \cdot \left( \frac{dw}{dx} - \phi \right) \quad M = EI \cdot \frac{d\phi}{dx} \quad (125)$$

$$Q_{\xi = 0.5} = -F \quad M_{\xi = 0.5} = \frac{F \cdot L}{2} \quad (126)$$



Bild 235. Schnittkraftverlauf für den Kragträger mit einer Einzellast

## Das Programm Abaqus

Mit dem FE-Programm Abaqus können statische Strukturberechnungen, sowie thermische, dynamische, akustische und elektrische Analysen durchgeführt werden. In der umfangreichen Element-Bibliothek (insgesamt mehr als 300 Elementtypen) sind verschiedene 3D-Elemente, Schalenelemente, Stabelemente und zahlreiche Elemente mit speziellen Eigenschaften vorhanden. Das Programm ist vor allem für geometrisch und materiell nichtlineare Berechnungen und Kontaktuntersuchungen gut geeignet. Die geometrische Nichtlinearität ist für große Verformungen formuliert. Bei Stabilitätsuntersuchungen kann durch die implementierte Steuerung nach dem Kurvenverfolgungsverfahren auch das Nachbeulverhalten berechnet werden. Weiters stehen zahlreiche Materialmodelle zur Auswahl.

Für die Parameterstudie wurden Stabelemente verwendet. Stabelemente sind eindimensionale Elemente, das heißt, die Formulierungen der Lösungsfunktionen erfolgen in Abhängigkeit der Position entlang der Stabachse. Die Querschnittsabmessungen sollen nicht mehr als 1/10 der typischen Stablänge betragen. Eine typische Stablänge ist zum Beispiel der Abstand der Auflagerpunkte oder die Wellenlänge der größten untersuchten Frequenz bei Schwingungsberechnungen. Eine wesentliche Voraussetzung von Stabelementen ist der unverformbare Querschnitt. Lokales Beulen beziehungsweise eine Verformung in der Querschnittsebene wird nicht berücksichtigt. Die Querschnitte müssen daher ausreichend kompakt sein.

Eine exakte Stabelementformulierung erfordert einen hohen analytischen Aufwand. Für bestimmte Querschnitte, Geometrieabmessungen und Anforderungen können manche Vereinfachungen erfolgen. In der Literatur wurden daher verschiedene Elementformulierungen mit entsprechenden Annahmen veröffentlicht.

Im FE-Programm Abaqus werden 25 unterschiedliche Stabelemente für verschiedene Anwendungen zur Verfügung gestellt. Im folgenden wird ein kurzer Überblick gegeben. Eine umfangreichere Beschreibung kann den Handbüchern entnommen werden [56].

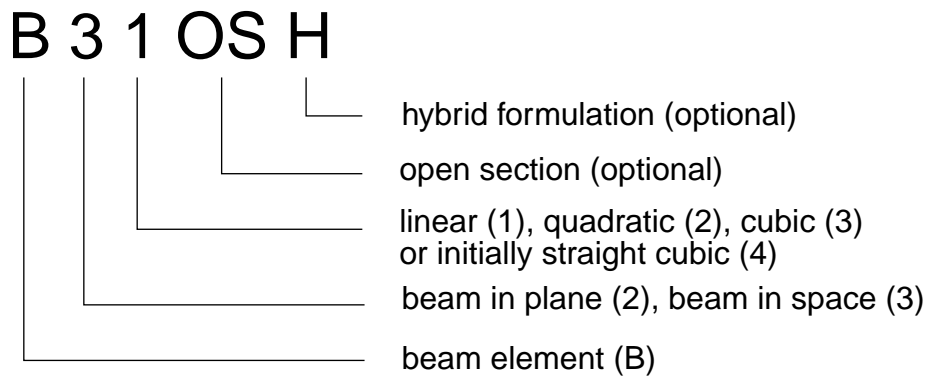


Bild 236. Bezeichnung der Stabelemente in Abaqus

**Euler-Bernoulli Stabelemente:** Elementbezeichnung in Abaqus B23, B33, B34. Der Querschnitt ist unverformbar in der Querschnittsebene und aus der Querschnittsebene und bleibt normal zur Stabachse. Diese Elemente berücksichtigen keine Schubverformung und Verwölbung. Das Verhältnis der Stablänge zu einer typischen Querschnittsabmessung sollte größer als 15 sein. Es dürfen große Rotationen aber nur kleine Dehnungen auftreten. Ein Vorteil dieser Elemente liegt in den kubischen Ansatzfunktionen und damit einer genaueren Behandlung von Lasten entlang des Stabes, wie sie zum Beispiel bei Schwingungsberechnungen auftreten.

**Timoshenko Stabelemente:** Elementbezeichnung in Abaqus B21, B31, B22, B32. Der Querschnitt ist unverformbar in der Querschnittsebene und aus der Querschnittsebene. Der Querschnitt bleibt nicht normal zur Stabachse. Diese Elemente berücksichtigen die Schubverformung. Die Schubverformung wird nach der Elastizitätstheorie und konstant über den Querschnitt angenommen. Die Schubverformung ist unabhängig von der Spannung in Achsialrichtung. Bei Plastizität wird der Schubeinfluss daher genähert berücksichtigt. Es dürfen große Rotationen und achsiale Dehnungen, jedoch nur kleine Dehnungen aus Torsion auftreten. Die Ansatzfunktionen sind linear oder quadratisch. Die Elemente mit linearem Ansatz sind gut geeignet für die Berechnung von Kontaktproblemen. Die Elemente mit quadratischem Ansatz sind gut geeignet für Schwingungsberechnungen mit verteilten Lasten.

**Stabelemente für offene Querschnitte:** Elementbezeichnung in Abaqus B31OS, B32OS. Bei räumlichen Stäben mit offenen Querschnitten tritt unter Torsionsbelastung eine Verwölbung auf. Die daraus resultierenden achsialen Spannungen sind im allgemeinen nicht vernachlässigbar. In Abaqus sind für solche Fälle diese Elemente vorhanden. Die Amplitude der Verwölbung wird als siebente Knotenunbekannte berechnet. Die Form der Verwölbung ist von der Querschnittsform abhängig. Die Wölbfunktion ist für kleine Verwölbungen nach der Elastizitätstheorie abgeleitet und ändert sich nicht über die Stablänge Gl. (127).

**Hybride Stabelemente:** Elementbezeichnung in Abaqus B21H, B22H, B23H, B31H, B32H, B33H, B31OSH, B32OSH. Diese Elemente sind für geometrisch nichtlineare Berechnungen mit großen Verformungen gedacht, in denen der Stab in einer Richtung sehr steif und in einer anderen Richtung sehr flexibel ist. Dies trifft zum Beispiel bei langen Rohrleitungen oder Seilen zu. Das Verhältnis der Stablänge zu einer typischen Querschnittsabmessung beträgt eventuell mehr als 1000. In diesen Fällen bewirken geringe Verschiebungen in einer Richtung

große Verformungen in einer anderen Richtung. Dabei entstehen auch große Kräfte. Eine gute Konvergenz mit üblichen Elementen kann in diesen Fällen nicht erreicht werden. Die Normalkräfte und Querkkräfte werden daher in den hybriden Elementformulierungen als zusätzliche Variablen behandelt.

$$\mathbf{x}_{(\zeta, \eta)} = \mathbf{x}_{(\zeta)} + \mathbf{f}_{(\zeta)} \cdot \eta \cdot \mathbf{n}_{(\zeta)} + \omega_{(\zeta)} \cdot \psi_{(\eta)} \cdot \mathbf{t}_{(\zeta)} \quad (127)$$

$\mathbf{x}_{(\zeta, \eta)}$	Ortsvektor eines Materialpunktes
$\zeta$	Stabachsenkoordinate
$\eta$	Querschnittskordinaten
$\mathbf{x}_{(\zeta)}$	Position eines Punktes auf der Stabachse
$\mathbf{f}_{(\zeta)}$	von der Stabdehnung abhängiger Skalierungsfaktor für den Querschnitt
$\mathbf{n}_{(\zeta)}$	Einheitsvektoren in der Querschnittsebene
$\omega_{(\zeta)}$	Wölbamplitude, siebente Knotenunbekannte
$\psi_{(\eta)}$	Wölbfunktion des Querschnitts
$\mathbf{t}_{(\zeta)}$	Einheitsvektor normal zu $\mathbf{n}$

**Schub und Torsion:** Die Schubverformung und die Verwölbung ist bei Stabelementen für ideal elastisches Verhalten formuliert. Eine gute Genauigkeit ist daher bei nicht kreisförmigen vollwandigen Querschnitten unter Torsionsbelastung nur bei geringen plastischen Dehnungen gegeben. Bei dünnwandigen Querschnitten wird die Schubspannung konstant über die Wanddicke angenommen. In offenen dünnwandigen Querschnitten wird die Torsionssteifigkeit für ideal elastisches Verhalten aufgestellt. In vollwandigen Querschnitten werden die achsialen Spannungen aus der Verwölbung nicht berücksichtigt.

**Querschnittsdefinition:** Die Definition des Querschnitts kann in Abaqus auf zwei Arten erfolgen. Zum einen durch die direkte Definition der linearen oder nichtlinearen Normalkraft-Dehnung und Moment-Krümmung Beziehungen und zum anderen durch die Wahl eines Querschnitts aus der zur Verfügung stehenden Bibliothek. Ein elastoplastisches Materialverhalten kann nur bei der Verwendung von Querschnitten aus der Bibliothek allgemein berücksichtigt werden. Für die Parameterstudie wurde daher diese Möglichkeit gewählt.

**Parameterstudie:** In der Parameterstudie wurden für das Biegeknicken der Elementtyp B31 und für das Biegedrillknicken der Elementtyp B31OS verwendet. Ein Einzelstab wurde in 100 Elemente mit konstanter Länge unterteilt, um die Fließzonenausbildung über die Länge ausreichend genau für alle untersuchten Belastungsfälle zu erfassen. Die Elementlänge betrug damit für den kürzesten IPE 200-Stab etwa  $L_E=1$  cm und für den längsten IPE 500-Stab etwa  $L_E=29$  cm. In der Querschnittsebene wurden in den Flanschen und im Steg jeweils 17 Integrationspunkte festgelegt, um eine ausreichend genaue Ermittlung der Fließbereiche über den Querschnitt zu erhalten (Bild 237). Die Integrationspunkte liegen in der Wandmitte. Über die

Wanddicke erfolgt keine Differenzierung. Die Wanddicke darf daher im Vergleich zu den Querschnittsabmessungen nicht zu groß sein.

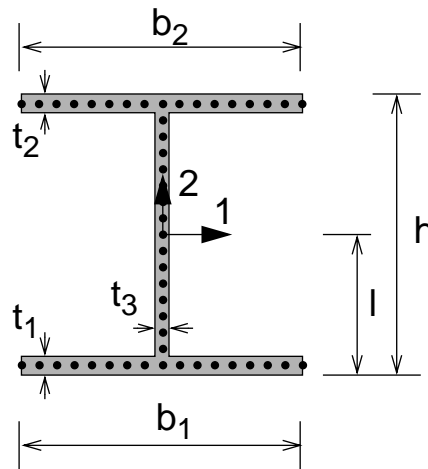


Bild 237. Querschnittsdefinition in Abaqus

*Anmerkung:* Die maximale Traglast wird bei den untersuchten Einzelstäben der Parameterstudie bereits bei mäßig großen Verformungen erreicht. Bei einer Belastung  $N-M_y$  beträgt im Traglastpunkt der Stich der seitlichen Verformung etwa  $e=L/100$  bis  $L/200$ . Bei einer Belastung mit einem hohen Momentenanteil  $M_z$  beträgt der Stich im Traglastpunkt etwa  $e=L/20$  bis  $L/50$ . Bedeutende Genauigkeitsverluste durch die gegebenen Elementformulierungen sind in diesen Fällen nicht zu erwarten.

## Nichtlineare Traglastanalysen

Ein nichtlineares Tragverhalten wird im allgemeinen durch eine inkrementelle Lastaufbringung gelöst. In jedem Lastinkrement erfolgt eine Iteration bis die Differenz zwischen äußeren und inneren Kräftevektor (Gleichgewichtsfehler) ausreichend klein ist (Newton-Raphson Verfahren).

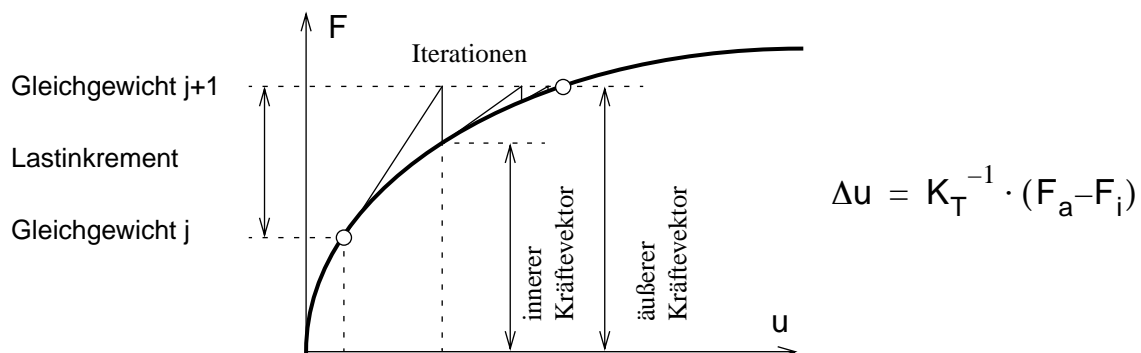


Bild 238. Newton-Raphson Verfahren

Für die Steuerung der Lastaufbringung stehen grundsätzlich drei Verfahren zur Auswahl.

- Kraftsteuerung
- Wegsteuerung
- Bogenlängenverfahren (Kurvenverfolgung, Riks-Methode)

Die Kraftsteuerung ermöglicht eine Lasterhöhung nur bis knapp unterhalb des Limit-Punkts. Im Lastmaximum ist die Tangentensteifigkeitsmatrix singulär ( $K_T=0$ ). Die Wegsteuerung erlaubt andererseits nicht die Berechnung von 'snap back' Problemen. Beim Bogenlängenverfahren wird als weitere Unbekannte der Laststeigerungsfaktor LPF eingeführt und in Abhängigkeit vom Konvergenzverhalten durch das Berechnungsprogramm gesteuert. Dieses Verfahren ermöglicht eine Kurvenverfolgung bei einem stetigen Last-Verformungsverhalten und damit auch das Nachbeulverhalten von Stabilitätsproblemen mit einem 'snap back' Verhalten.

In Abaqus ist eine modifizierte Riks-Methode implementiert. Die Durchschlagpunkte ergeben sich als Lastmaxima (Bild 239). Die aktuelle Last nach einem konvergierten Gleichgewichtszustand ergibt sich nach Gl. (128).

$$F_{\text{total}} = F_0 + \lambda \cdot (F_{\text{ref}} - F_0) \quad (128)$$

$F_{\text{total}}$	gesamte Last für das aktuelle Lastinkrement (total load)
$F_0$	vorhandene Last am Beginn vom aktuellen Lastschritt (dead load)
$F_{\text{ref}}$	definierte Last im aktuellen Lastschritt (reference load)
$\lambda$	Laststeigerungsfaktor (load proportionality factor LPF)

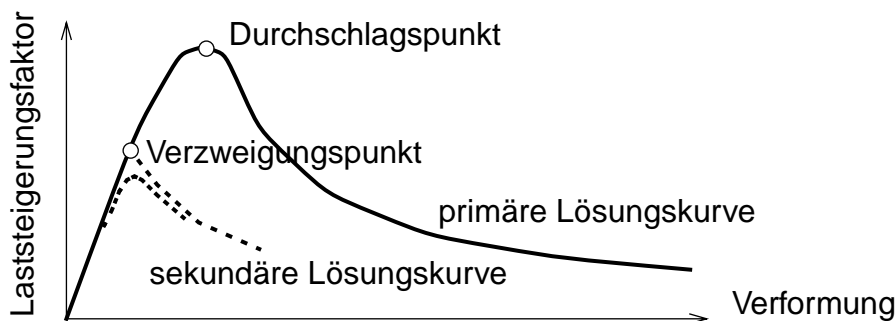


Bild 239. Last-Verformungskurve

Eine weitere Schwierigkeit im Lösungsverhalten tritt in Verzweigungspunkten auf. In diesen Punkten ist die Lösung mehrdeutig. Verzweigungen in sekundäre Lösungskurven können mit Abaqus nicht direkt berechnet werden. Während der Kurvenverfolgung wird jedoch in jedem konvergierten Gleichgewichtszustand der Instabilitätsgrad (number of negative eigenvalues) vom Programm ausgegeben [13]. Damit kann ein Verzweigungspunkt innerhalb eines Lastinkrements lokalisiert werden. In Bild 240 ist eine solche Eingrenzung zwischen den Gleichgewichtszuständen 2 und 3 dargestellt. Eine Kurvenverfolgung in Richtung eines Verzweigungsastes kann mit einer entsprechenden geometrischen Imperfektion oder einer



Störlast erfolgen. Das Verzweigungsproblem wird dadurch in ein Durchschlagsproblem übergeführt. Dieser damit erhaltene Durchschlagspunkt weicht aber vom exakten Verzweigungspunkt, je nach der Größe der Imperfektion und der Imperfektionsempfindlichkeit, mehr oder weniger ab (Bild 239). Für die Untersuchung von perfekten Systemen ist damit eine Einschränkung gegeben. Die Verwendung der maßgebenden geometrischen Imperfektionsform und deren Amplitude ist daher bei stabilitätsgefährdeten Systemen für die Berechnung der Traglast von entscheidender Bedeutung.

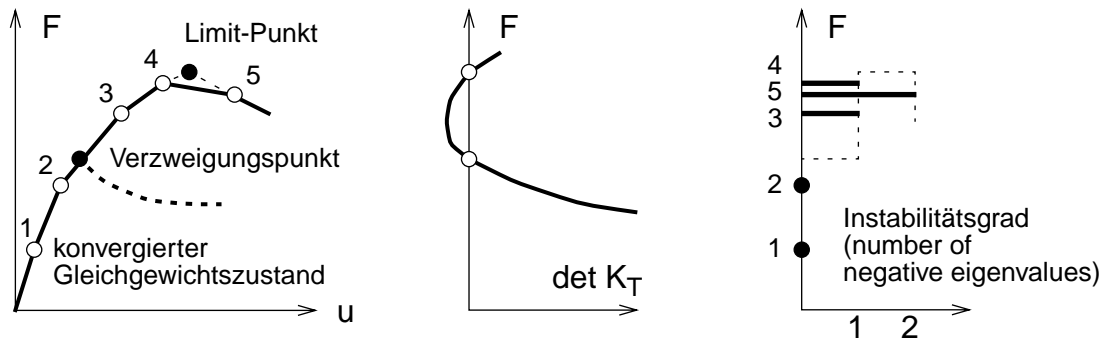


Bild 240. Instabilitätsgrad

## 4.2 Traglastkurven

Für die Anwendung eines Bemessungsvorschlages ist ein ausreichendes Verständnis für das Tragverhalten eine wichtige Voraussetzung. Traglastanalysen liefern einen ähnlichen Einblick in das Tragverhalten wie ein Versuch. Die Betrachtung der Verformung der Struktur mit fortschreitender Lastaufbringung kann hier sehr nützlich sein. Der Verlauf der Traglastkurve nach dem Lastmaximum kann einen Eindruck über die Imperfektionsempfindlichkeit einer Struktur geben.

Im folgenden wird für einen Stab IPE 500,  $L=6.16$  m, Lf A das Tragverhalten für verschiedene Referenzlasten a bis g untersucht. In Bild 241 sind die Punkte auf den Interaktionsflächen für die Referenzlasten dargestellt. Die eine Interaktionsfläche beschreibt das Tragverhalten für Biegeknicken und die andere Interaktionsfläche das Tragverhalten für Biegedrillknicken. Für diesen Stab ergeben sich im Bereich mit einem hohen Anteil des Moments  $M_y$  bedeutende Abminderungen der Traglasten infolge Biegedrillknicken. In der  $N$ - $M_z$  Interaktionsebene dagegen ist natürlich kein Einfluß vorhanden, weil der Stab sich bei dieser Belastung nicht um die Stablängsachse verdreht und auch bei nicht verhinderter Verdrehung um die Stablängsachse praktisch reines Biegeknicken auftritt.

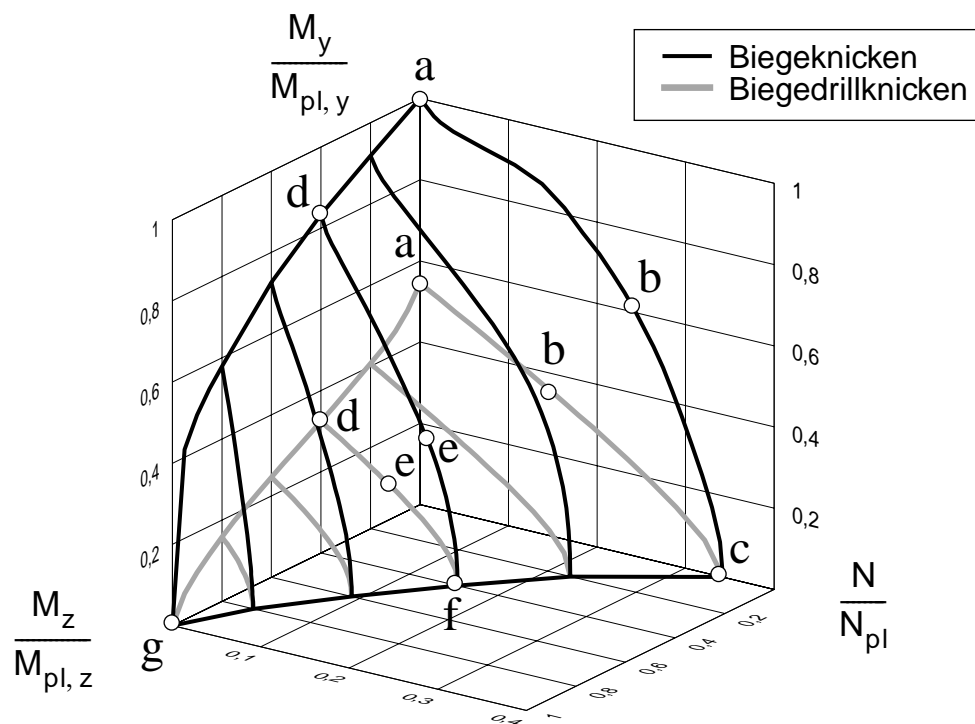


Bild 241. Interaktionsdiagramm  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 500,  $L=6.16$  m, Lf A, BK, BDK

Die Laststeigerung bei den Traglastanalysen d, e und f erfolgte in zwei Lastschritten. Im ersten Schritt wurde das Moment  $M_z$  aufgebracht. Im zweiten Schritt wurde  $N$  und  $M_y$  proportional gesteigert. Der Laststeigerungsfaktor ist in diesen Fällen auf die zweite Belastungsstufe bezogen. Für die Traglastanalysen a und b wurde  $N$  und  $M_y$  im ersten Schritt proportional gesteigert. Die Traglastanalyse g erfolgte ebenfalls in einem Lastschritt mit dem Moment  $M_z$ . Der Laststeigerungsfaktor ist in diesem Fall auf die Referenzlast  $M_{z,ref}/M_{pl,z}$  bezogen.

Die Referenzlasten, auf welche die Laststeigerungsfaktoren bezogen sind, können numerisch aus Tab. 11 entnommen werden.

Tab. 11. Referenzlasten

	a	b	c	d	e	f	g
$N_{\text{ref}}/N_{\text{pl}}$	0.0	0.4	0.4	0.0	0.4	0.4	0.0
$M_{y,\text{ref}}/M_{\text{pl},y}$	1.0	1.0	0.0	1.0	1.0	0.0	0.0
$M_{z,\text{ref}}/M_{\text{pl},z}$	0.0	0.0	0.0	0.4	0.4	0.4	1.0

Die Traglastkurven für das Biegeknicken in Bild 242 zeigen in Abhängigkeit der Referenzlasten eine sehr unterschiedliche Charakteristik. Im Fall a ist nur ein Moment  $M_y$  vorhanden. Die Verformung erfolgt bis zum Lastmaximum ausschließlich quer zur starken Achse. Sobald beide Flansche vollständig durchplastiziert sind, fällt die seitliche Steifigkeit im gegebenen Rechenmodell sprunghaft auf Null ab. Dies tritt bei etwa 91% des vollplastischen Moments  $M_{\text{pl},y}$  ein. Das Programm Abaqus bricht in diesem Lastbereich aufgrund von Konvergenzschwierigkeiten ab. Bei einer geringen Druckkraft würde der Stab aufgrund der nicht mehr vorhandenen seitlichen Steifigkeit abrupt seitlich ausweichen. Im Fall b ist eine Normalkraft und ein Moment  $M_y$  vorhanden. Der Lastabfall im Nachbeulbereich ist moderat. Im Fall c ist nur eine Normalkraft vorhanden. Der Lastabfall im Nachbeulbereich ist hier am stärksten ausgeprägt. Im Fall d sind Momente um beide Achsen, aber keine Normalkraft, vorhanden. Aufgrund der gesperrten Verdrehung um die Stablängsachse tritt kein Stabilitätsfall auf. Das Moment  $M_z$  wurde in einem ersten Schritt aufgebracht und danach konstant beibehalten. Die seitliche Verformung aus dieser Belastung beträgt etwa 3 cm. In den Traglastkurven ist diese Verformung dargestellt. Bei der zweiten Belastungsstufe durch das Moment  $M_y$  erfolgt vorerst nur eine unerhebliche Zunahme der seitlichen Verformung. Ab einem Lastfaktor von etwa 0.6 nimmt aufgrund der fortschreitenden Plastizierung durch das Moment  $M_y$  die seitliche Verformung stark zu. Das Lastmaximum wird erst bei einer relativ großen Verformung erreicht. Im Fall g ist nur ein Moment um die schwache Achse vorhanden. Der vollplastische Querschnitt und damit das Lastmaximum wird erst bei relativ großen Verformungen erreicht.

Die Traglastkurven für den gleichen Stab und die gleichen Referenzlasten, jedoch ohne verhinderter Verdrehung um die Stablängsachse, sind in Bild 243 dargestellt. In diesen Fällen kann auch Biegedrillknicken auftreten. Die Traglastkurve für den Fall a mit Biegedrillknicken infolge  $M_y$  zeigt einen etwas weniger steilen Abfall im Nachbeulbereich als die Traglastkurve für den Fall c mit Biegeknicken infolge N. Die Traglasten für zentrischen Druck sind für diesen Querschnitt ohne verhinderter Verdrehung um die Stablängsachse gleich hoch wie mit verhinderter Verdrehung. Bei anderen Querschnittsformen, wie zum Beispiel kreuzförmigen Querschnitten oder Winkelprofilen, ist dies nicht zu erwarten.

Insgesamt zeigen die Beispiele der Traglastkurven ein plausibles Verhalten. Für andere Parameter, Querschnittsform, Schlankheit, Momentenverteilung, ergeben sich im Detail etwas andere Charakteristiken. Sie wurden jedoch in der vorliegenden Arbeit nicht behandelt.

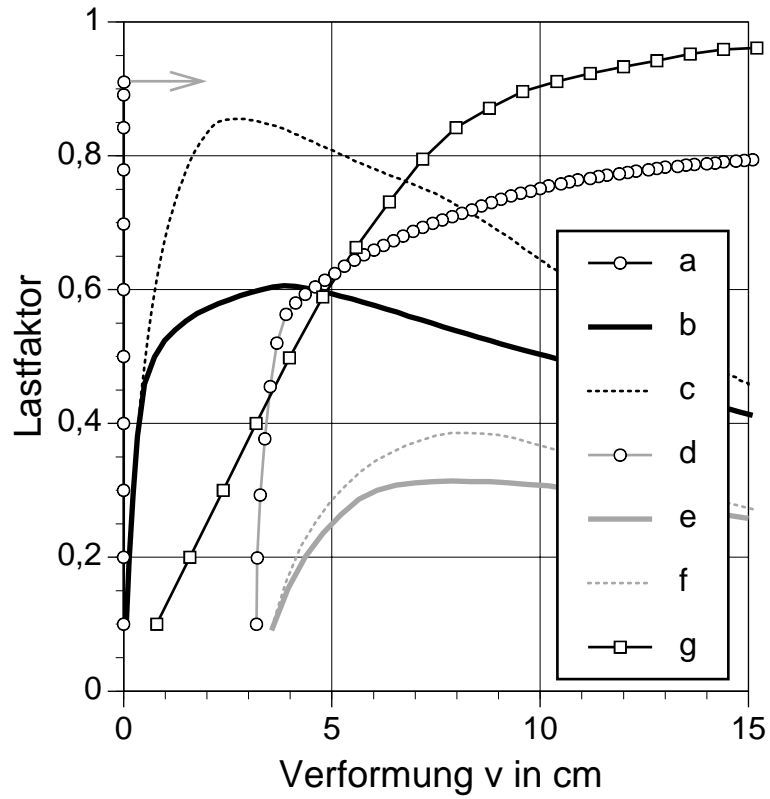


Bild 242. Traglastkurven für IPE 500, L=6.16 m, Lf A, BK

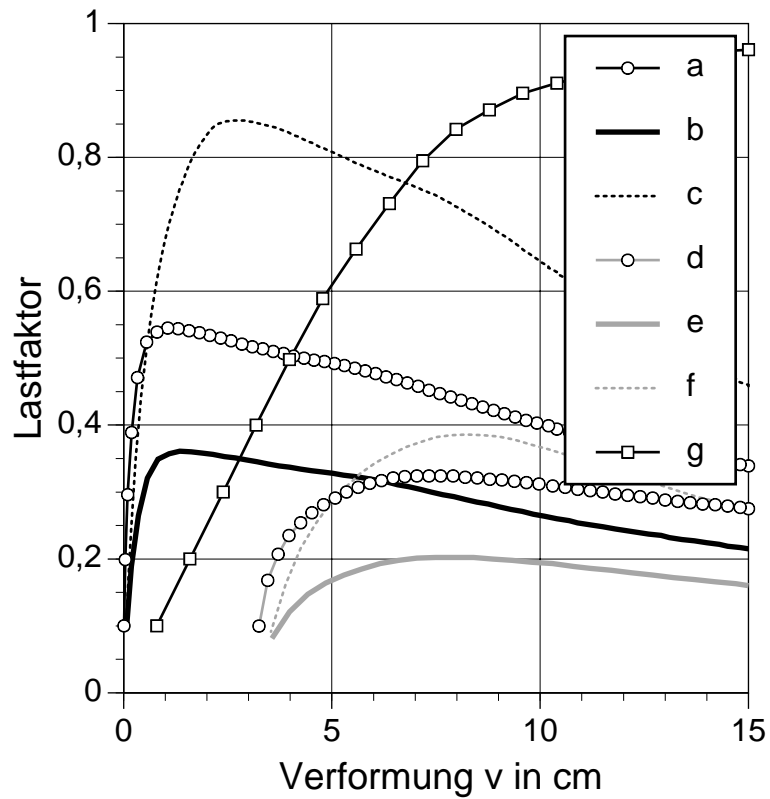


Bild 243. Traglastkurven für IPE 500, L=6.16 m, Lf A, BDK

## 4.3 Abstützungen in einer Richtung

Ein I-Querschnitt mit einem hohen Steg und schmalen Flansch wird in einem Tragwerk im allgemeinen zwischen den Stabenden quer zur schwachen Achse abgestützt, damit die Schlankheit um die Achse z-z nicht zu ungünstig ausfällt (Bild 244).

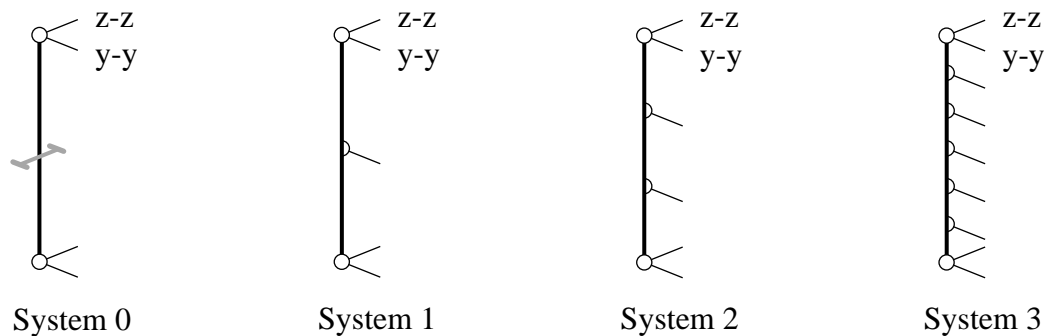


Bild 244. Einzelstab mit Abstützungen quer zur schwachen Achse z-z

In Bild 245 sind für einen Stab IPE 500,  $L=12.32$  m die Interaktionskurven  $N-M_y$  für verschiedene Systeme von Abstützungen dargestellt. Der Stab ist mit einer Druckkraft und einer konstanten Gleichlast in der Schwerpunktslinie belastet ( $L_f F$ ).

**System 0:** Beim Stab ohne Abstützung ist im gesamten Belastungsbereich  $N-M_y$  ein Ausweichen um die schwache Achse gegeben.

**System 1:** Bei einer Abstützung knickt der Stab bis etwa  $N/N_{pl} < 0.2$  um die starke Achse aus. Bei einem größeren Normalkraftanteil erfolgt das Ausweichen wieder vorwiegend um die schwache Achse.

**System 2:** Der Stab mit zwei Abstützungen knickt bereits bis zu einem Normalkraftanteil von etwa  $N/N_{pl} < 0.4$  um die starke Achse aus. Bei einem größeren Normalkraftanteil tritt wieder Biegeknicken um die schwache Achse auf.

**System 3:** Die kontinuierliche Abstützung stellt schließlich das Biegeknicken um die starke Achse dar.

Als weiterer Grenzfall ist im Diagramm die vollplastische Beanspruchbarkeit des Querschnitts um die starke Achse gegenübergestellt (MNA).

Bei den Traglastanalysen (GMNIA) wurde die geometrische Imperfektion quer zur starken Achse  $e_z=L_y/1000$  und gleichzeitig quer zur schwachen Achse  $e_y=L_z/1000$  festgelegt.  $L_y$  und  $L_z$  sind die jeweiligen Abstützlängen (Tab. 12).

Tab. 12. Abstützlängen [m]

	System 0	System 1	System 2	System 3
$L_y$	12.32	12.32	12.32	12.32
$L_z$	12.32	6.16	4.10	0.00

Mit dem Bemessungsvorschlag SOPHIA können diese Systeme durch die entsprechende Verwendung der Abstützlängen  $L_y$  und  $L_z$  (Tab. 12) in den Gleichungen Gl. (28) bis Gl. (34) näherungsweise berechnet werden. Die Ergebnisse sind in Bild 245 den Traglastanalysen gegenübergestellt.

*Anmerkung:* Für das System 1 liegt der Bemessungsvorschlag bedeutend auf der sicheren Seite. Dies liegt überwiegend an der Verwendung der maximalen Momente anstatt des zugehörigen Werte beim Nachweis im Bereich der Stabmitte. Die Problematik wurde auch im Beispiel auf Seite 54 angesprochen. Bei der Verwendung von zugehörigen Werten sind dann allerdings mehrere Querschnittsnachweise zu führen, um die maßgebende Stelle zu finden. Beim Entwickeln von Software nach SOPHIA wird man in diesem Hinblick nicht mit Momentenbeiwerten  $C_M$  arbeiten, sondern Querschnittsnachweise in entsprechend engen Abständen entlang des Stabes führen. Die  $C_M$ -Methode ist für die Handrechnung gedacht.

In Bild 246 sind für das gleiche Tragwerk die Traglasten nach Eurocode 3 beziehungsweise nach DIN 18800 den Ergebnissen der Traglastanalysen gegenübergestellt. Die Interaktionskurven nach Eurocode 3 liegen zum Teil bedeutend auf der sicheren Seite im Vergleich zur Traglastanalyse. Im Gegensatz dazu liegen die Interaktionskurven nach DIN 18800 für Druck und einachsige Biegung zum Teil auf der unsicheren Seite. Der unsichere Bereich nach DIN 18800 fällt allerdings nicht sehr stark aus, weil die Traglasten für das Biegeknicken um die starke Achse nach der Norm in diesem Beispiel im Vergleich zu den Traglastanalysen unterschätzt werden.

Der Unterschied in den Traglasten zwischen der DIN 18800 und dem Eurocode 3 ist desto geringer, je mehr Abstützungen, also je ausgeglichener die Schlankheiten und damit die Abminderungsfaktoren  $\kappa_y$  und  $\kappa_z$  sind. Dieser Fall ist konstruktiv anzustreben. Die Problematik zwischen der DIN 18800 und dem Eurocode 3 bezüglich dem Nachweis bei einachsiger Biegung mit Druck ist in diesen Fällen gemildert.

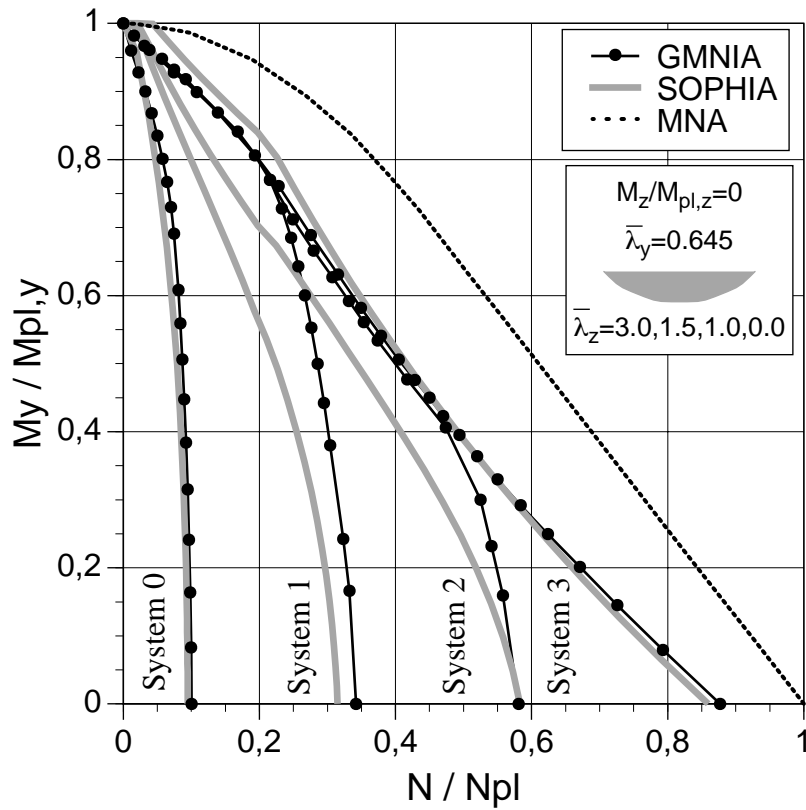


Bild 245. Interaktion N-My für IPE 500, L=12.32 m, Lf F, BK, Abstützungen

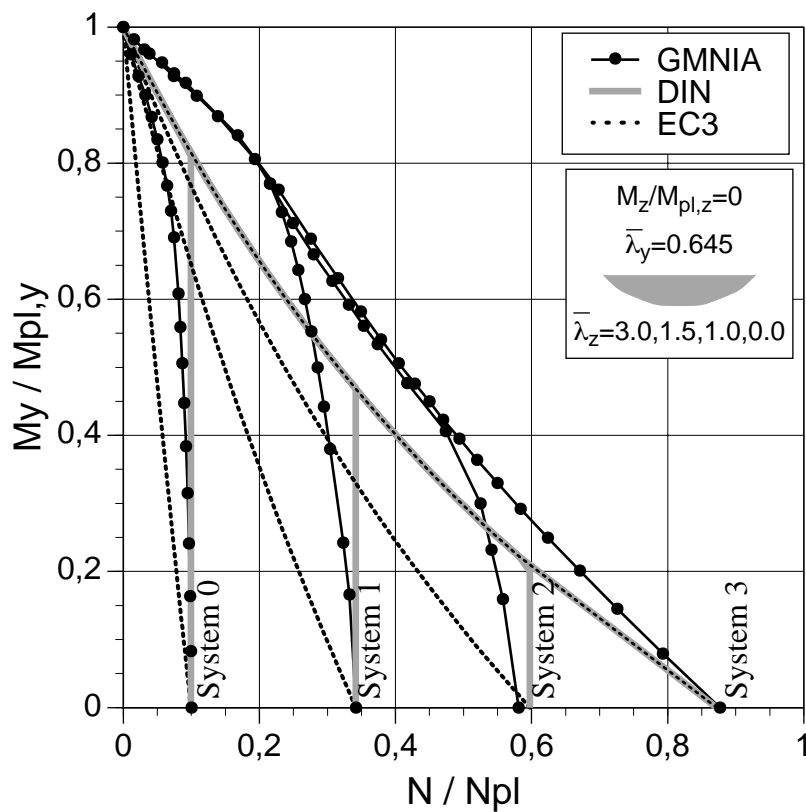


Bild 246. Interaktion N-My für IPE 500, L=12.32 m, Lf F, BK, Abstützungen

## 4.4 Auswirkungen von Imperfektionen

Jede Konstruktion weist herstellungsbedingt unvermeidbare Imperfektionen auf. Der Einfluß von Imperfektionen auf die Traglast, die Imperfektionsempfindlichkeit, hängt stark vom betrachteten System ab. Bei Stabilitätsuntersuchungen von druckbeanspruchten schlanken Bauteilen ist die Berücksichtigung von passenden Imperfektionen für die Berechnung von realistischen Traglasten unumgänglich.

Die Imperfektionen können in drei Gruppen eingeteilt werden.

- Geometrische Imperfektionen
- Strukturelle Imperfektionen
- Einwirkungsimperfektionen

### Geometrische Imperfektionen

Die geometrischen Imperfektionen bei Stäben können unvermeidbare Abweichungen in den Querschnittsabmessungen durch Walztoleranzen, unplanmäßige Abweichungen von der geraden Stabachse und ungewollte Abweichungen bei der Krafteinleitung sein. In der Parameterstudie wurden von den geometrischen Imperfektionen nur Abweichungen von der geraden Stabachse verwendet. Die maßgebende geometrische Imperfektion bei einem Einzelstab mit Druck und Biegung ist im wesentlichen eine parabelförmige Vorkrümmung. Die übliche Amplitude für Traglastrechnungen, bei denen auch Eigenspannungen angesetzt werden, wird in der Literatur mit  $1/1000$  der Stablänge angegeben. Die Vorkrümmung wird in den in der Literatur angeführten Beispielen im allgemeinen nur in einer Richtung angenommen. Falls die maßgebende Richtung nicht bekannt ist, werden zwei getrennte Analysen für beide Richtungen durchgeführt. Für die Parameterstudie wurde diesbezüglich eine davon etwas abweichende Vorgangsweise getroffen.

**Amplitude der Vorkrümmung:** Neben der Form der Vorkrümmung ist die Amplitude der Vorkrümmung von Bedeutung. Der Einfluß der Amplitude der Vorkrümmung auf die Traglast ist für Biegeknicke in Bild 247 bis Bild 249 und für Biegedrillknicken in Bild 250 bis Bild 252 dargestellt. In den Interaktionsdiagrammen  $N-M_y-M_z$  sind die Ergebnisse aus den Traglastanalysen (GMNIA) für den Querschnitt IPE 200 für  $e=L/1000$ ,  $e=L/500$  und  $e=L/333$  gegenübergestellt. Der Einfluß der Amplitude ist für Biegeknicke bei zentrischer Normalkraft am stärksten und bei überwiegender Momentenbelastung vernachlässigbar. Beim Biegedrillknicken wirkt sich die Amplitude auch bei einer Momentenbeanspruchung um die starke Achse maßgeblich aus. Bei einem großen Momentenanteil  $M_z$  ist der Einfluß der Amplitude gering. Die jeweiligen Unterschiede in den Traglasten wirken sich bei großen Schlankheiten stärker aus als bei kleinen Schlankheiten.

Auch hier kann wie bei nahezu allen folgenden Untersuchungen festgestellt werden, daß eine genaue zahlenmäßige Aussage nur für einen konkreten Parameterwert möglich ist. Für verschiedene Parameterbereiche können nur Tendenzen des Tragverhaltens angeführt werden. Durch die gegebene Plausibilität ist aber allgemein ein Verständnis des Tragverhaltens ableitbar.



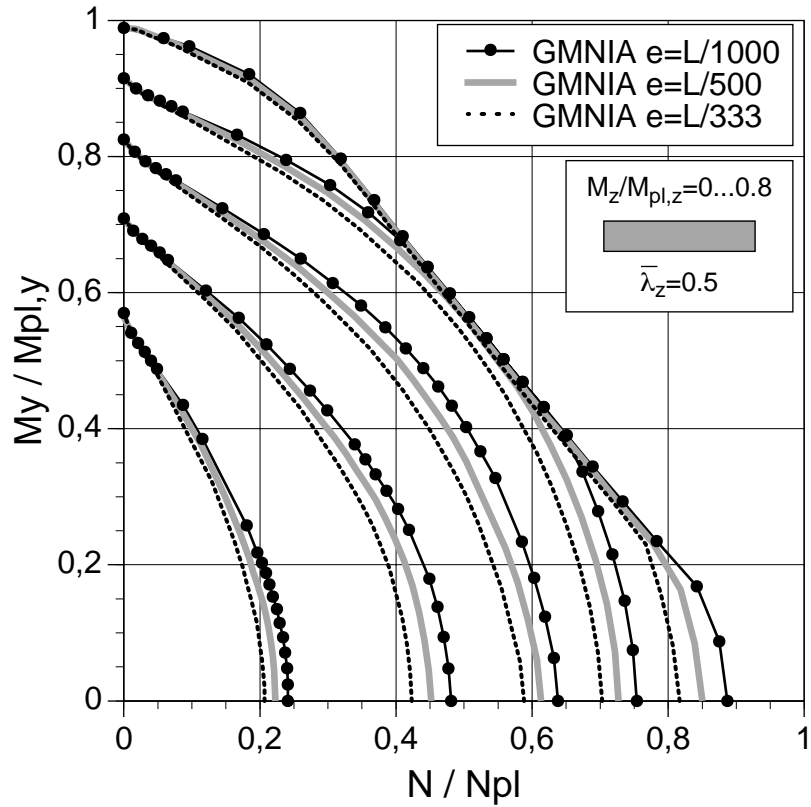


Bild 247. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=1.07$  m, Lf A, BK

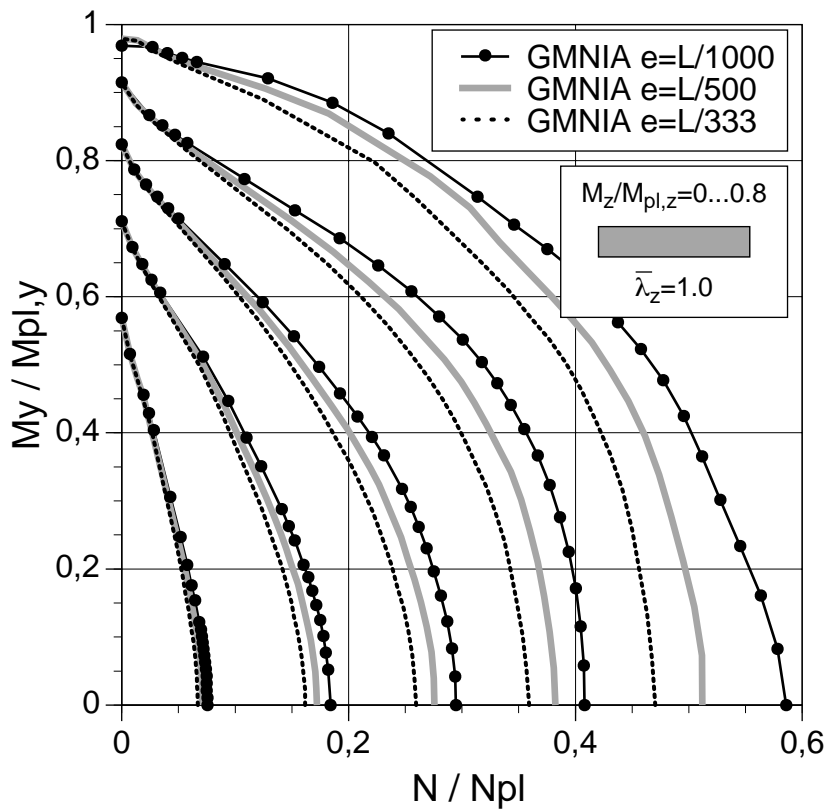


Bild 248. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=2.14$  m, Lf A, BK

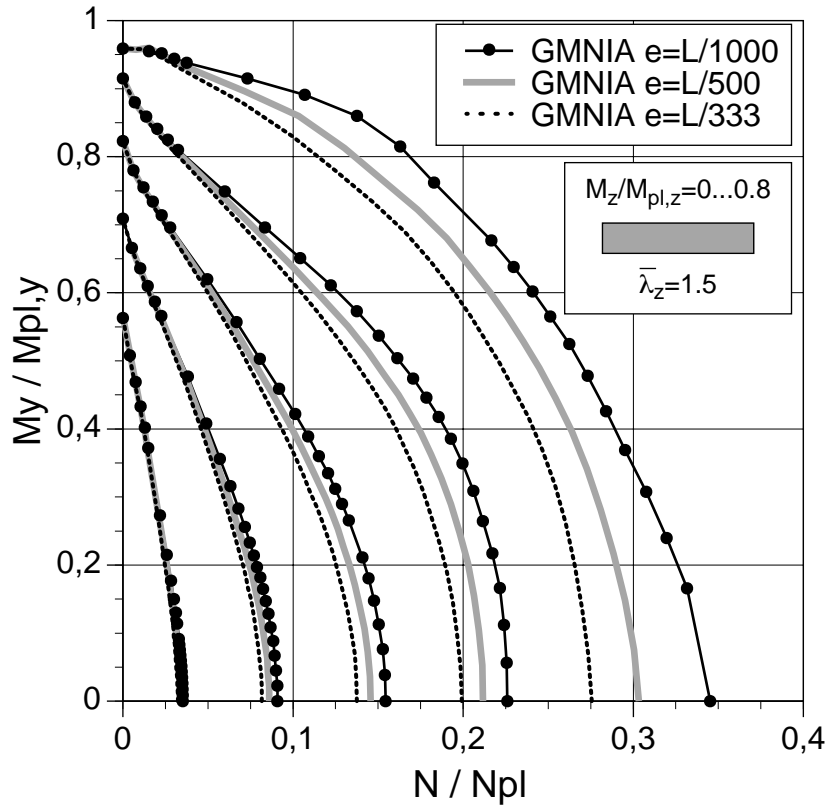


Bild 249. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=3.21 m, Lf A, BK

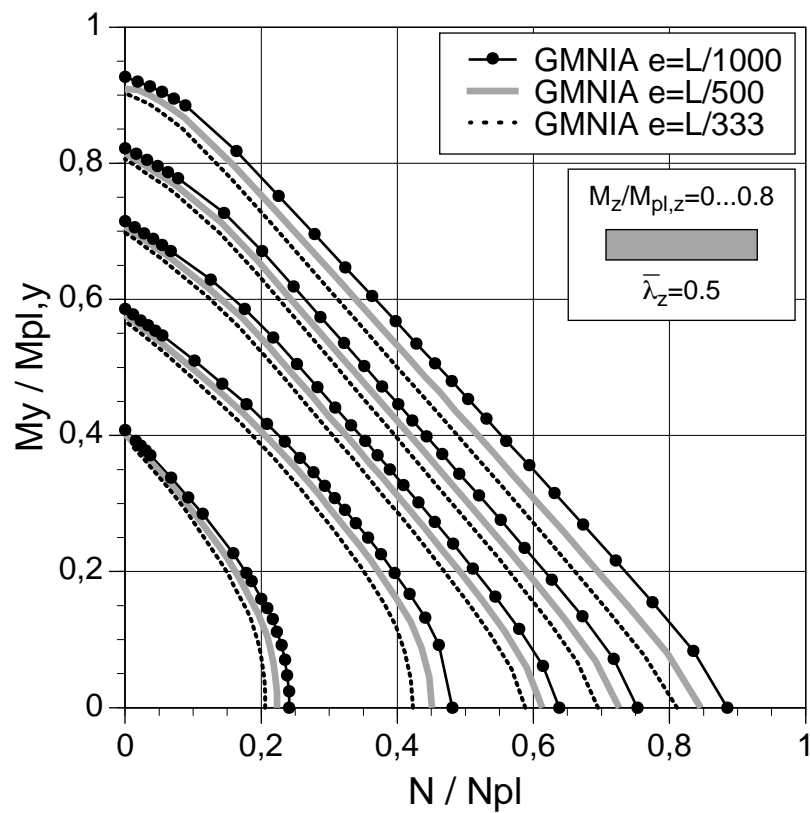


Bild 250. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=1.07 m, Lf A, BDK

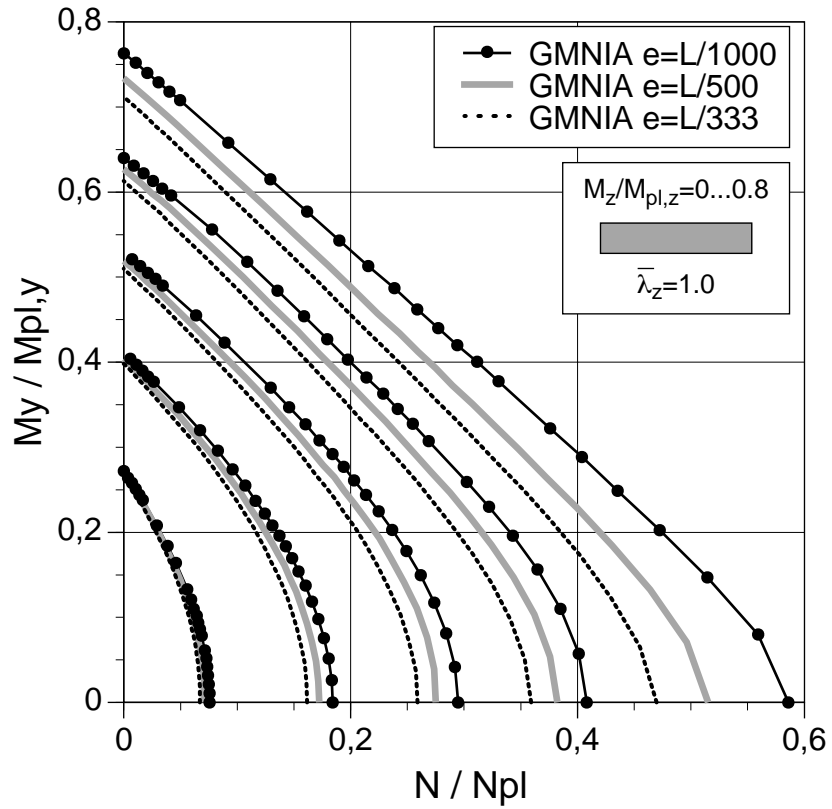


Bild 251. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=2.14 m, Lf A, BDK

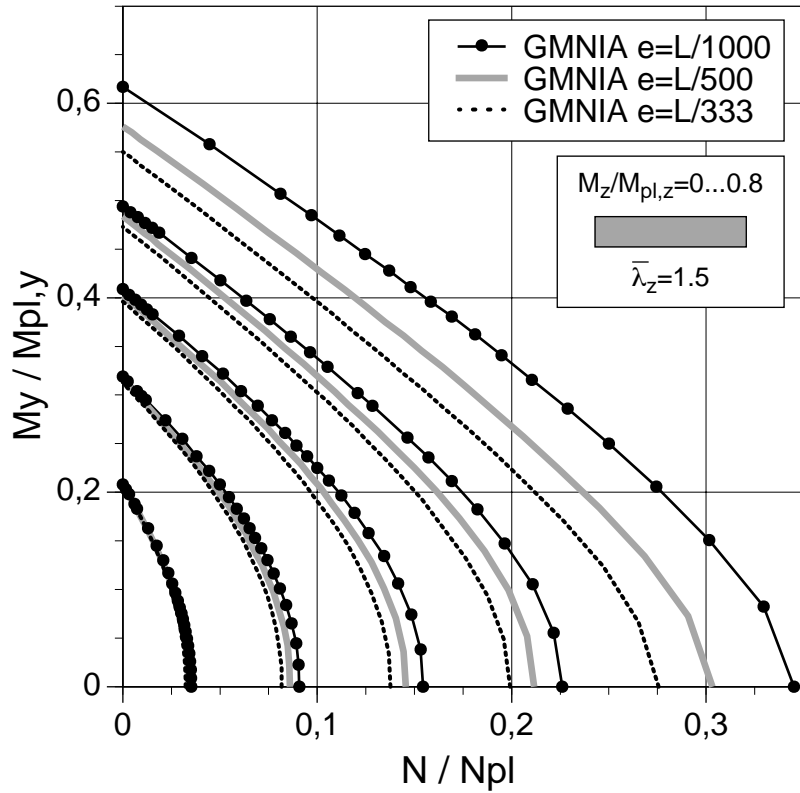


Bild 252. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=3.21 m, Lf A, BDK

**Form der Vorkrümmung:** Die maßgebende Imperfektionsform bei einem Einzelstab mit zentrischem Druck ist eine parabelförmige Vorkrümmung. Bei Einzelstäben mit Druck und Biegung kann je nach Momentenverlauf auch eine etwas davon abweichende Form maßgebend werden. Diese Imperfektionsform kann der Verformungsfigur aus der Traglastanalyse im Durchschlagpunkt, beziehungsweise der Änderung der Verformungsfigur in diesem Bereich, angepaßt sein. Für Biegeknicken sind die Unterschiede in den Traglasten im allgemeinen aber vernachlässigbar. So ist auch bei einem durchschlagenden Momentenverlauf mit einer bedeutenden Normalkraft für das Biegeknicken eine parabelförmige Vorkrümmung zu verwenden, obwohl sich im Vorbeulzustand aus dem Moment eine S-förmige Vorkrümmung ergibt. In der Literatur ist dieser Fall als Zimmermannstab bekannt.

Für das Biegedrillknicken von Einzelstäben bei Druck und Biegung mit durchschlagendem Momentenverlauf sind jedoch je nach der Belastungskombination unterschiedliche Imperfektionsformen maßgebend. Die übliche parabelförmige Vorkrümmung ‘Imperfektion 1’ ist im Bereich mit einem hohen Normalkraftanteil maßgebend. Die ‘Imperfektion 2’ ergibt sich aus einer S-förmigen Vorkrümmung der Stabachse und einer überlagerten Verdrehung des Querschnitts um die Stabachse (“Geometrische Imperfektionen” auf Seite 77). Im Bereich mit einem hohen Momentenanteil ist diese Imperfektion 2 maßgebend. Die Traglasten sind in diesen Fällen also von der Imperfektionsform stark abhängig. In der Parameterstudie für Biegedrillknicken wurden diese unterschiedlichen Imperfektionsformen für den Lf D berücksichtigt. In Bild 253 ist für ein Beispiel eine Gegenüberstellung der Traglasten für diese beiden Imperfektionsformen dargestellt.

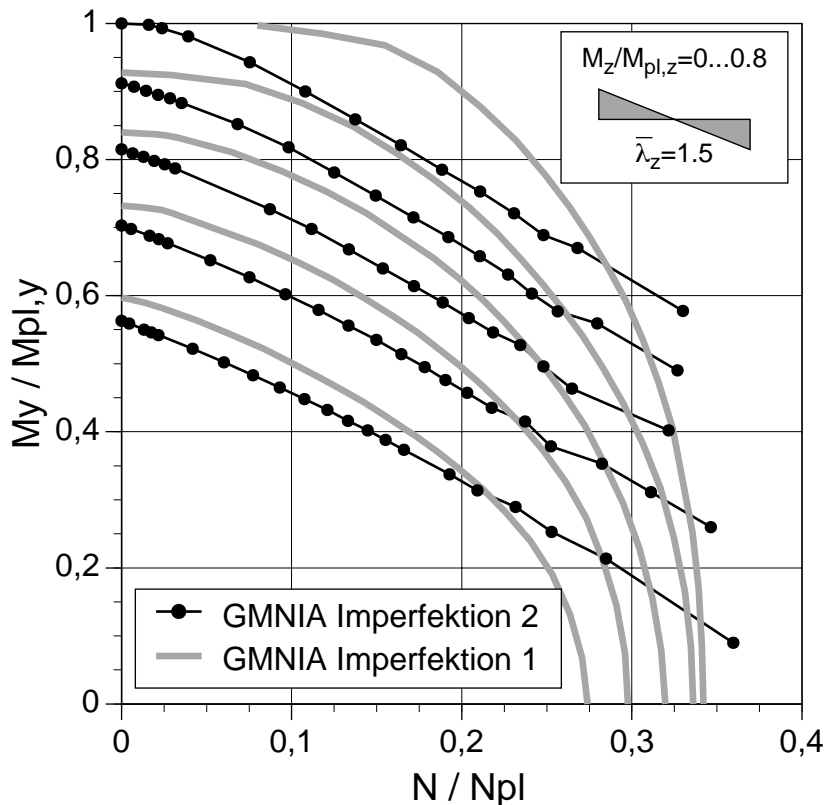


Bild 253. Interaktion  $N-M_y-M_z$  für IPE 500,  $L=6.16$  m, Lf D, BDK

**Zweiachsige Vorkrümmung:** Bei der vorliegenden Parameterstudie wurden die Vorkrümmungen von  $e=L/1000$  *gleichzeitig* in beiden Richtungen angenommen. Dies geschah aus folgenden Gründen.

- Eine zweiachsige Vorkrümmung ist grundsätzlich eine in realen Stäben mögliche Imperfektionsform.
- Bei einer einachsigen Vorkrümmung müssen beide Richtungen einzeln untersucht werden, wenn die maßgebende Richtung nicht zweifelsfrei feststeht. Bei einer zweiachsigen Vorkrümmung ist eine getrennte Betrachtung nicht nötig. Die Berechnung wird vereinfacht.
- Die Traglasten infolge der zweiachsigen Vorkrümmungen gegenüber den Traglasten infolge der maßgebenden einachsigen Vorkrümmungen sind im allgemeinen nur geringfügig kleiner. Dies trifft vor allem dann zu, wenn aufgrund des Querschnitts und der Belastung eine ausgezeichnete Versagensrichtung vorgegeben ist. Eine Imperfektion quer zu dieser Versagensrichtung hat dann auf die Traglast praktisch keinen Einfluß. Dies wird im folgenden anhand von zwei Stäben mit den Querschnitten IPE 500 und HEB 300 gezeigt.

In Bild 254 sind für einen Stab IPE 500 bei Druck und konstanter einachsiger Biegung für drei Schlankheiten  $\bar{\lambda}_z=0.5, 1.0$  und  $1.5$  ( $L=2.05, 4.10, 6.16$  m) die Interaktionskurven  $N-M_y$  für Biegeknicken mit verschiedenen Vorkrümmungen gegenübergestellt. Die Interaktionskurven für die zweiachsigen Vorkrümmungen unterscheiden sich praktisch nicht von den Interaktionskurven für die maßgebenden einachsigen Vorkrümmungen quer zur Achse  $z-z$ . Die zusätzliche Vorkrümmung quer zur Achse  $y-y$  hat also praktisch keinen Einfluß auf die Traglast, weil das Versagen um die Achse  $z-z$  erfolgt. Das Moment  $M_y$  erzwingt auch bei einem kleinen Normalkraftanteil und damit großen Momentenanteil nicht ein Versagen um  $y-y$ , weil beim Querschnitt IPE 500 die Steifigkeit um  $z-z$  wesentlich kleiner ist als um  $y-y$ .

Die nicht maßgebenden einachsigen Vorkrümmungen quer zur Achse  $y-y$  ergeben die Interaktionskurven für das Biegeknicken um  $y-y$ . Vom verwendeten Programm werden in diesem Fall die Verzweigungen in den sekundären Lösungspfad nicht direkt errechnet. Für das Biegeknicken um  $z-z$  muß also eine Störlast oder geometrische Imperfektion in dieser Richtung verwendet werden.

Im weiteren wird für fünf Referenzlasten das Tragverhalten näher betrachtet. Die Referenzlasten, auf welche die Laststeigerungsfaktoren bezogen werden, sind in Bild 254 bis Bild 259 mit a bis e bezeichnet und in Tab. 13 zahlenmäßig zusammengefaßt.

Tab. 13. Referenzlasten

	a	b	c	d	e
$N_{ref}/N_{pl}$	0.0	0.5	1.0	1.0	1.0
$M_{y,ref}/M_{pl,y}$	1.0	1.0	1.0	0.5	0.0
$M_{z,ref}/M_{pl,z}$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

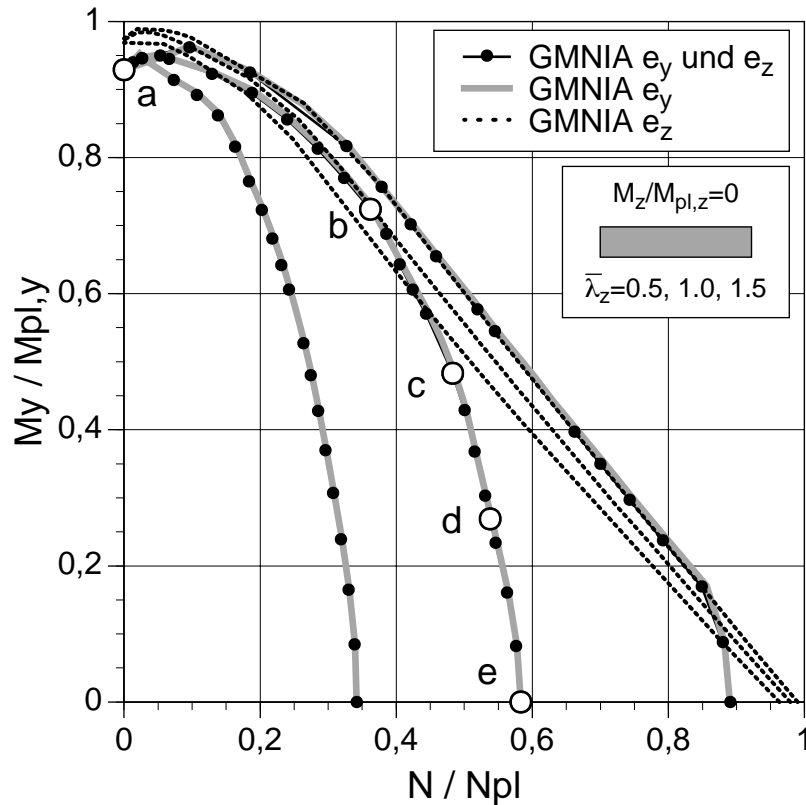


Bild 254. Interaktion N- $M_y$  für IPE 500, Lf A, BK, Vorkrümmung

In Bild 255 sind für den Stab IPE 500,  $L=4.10$  m,  $\bar{\lambda}_z=1.0$  die Pfade der Verformung  $v$  und des Querschnitts in der Stabmitte für die Referenzlasten a bis e dargestellt. Ein Pfad zeichnet den Weg des Querschnitts mit zunehmender Belastung nach. Die Belastung  $N$  und  $M_y$  wurde in diesen Beispielen gleichzeitig gesteigert. Die Ergebnisse stammen aus der Traglastanalyse mit der zweiachsigen Vorkrümmung und der maßgebenden einachsigen Vorkrümmung um z-z. Die Traglastanalysen mit der einachsigen Vorkrümmung um y-y ergeben nur Verformungen in vertikaler Richtung und wurden daher nicht eingezeichnet. Die Bezeichnungen stehen bei den jeweiligen Pfaden an der Stelle, an der das Maximum der Traglast erreicht wurde. So beträgt zum Beispiel für die Referenzlast c die horizontale Verformung  $v=2.40$  cm und die vertikale Verformung  $w=-0.72$  cm im Traglastmaximum.

Für die Referenzlasten c, d und e ist ein Ausweichen um die schwache Achse dominant. Hier kann von einem Biegeknicken um die schwache Achse gesprochen werden. Im Fall a ergibt sich praktisch nur eine Verformung um die starke Achse bis zur maximalen Traglast. Danach wird der Stab aufgrund der vollständig durchplastizierten Flansche um die schwache Achse instabil. Bei der geringsten Last in diese Richtung würde der Stab schlagartig quer zur schwachen Achse ausweichen. Eine weitere Beschreibung dieses Verhaltens ist in "Biegeknicken bei Druck und einachsiger Biegung" auf Seite 233 zusammengefasst.

Ein eigenartiger Pfad ist für den Fall b gegeben. Im Traglastmaximum verliert auch hier der Stab aufgrund der fortschreitenden Plastizierung der Flansche an seitlicher Steifigkeit und die seitliche Verformung nimmt ab diesem Punkt schlagartig zu. Der Wendepunkt im Verformungspfad vor dem Traglastmaximum ist allerdings aufgrund des komplexen Rechenmodells mit Eigenspannungen, geometrischen Imperfektionen, Plastizität usw. schwer erklärbar.

Möglicherweise liegt die Ursache für die erste starke Zunahme der seitlichen Verformung im Durchplastizieren des stärker beanspruchten Flansches und damit in einer ersten rapiden Abnahme der seitlichen Steifigkeit. Die maximale Traglast ist jedoch zu diesem Zeitpunkt noch nicht erreicht. Die Belastung kann noch gesteigert werden und das Moment bewirkt einen weiteren Verformungsanteil  $w$  bis zur maximalen Traglast.

Bei der Betrachtung der Verformungspfade aus der Traglastanalyse kann nicht mehr von einem eindeutigen Knicken um die schwache Achse oder Knicken um die starke Achse gesprochen werden. Hier sind allein schon aufgrund der Imperfektionen um beide Achsen auch bei zentrischem Druck stets Biegemomente und damit beide Verformungsanteile  $v$  und  $w$  vorhanden. Die Klassifizierung muß sich also auf die differentielle Verformungsänderung im maximalen Traglastpunkt beziehen. In den vorliegenden Fällen tritt damit Biegeknicken um die schwache Achse auf.

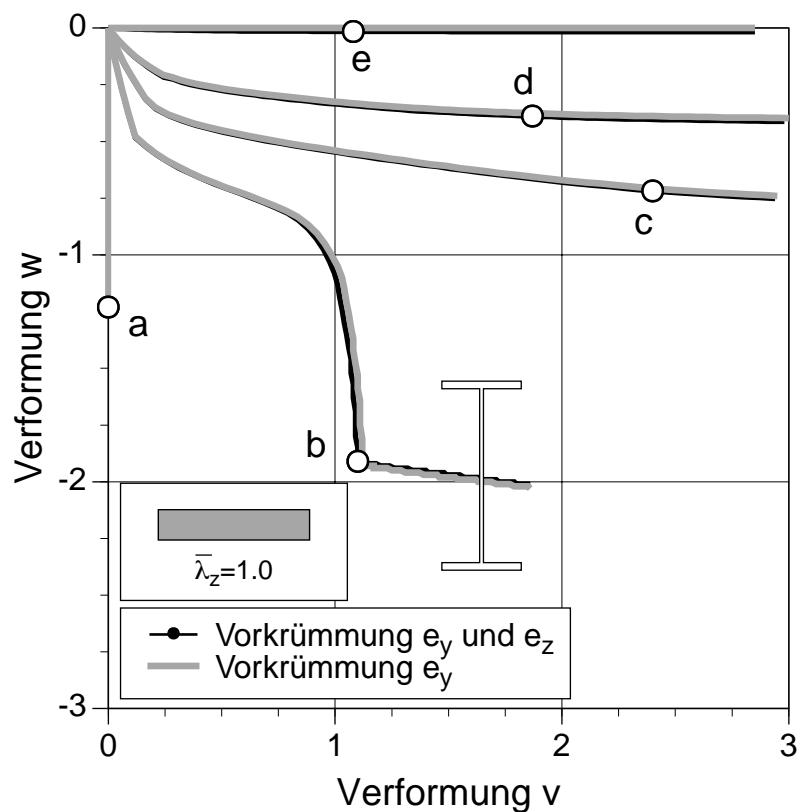


Bild 255. Verformungspfad für IPE 500, L=4.10 m, Lf A, BK

In Bild 256 sind für den selben Stab IPE 500, L=4.10 m die Last-Verschiebungskurven für die fünf Referenzlasten a bis e dargestellt. Für a und b ist die vertikale Verformung  $w$  aufgetragen. Für c, d und e ist die horizontale Verformung  $v$  in der Stabmitte als Referenzwert dargestellt. Die Ergebnisse stammen aus der Traglastanalyse mit der zweiachsigen Vorkrümmung.

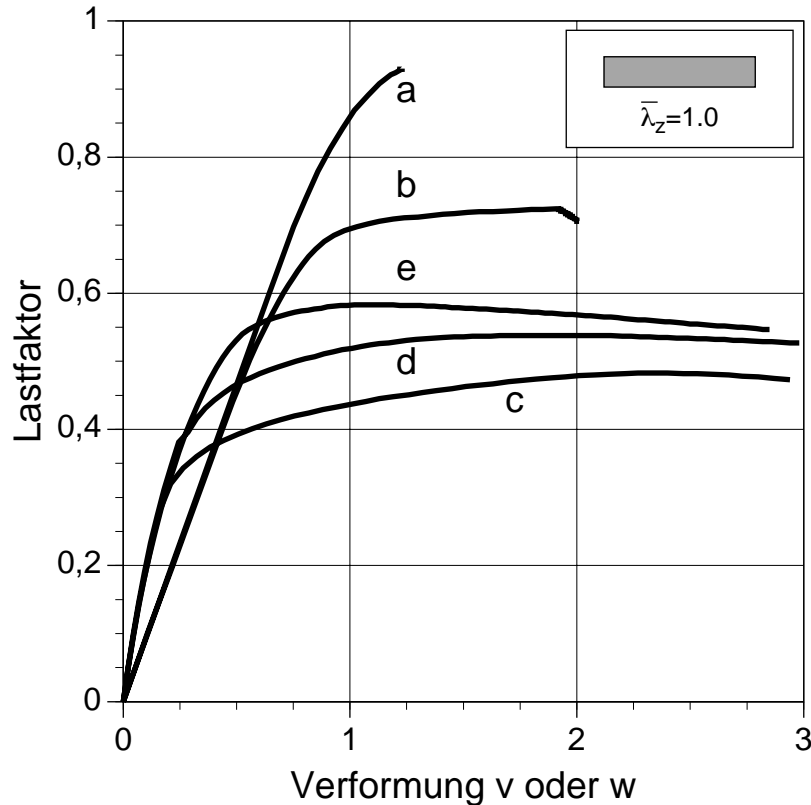


Bild 256. Last-Verformungskurve für IPE 500, L=4.10 m, Lf A, BK

In Bild 257 sind für einen Stab HEB 300 bei Druck und konstanter einachsiger Biegung für drei Schlankheiten  $\bar{\lambda}_z=0.5, 1.0$  und  $1.5$  ( $L=3.63, 7.27, 10.90$  m) die Traglasten für Biegeknicken bei einachsigen und zweiachsigen Vorkrümmungen gegenübergestellt.

Für den Stab  $\bar{\lambda}_z=1.0, L=7.27$  m ist bei einer kleinen Normalkraft und einem großen Moment  $M_y$  das Biegeknicken um y-y und daher die Vorkrümmung quer zu y-y maßgebend. Das Moment  $M_y$  erzwingt also im Gegensatz zum vorigen Beispiel bis zu einem Normalkraftanteil von etwa  $N/N_{pl} \leq 0.4$  das Biegeknicken um y-y, weil beim Querschnitt HEB 300 die Steifigkeit um y-y nicht wesentlich größer ist als um die Achse z-z. Die nicht maßgebende einachsige Vorkrümmung quer zu z-z liefert jedoch in diesem Bereich nur geringfügig höhere Traglasten, da durch das Moment  $M_y$  im Vorbeulzustand eine Vorkrümmung entsteht und die maßgebende Ausweichform gefunden wird. Bei einer großen Normalkraft und einem kleinen Moment  $M_y$  wechselt das Versagen zum Biegeknicken um z-z. Die Vorkrümmung quer zu z-z wird nun maßgebend. In der Traglastanalyse mit der zweiachsigen Vorkrümmung ist jeweils nur die maßgebende Vorkrümmung von Bedeutung. Es ergeben sich nur im Übergangsbereich geringfügig kleinere Traglasten als bei den Traglastanalysen mit den maßgebenden einachsigen Vorkrümmungen. Der Knick, der durch die beiden Interaktionskurven im Übergangsbereich von der einen zur anderen maßgebenden Imperfektionsform entsteht, wird ausgerundet. Diese Ausrundung ist aus Plausibilitätsgründen auch anzustreben.



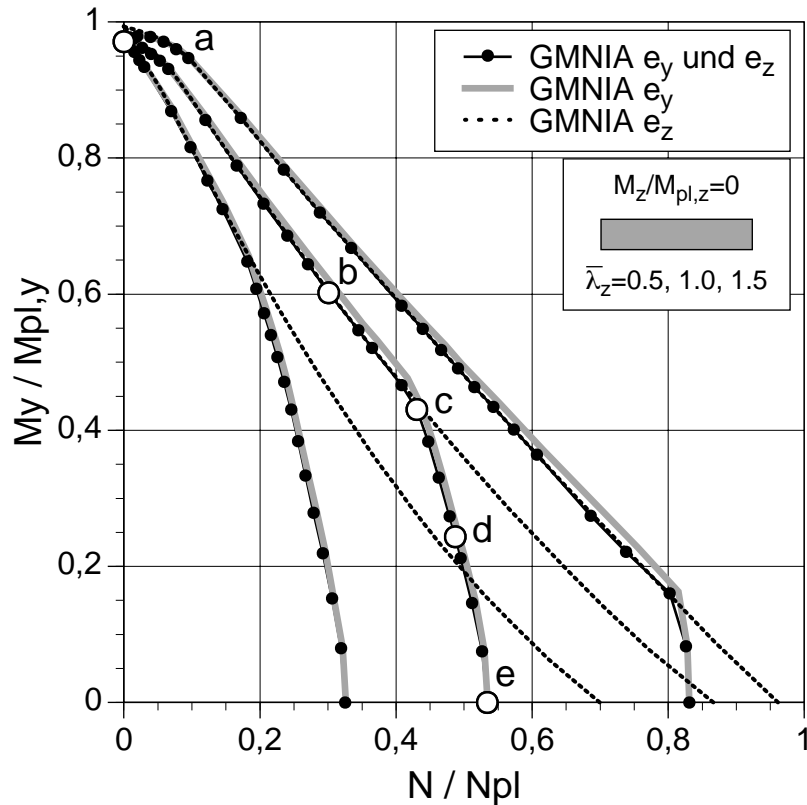


Bild 257. Interaktion N- $M_y$  für HEB 300, Lf A, BK, Vorkrümmung

In Bild 258 sind für den Stab HEB 300,  $\bar{\lambda}_z=1.0$  ( $L=7.27$  m) die Pfade der Verformung des Querschnitts in der Stabmitte für die Referenzlasten a bis e dargestellt. Die Ergebnisse stammen aus der Traglastanalyse mit der zweiachsigen Vorkrümmung und der maßgebenden einachsigen Vorkrümmung um z-z. Die Bezeichnungen stehen bei den jeweiligen Pfaden an der Stelle, wo die maximale Traglast erreicht wird. So beträgt zum Beispiel für das Belastungsverhältnis c die horizontale Verformung  $v=4.03$  cm und die vertikale Verformung  $w=-4.16$  cm für die maximale Traglast.

Das aus diesem Diagramm ablesbare Verhalten ist im wesentlichen gleich wie beim IPE 500 in Bild 255. Für die reine Biegung ergibt sich im Vorbeulzustand praktisch nur eine vertikale Verformung  $w$  und im dem Zustand mit vollständig durchplastizierten Flanschen fällt die seitliche Steifigkeit auf Null ab. Bei zentrischem Druck ist eine kontinuierliche Zunahme der seitlichen Verformung  $v$  mit steigender Belastung gegeben. Eine geringe vertikale Verformung  $w$  tritt bei einer vorhandenen Imperfektion quer zu y-y auf.

Bei der Referenzlast c nehmen nach dem Lastmaximum die Verformungen  $v$  und  $w$  nahezu gleich stark zu. Die Bezeichnung Biegeknicken um die starke Achse oder Biegeknicken um die schwache Achse trifft in diesem Fall offensichtlich nicht mehr zu. Die für die Anwendung von Bemessungsregeln getroffene Einteilung ist bei Traglastanalysen nicht mehr uneingeschränkt übertragbar.

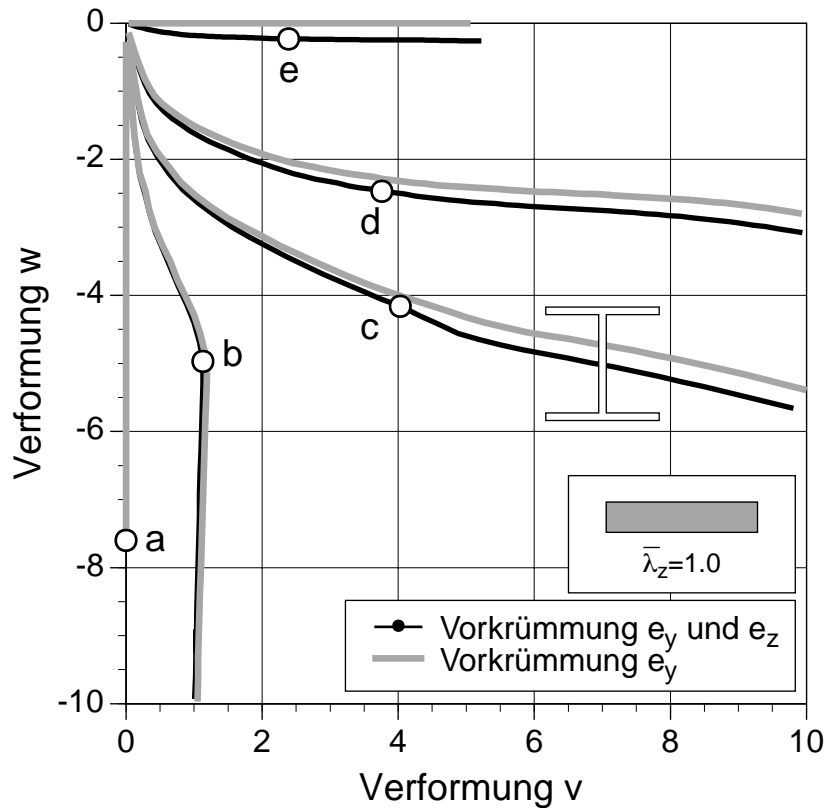


Bild 258. Verformungspfad für HEB 300, L=7.27 m, Lf A

In Bild 259 sind für den Stab HEB 300,  $\bar{\lambda}_z=1.0$  ( $L=7.27$  m) die Last-Verschiebungskurven für die fünf Referenzlasten a bis e dargestellt. Für a und b ist die vertikale Verformung  $w$  und für c, d und e die horizontale Verformung  $v$  in der Stabmitte als Referenzwert aufgetragen. Die Ergebnisse stammen aus der Traglastanalyse mit der zweiachsigen Vorkrümmung.

Bei allen Referenzlasten fällt die Last nach dem Maximum im untersuchten Verformungsbereich nur mäßig ab. Das Minimum der aufnehmbaren Last wird erst bei einer sehr großen Verformung erreicht. Ein Beispiel für eine Traglastkurve im fortgeschrittenen Nachbeulbereich ist in Bild 266 dargestellt.

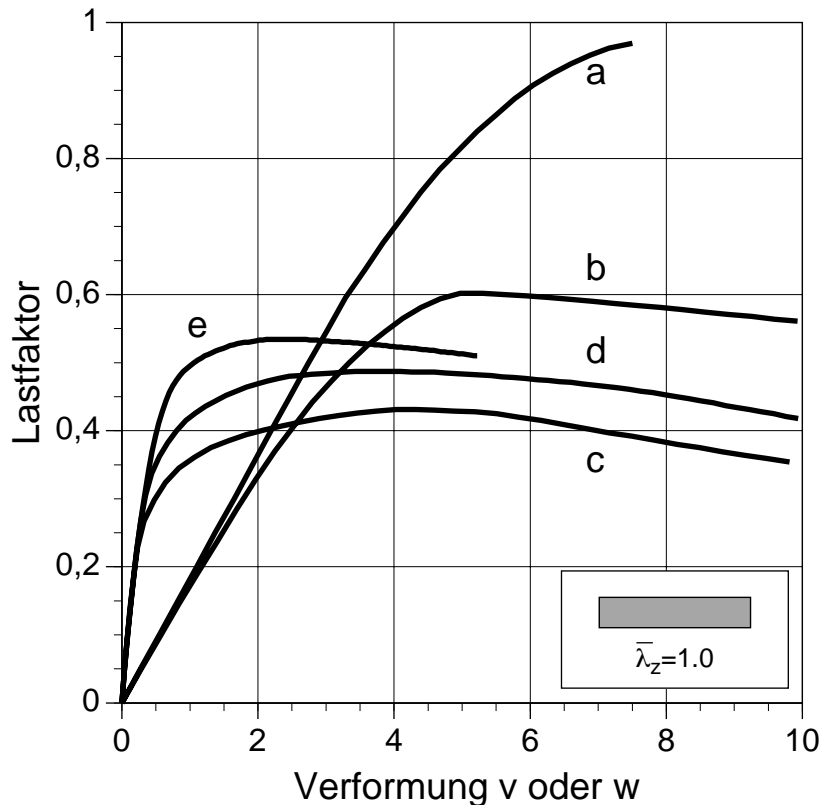


Bild 259. Last-Verformungskurve für HEB 300, L=7.27 m, Lf A

## Strukturelle Imperfektionen

Strukturelle Imperfektionen können Fließgrenzenstreuungen und Eigenspannungen sein. In der vorliegenden Arbeit wurden nur Eigenspannungen behandelt. Es wurden die in der Literatur üblichen Eigenspannungsverläufe und Werte für Walzprofile angenommen.

Die Interaktionsdiagramme in Bild 260 bis Bild 265 zeigen die Größenordnung der Auswirkung von Eigenspannungen beim Biegeknicken und Biegedrillknicken. Beim Biegeknicken wirken sich die Eigenspannungen nur bei einem bedeutenden Normalkraftanteil aus. Bei zentrischem Druck ist der Einfluß am größten. Beim Biegedrillknicken ist bei schlanken Stäben mit I-Querschnitt ein bedeutender Einfluß auch bei einem hohen Momentenanteil  $M_y$  gegeben. Bei einem hohen Momentenanteil  $M_z$  ist aufgrund der geringen Stabilitätseffekte der Einfluß von Eigenspannungen gering.

Der Einfluß ist generell bei einer großen Schlankheit stärker ausgeprägt als bei einer geringen Schlankheit.

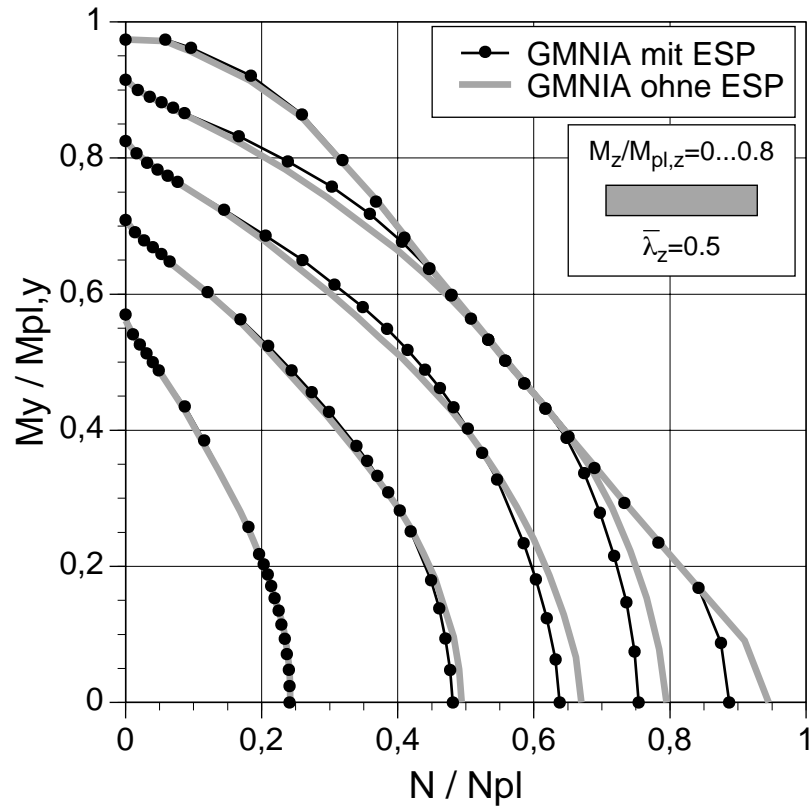


Bild 260. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=1.07\text{ m}$ , Lf A, BK

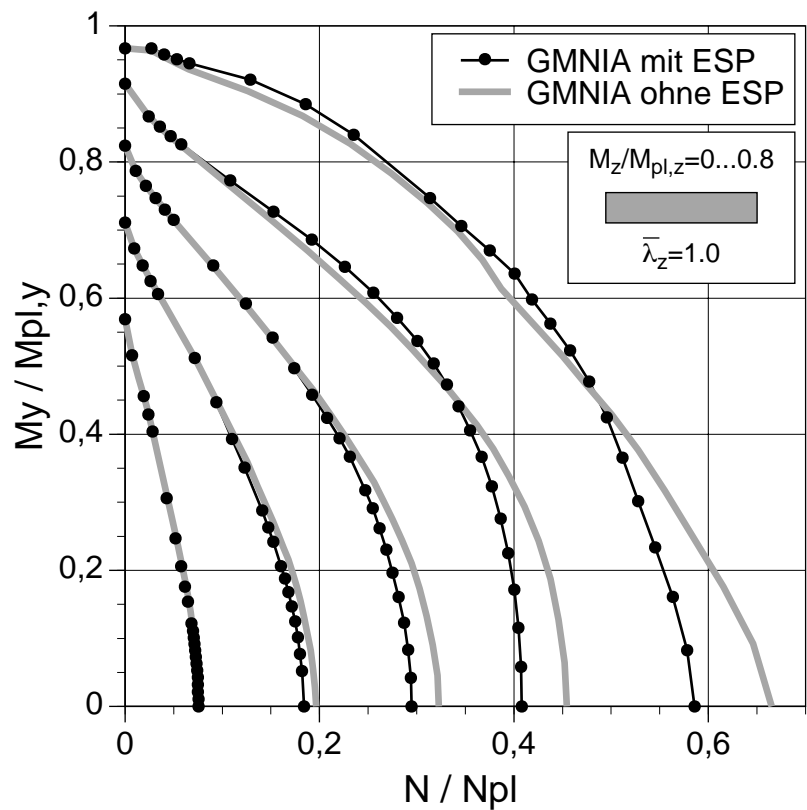


Bild 261. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=2.14\text{ m}$ , Lf A, BK

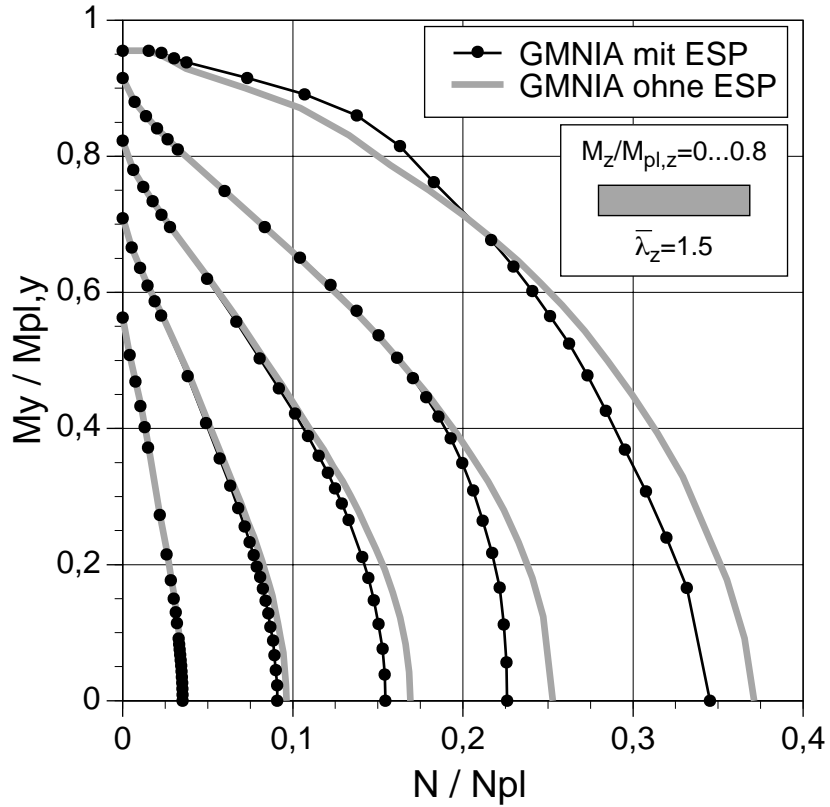


Bild 262. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=3.21 m, Lf A, BK

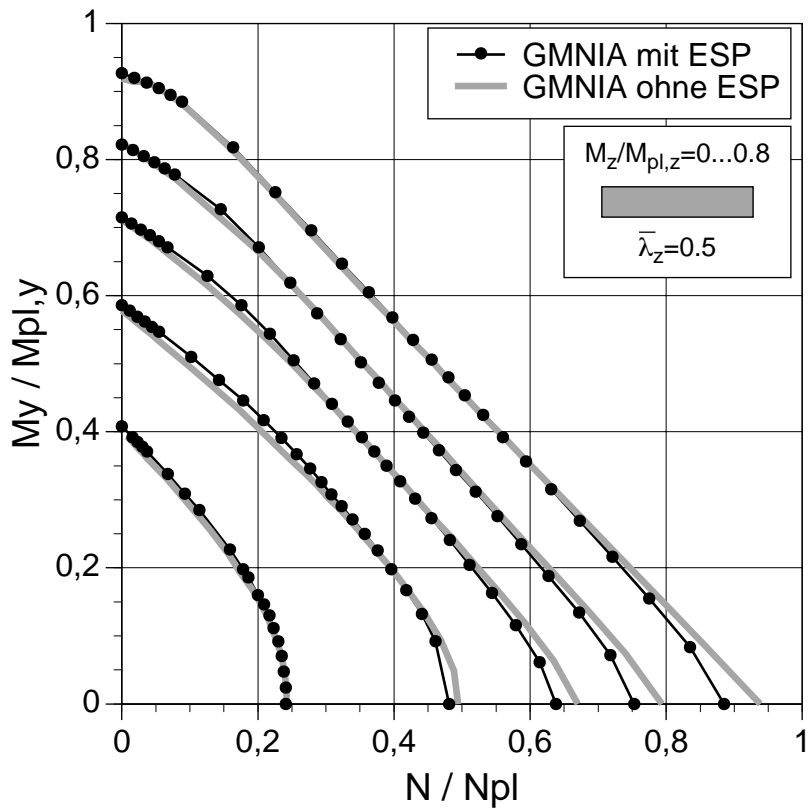


Bild 263. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=1.07 m, Lf A, BDK

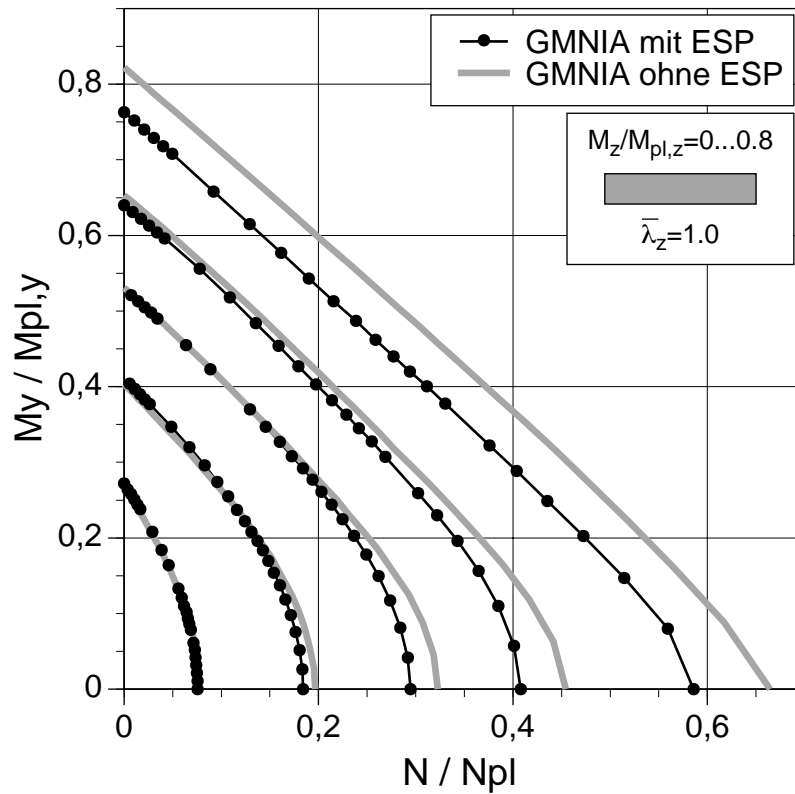


Bild 264. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=2.14$  m, Lf A, BDK

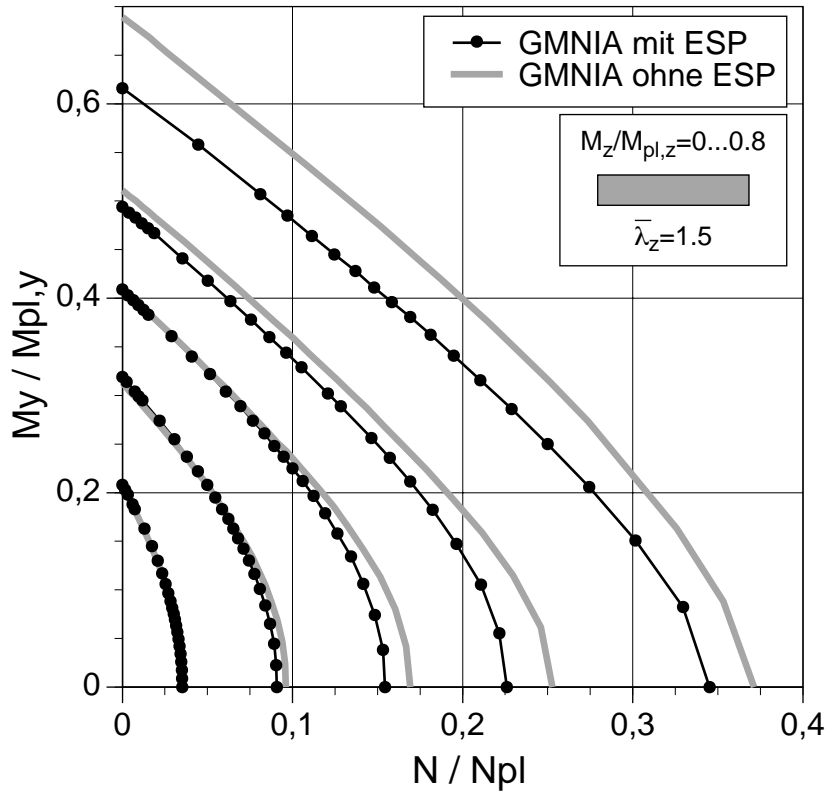


Bild 265. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=3.21$  m, Lf A, BDK

## 4.5 Auswirkungen von Materialarbeitslinien

Die Parameterstudie wurde für ideal elastisch-plastisches Material durchgeführt. Dabei wurden ausschließlich die charakteristischen Materialkennwerte nach Tab. 14 verwendet. Der Teilsicherheitsbeiwert wurde mit  $\gamma_M=1.0$  festgelegt. Im folgenden wird an einem Beispiel der Einfluß von einem davon abweichenden Materialverhalten gezeigt.

Tab. 14. Materialkennwerte

Elastizitätsmodul E [kN/cm <sup>2</sup> ]	21000
Streckgrenze $f_y$ [kN/cm <sup>2</sup> ]	23.5
Poisson'sche Zahl $\nu$	0.3

In Bild 266 werden die Traglastkurven von einem Stab mit verschiedenem Materialverhalten gegenübergestellt. Für den Stab IPE 200,  $L=2.14$  m ist die bekannte Last-Verformungskurve für das ideal elastische Material bei zentrischer Druckbelastung dargestellt (GNIA). Für die gewählte Geometrie beträgt die bezogene Schlankheit  $\bar{\lambda}_z=1.0$  und damit ist  $N_{cr,z}=N_{pl}$ . Die geometrische Imperfektion wurde wie üblich mit  $e=L/1000$  angenommen. Die Eigenspannungen haben beim ideal elastischen Material keinen Einfluß auf das Tragverhalten.

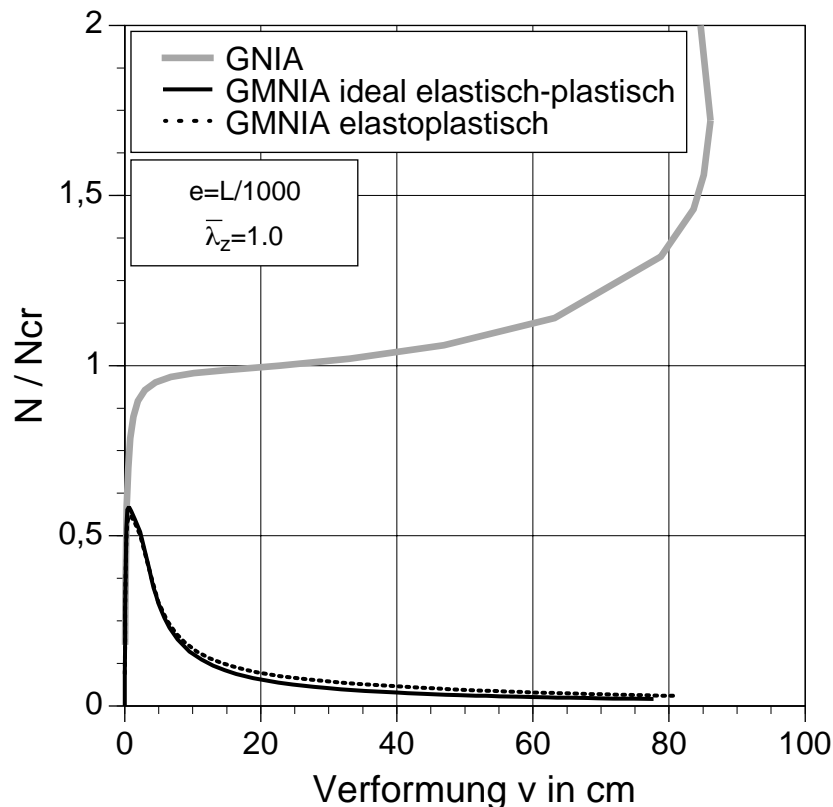


Bild 266. Last-Verformungskurve für IPE 200,  $L=2.14$  m, zentrischer Druck

Zum Vergleich ist die Last-Verformungskurve für den Stab mit ideal elastisch-plastischem Material, einschließlich geometrischer Imperfektionen und Eigenspannungen, dargestellt (GMNIA ideal elastisch-plastisch). Die maximale Traglast wird bereits bei einer relativ geringen Verformung erreicht. Im Nachbeulbereich fällt die Last bei zunehmender Verformungen stark ab. Die Eigenspannungen wirken sich nur im Bereich um das Lastmaximum aus.

LPF=0.586 mit Eigenspannungen

LPF=0.665 ohne Eigenspannungen

Im Nachbeulbereich fallen die Last-Verformungskurven praktisch zusammen. Die Traglastkurve für den Stab ohne Eigenspannungen wurde daher im Bild nicht dargestellt.

Der Effekt der Verfestigung und der Abrundung ab der Proportionalitätsgrenze wird im folgenden gezeigt. Die verwendete elastoplastische Arbeitslinie ist in Bild 267 dargestellt. In Bild 266 ist die Traglastkurve zu sehen (GMNIA elastoplastisch). Die maximale Traglast LPF=0.558 tritt bereits bei einer Verformung  $v=6.3$  mm ( $L/340$ ) auf. Die Gesamtdehnung in der höchstbeanspruchten Faser beträgt 0.14% und der plastische Dehnungsanteil beträgt 0.06%. Damit ist bei dieser Arbeitslinie bezüglich des Lastmaximums zwar ein traglastmindernder Effekt infolge der Abrundung ab der Proportionalitätsgrenze vorhanden aber kein traglast erhöhender Effekt infolge einer Verfestigung. Erst im Nachbeulbereich liegt die Traglastkurve für das elastoplastische Material mit der Verfestigung geringfügig höher als die Traglastkurve für das ideal elastisch-plastische Material. Für die maximale Traglast ist die Verfestigung bei Stäben mit einem derartigen Tragverhalten im Nachbeulbereich also bedeutungslos.

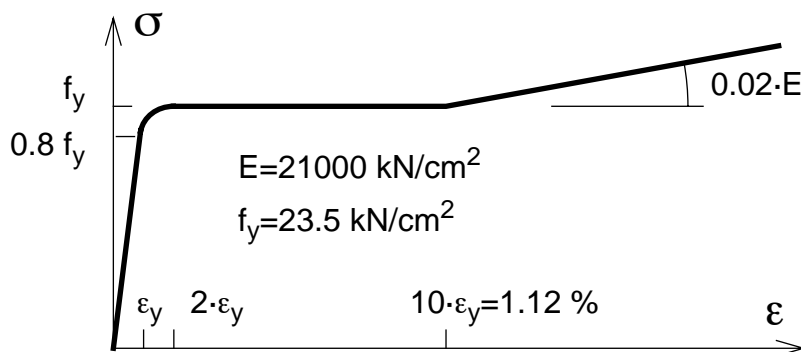


Bild 267. Elastoplastisches Material

Die Verteilung der plastischen Dehnung in einer Faser über die Stablänge ist in diesem Beispiel ähnlich einer Gauß'schen Glockenkurve. In der höchstbeanspruchten Randfaser erstreckt sich die plastische Zone praktisch über die gesamte Stablänge. Zur Querschnittsmitte hin treten die plastischen Dehnungen immer mehr nur im Bereich der Stabmitte auf. Auf der anderen Querschnittshälfte sind im Zustand des Lastmaximums keine plastischen Dehnungen vorhanden. In der Stabmitte ist also nur etwa der halbe Querschnitt im plastischen Zustand. Andererseits sind geringe plastische Zonen über den Querschnitt auch noch im Bereich der Stabenden vorhanden. Aus dieser Betrachtung ist daher die Annahme eines Fließgelenks nur ein Rechenmodell und hat mit der tatsächlichen Fließzone in diesem Beispiel keine



Ähnlichkeit. Ebenso ist auch die Krümmung des Stabes im Zustand des Lastmaximums noch nicht auf eine kurze Stablänge konzentriert. Ein merkbarer ‘Knick’ in der Verformungsfigur und eine konzentrierte Fließzone mit relativ großen plastischen Dehnungen stellt sich erst im fortgeschrittenen Nachbeulbereich ein.

Im Interaktionsdiagramm Bild 268 sind die Traglasten für den Stab IPE 200,  $L=2.14$  m mit ideal elastisch-plastischem Material beziehungsweise mit elastoplastischen Material nach Bild 267 gegenübergestellt. Ein traglasterhöhender Verfestigungseffekt ist theoretisch nur bei einer reinen Momentenbeanspruchung vorhanden. In diesem Fall gibt es im Nachbeulbereich keinen Lastabfall wenn Biegedrillknicken ausgeschlossen wird. Bei einer fortschreitenden Einwirkung, und damit einer weiteren Dehnung, wird die Verfestigung aktiviert. Die Verformungen werden aber bei einem angenommenen Fließplateau in der Arbeitslinie unpraktikabel groß. Im Bereich mit einem bedeutenden Normalkraftanteil wird das Lastmaximum bereits bei relativ kleinen Verformungen erreicht. Im Nachbeulbereich fällt die Last ab. Die Verfestigung kann erst im Nachbeulbereich aktiviert werden, weil das konstante Fließplateau von Baustahl sich über eine Dehnung von etwa 1% erstreckt (Bild 267). Der Verfestigungseffekt wirkt sich im allgemeinen geringer aus als der Lastabfall im Nachbeulbereich. Die maximale Traglast wird durch die Verfestigung damit praktisch im gesamten Belastungsbereich nicht erhöht. Der Effekt der Ausrundung ab der Proportionalitätsgrenze bewirkt andererseits, daß die Interaktionskurven mit dem elastoplastischen Material etwas tiefer liegen als mit dem ideal elastisch-plastischen Material. Die Größe des Abfalls der Traglast hängt dabei natürlich von der Annahme der Ausrundung ab.

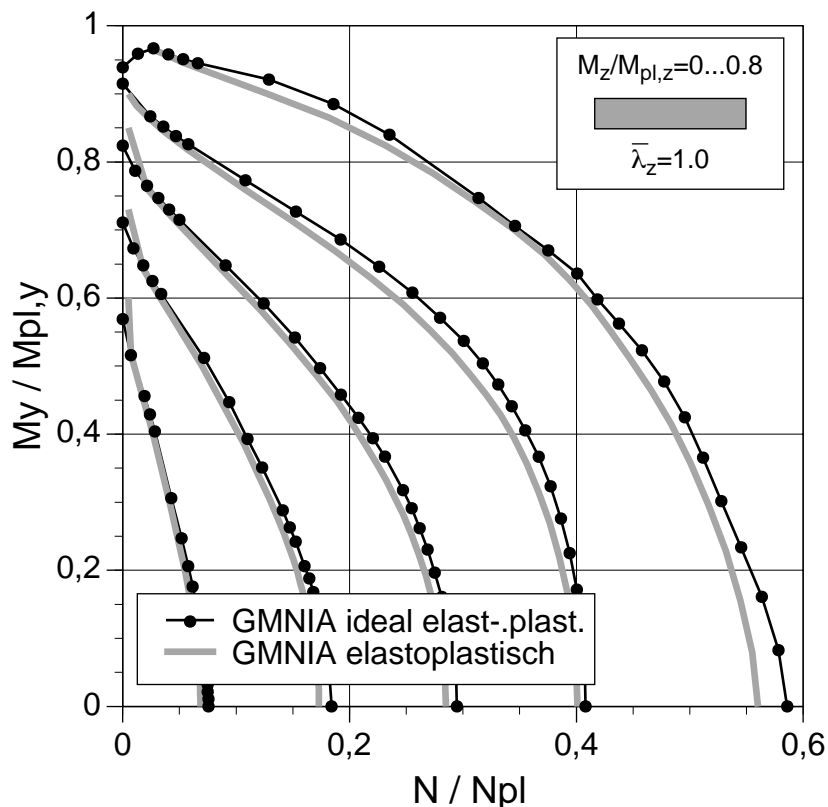


Bild 268. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=2.14$  m, Lf A, BK, Verfestigung

Bei einer Arbeitslinie mit einer Verfestigung nach einem konstanten Fließplateau, aber ohne Ausrundung ab der Proportionalitätsgrenze, fallen die Interaktionskurven bis auf den Bereich mit einem vernachlässigbar kleinen Normkraftanteil mit den Ergebnissen für das ideal elastisch-plastische Material zusammen. Die Interaktionskurven sind aus diesem Grund nicht im Bild 268 eingezeichnet. Die Verfestigung bringt also keine Traglaststeigerung gegenüber dem ideal elastisch-plastischen Material bei folgenden Voraussetzungen.

- Es ist ein ausgedehntes konstantes Fließplateau vor der Verfestigung vorhanden.
- Die maximale Traglast wird bereits bei relativ kleinen Dehnungen erreicht.
- Die Tragfähigkeit fällt im Nachbeulbereich bedeutend ab.

Bei einer Arbeitslinie mit einer Verfestigung ohne ein konstantes Fließplateau und ohne eine Ausrundung ab der Proportionalitätsgrenze ergibt sich gegenüber dem ideal elastisch-plastischen Material erwartungsgemäß eine Traglaststeigerung. Der Tangentenmodul der Verfestigung wurde im folgenden Beispiel mit  $E_T=0.02 \cdot E$  angenommen. Die Fließgrenze beträgt  $f_y=23.5 \text{ kN/cm}^2$ . Im Bild 269 ist die Interaktionsfläche für diese Materialarbeitslinie (GMNIA mit Verfestigung) dargestellt. Bei einem großen Normkraftanteil wirkt sich die Verfestigung kaum aus. Der Traglastabfall im Nachbeulbereich erfolgt offensichtlich zu rasch. Die Verfestigung kann damit kaum aktiviert werden. Bei einem großen Momentenanteil  $M_y$  ergibt sich eine merkbare Traglaststeigerung.

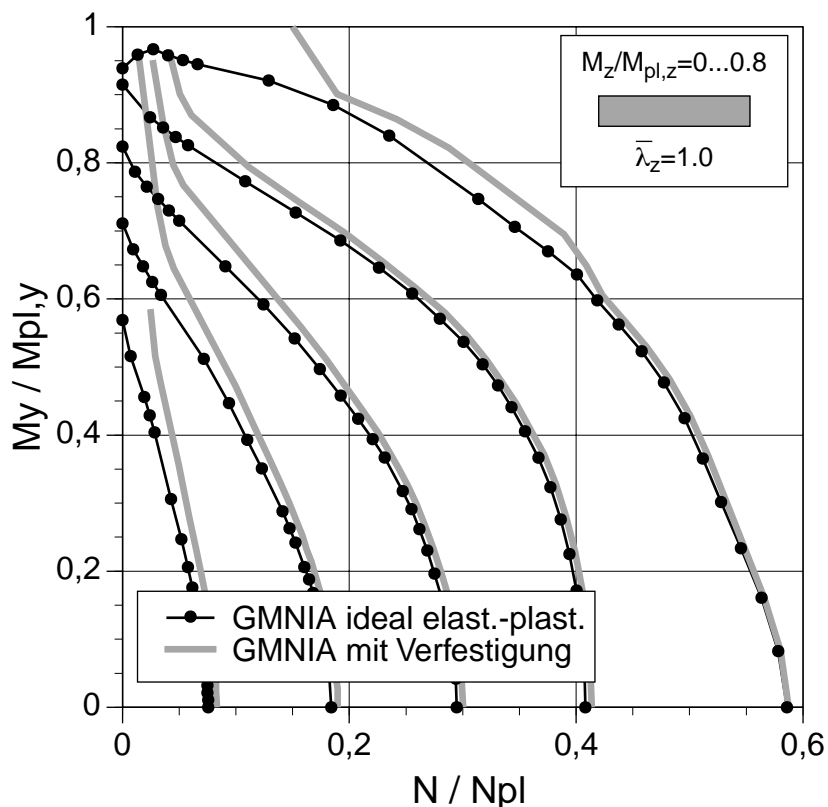


Bild 269. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=2.14 \text{ m}$ , Lf A, BK, Verfestigung

Die zahlenmäßige Angabe der Traglaständerungen kann jeweils nur für ein konkretes Beispiel angegeben werden, weil viele Parameter einen Einfluß ausüben. Die Tendenz und das geschilderte grundlegende Tragverhalten bezüglich der Verfestigung gilt aber allgemein.

## 4.6 Auswirkungen des Teilsicherheitsbeiwerts

Für die Bemessung ist neben dem Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_F$  für die Einwirkung auch ein Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_M$  für den Widerstand zu verwenden. Nach DIN 18800 ist der Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_M$  nicht nur auf die Festigkeit  $f_y$  sondern auch auf die Steifigkeit  $EI$  anzuwenden. Bei den Traglastanalysen wird die Steifigkeit durch den Elastizitätsmodul und die Querschnittsabmessungen getrennt festgelegt. Es ist also eine Zuordnung des Teilsicherheitsbeiwerts auf diese getrennten Größen zu treffen. In den folgenden Vergleichen wurde der Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_M$  aufgrund der einfacheren Handhabung auf den Elastizitätsmodul bezogen. Für die Querschnittsabmessungen wurden die nominellen Werte verwendet, obwohl in Wirklichkeit diese Werte im allgemeinen stärker streuen als der Elastizitätsmodul.

In den Interaktionsdiagrammen Bild 270 bis Bild 272 sind für einen Stab IPE 200 die Auswirkungen des Teilsicherheitsbeiwerts  $\gamma_M$  beim Biegeknicken für verschiedene Schlankheiten zu sehen. Bei einer geringen Schlankheit wirkt sich erwartungsgemäß der verminderte Elastizitätsmodul kaum aus. In diesem Fall ist der auf die Streckgrenze bezogene Teilsicherheitsbeiwert von Bedeutung. Bei größeren Schlankheiten hat auch der auf den Elastizitätsmodul bezogene Teilsicherheitsbeiwert im Bereich mit einem bedeutenden Normalkraftanteil einen Einfluß auf die Traglast. Die Anwendung des Teilsicherheitsbeiwerts auf den Elastizitätsmodul ist also in jenen Fällen von Bedeutung, in denen Stabilitätseffekte vorhanden sind. Wenn durch eine Reduktion der Querschnittsabmessungen der Teilsicherheitsbeiwert eine Berücksichtigung finden würde, wäre davon auch die Beanspruchbarkeit des Querschnitts betroffen und damit ein anderes Tragverhalten das Resultat.

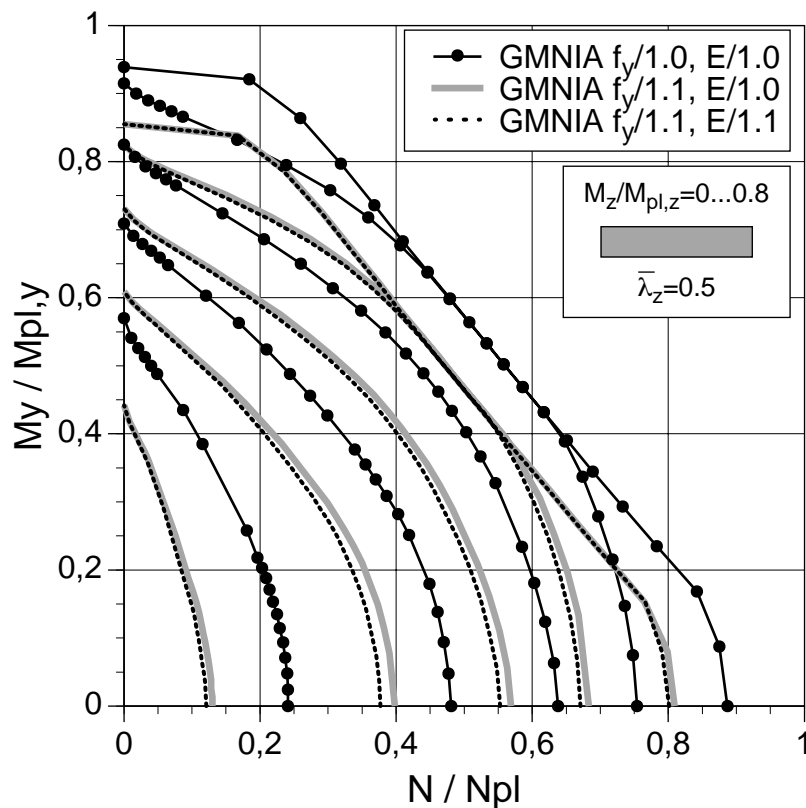


Bild 270. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=1.07$  m, Lf A, BK

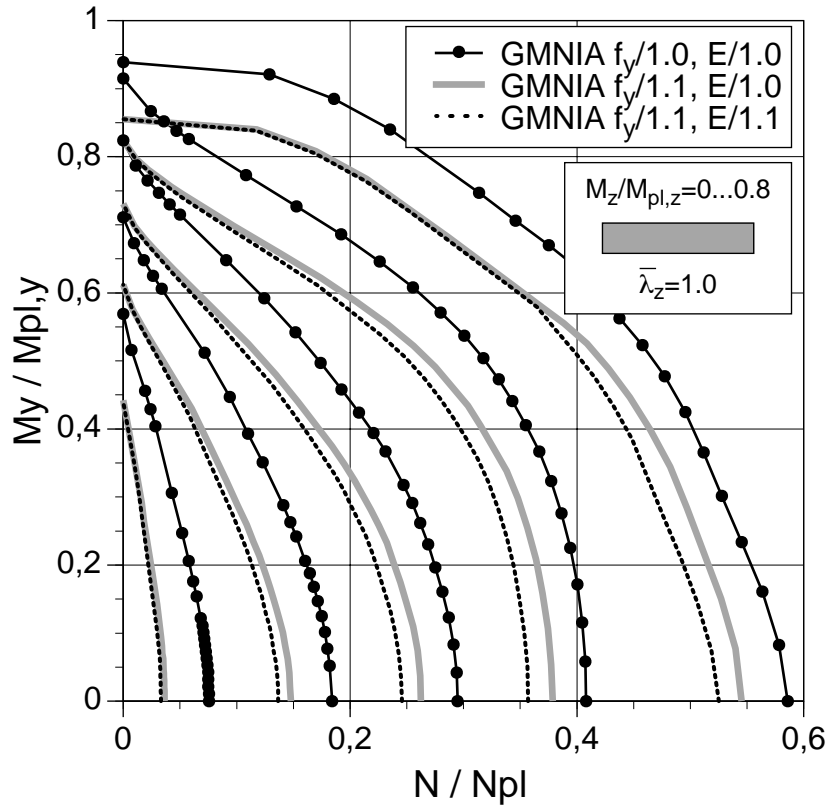


Bild 271. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=2.14$  m, Lf A, BK

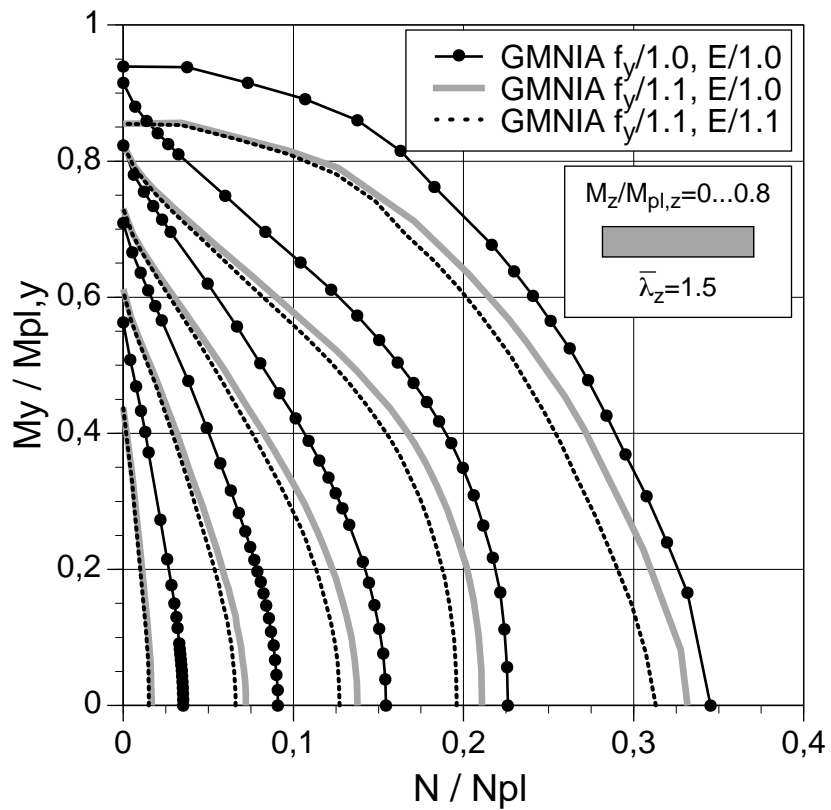


Bild 272. Interaktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für IPE 200,  $L=3.21$  m, Lf A, BK

## 4.7 Biegeknicken bei Druck und einachsiger Biegung

Das Biegeknicken eines Einzelstabes bei Druck und einachsiger Biegung um die starke Achse wird nach DIN 18800, aber auch nach ÖNorm B4600, durch zwei getrennte Nachweise geführt. Zum einen wird das Biegeknicken in der Biegeebene mit dem Moment nachgewiesen und zum anderen wird ein Nachweis für das Biegeknicken quer zur Biegeebene ohne das Moment geführt. Ein Einfluß des Moments auf das Biegeknicken um die schwache Achse ist damit nicht in dieser Nachweismethode enthalten. In [11] wurde untersucht, ob in Wirklichkeit eine Interaktion zwischen dem Biegemoment um die starke Achse und dem Biegeknicken um die schwache Achse vorhanden ist. Im folgenden wird eine Zusammenfassung aus dieser Veröffentlichung gegeben.

### Seitliche Steifigkeit bei großem Moment $M_y$ und kleiner Normalkraft

Beim Biegeknicknachweis nach Eurocode 3 wird als Bezugswert das vollplastische Moment  $M_{pl,y}$  verwendet. Bei einer Belastung durch ein Moment um die starke Achse ohne Normalkraft kann damit im Grenzzustand das vollplastische Moment erreicht werden wenn Biegedrillknicken ausgeschlossen ist. Im folgenden wird gezeigt, daß das vollplastische Moment als Bezugswert beim I-Querschnitt, im Gegensatz zum Hohlprofil, problematisch ist.

**I-Querschnitt:** Ein seitlich nicht kontinuierlich gestützter Stab mit I-Querschnitt kann deshalb nicht das vollplastische Moment  $M_{pl,y}$  erreichen, denn sobald die Flansche infolge des Biegemoments durchplastiziert sind, fällt die seitliche Biegesteifigkeit praktisch auf Null ab, und die geringste Druckkraft würde ein Biegeknicken um die schwache Achse bewirken. Diese Überlegung gilt für das ideal elastisch-plastische Materialverhalten, bei dem der Tangentemodul im plastischen Bereich Null ist. Das Grenzmoment für die seitliche Stabilität ergibt sich damit für den Zustand, in dem der Flansch gerade noch nicht voll durchplastiziert ist. Vom Steg kann damit nur das elastische Moment genutzt werden. Für den Querschnitt IPE 500 beträgt zum Beispiel das Grenzmoment für die seitliche Stabilität 91% vom vollplastischen Moment. Zum Vergleich, das elastische Grenzmoment beträgt 88% vom vollplastischen Moment. Das vollplastische Moment als Bezugswert bei der Bemessung eines Biegeträgers ohne kontinuierliche seitliche Stützung ist unter diesem Gesichtspunkt problematisch. Für den Grenzzustand der Tragfähigkeit müßte daher für die I-Querschnitte nach dieser Überlegung als Bezugswert das Grenzmoment für die seitliche Stabilität, oder um die tabellierten elastischen Widerstandsmomente verwenden zu können, das elastische Grenzmoment verwendet werden.

Der Einwand, daß eine in Wirklichkeit vorhandene Verfestigung dieses Verhalten entschärft, ist nur bedingt gerechtfertigt, weil bei einem konstanten Fließplateau in der Arbeitslinie bis zur Aktivierung der Verfestigung eventuell bereits unpraktikabel große Verformungen auftreten. Für den Tragfähigkeitsnachweis sind zwar große Verformungen grundsätzlich unbedeutend, weil diesbezüglich der Gebrauchsfähigkeitsnachweis gilt, aber ein Stab in einem System mit großen Verformungen kann das globale Tragverhalten des Systems durch Beanspruchungsumlagerungen ändern, welches bei einer Berechnung nach Theorie 1. oder 2. Ordnung nicht berücksichtigt wird.

Ein nicht so leicht zu entkräftigendes Argument für die Verwendung des vollplastischen Moments kann aus den Versuchen mit Querschnitten der Klasse 1 abgeleitet werden. Der Flansch ist bei einer hohen Momentenbeanspruchung um die starke Achse bereits vollplastisch und müßte aufgrund der verschwindenden Steifigkeit auch lokal beulen. In den Versuchen

zeigt sich jedoch, daß gedrungene Flansche nicht lokal beulen, sondern daß diese Querschnitte sogar eine Rotationskapazität aufweisen.

In Bild 273 ist für einen I-Querschnitt mit einer kleinen Normalkraft und einem Biegemoment die fortschreitende Plastizierung des Querschnitts und damit der Verlust der seitlichen Steifigkeit dargestellt. Im Belastungszustand a sind noch beide Flansche elastisch. Im Belastungszustand b ist bereits ein Flansch durchplastiziert und die seitliche Steifigkeit wird damit nur mehr von einem Flansch gebildet. Im Belastungszustand c sind beide Flansche vollplastisch. Eine seitliche Steifigkeit ist bei einem ideal elastisch-plastischen Material nicht mehr vorhanden, obwohl noch nicht die vollplastische Beanspruchbarkeit des Querschnitts erreicht wurde. Die Reduktion der seitlichen Steifigkeit erfolgt beim I-Querschnitt mit Druck und Biegung mit steigender Belastung also in zwei Sprüngen, sobald jeweils ein Flansch durchplastiziert ist.

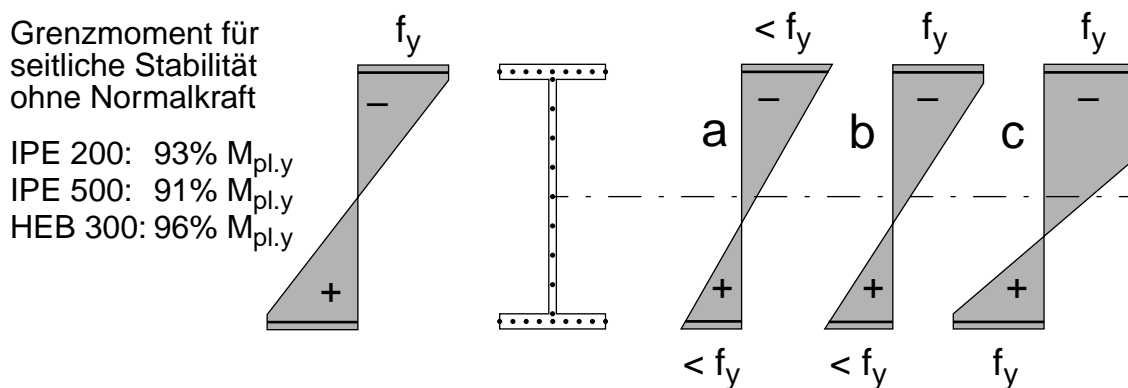


Bild 273. Seitliche Steifigkeit beim I-Querschnitt

In den Traglastanalysen mit dem Programm Abaqus zeigt sich dieser Effekt im Bereich von sehr kleinen Normalkräften und Momenten um die starke Achse durch numerische Schwierigkeiten aufgrund des sprunghaften Verlusts der seitlichen Steifigkeit. In den Interaktionsdiagrammen sind daher die dargestellten Interaktionspunkte für die Biegung um die starke Achse im Bereich sehr kleiner Normalkräfte zum Teil wie bei Versuchsergebnissen verstreut. Die seitliche Ausweichform wird bei einer kleinen Normalkraft trotz der Imperfektion quer zur Achse z-z aufgrund von Konvergenzschwierigkeiten nicht präzise gefunden. In den Interaktionsdiagrammen wurden diese Ergebnisse nur zum Teil korrigiert. Im allgemeinen wurden die errechneten Lastfaktoren direkt verwendet. Die Werte stimmen aber zum Teil nicht mit den genauen plastischen Verzweigungslasten überein [11].

Die Problematik ist entschärft, wenn auch ein Biegemoment um die schwache Achse vorhanden ist, oder wenn Biegedrillknicken auftreten kann, und das vollplastische Biegemoment um die starke Achse aus diesen Gründen nicht erreicht wird.

**Hohlprofil:** Anders verhält sich diese Situation beim Hohlprofil. Wenn in diesem Fall die Flansche und der überwiegende Teil der Stege durchplastiziert sind, ist trotzdem noch eine seitliche Steifigkeit vorhanden, weil kleine elastische Teile der Stege aufgrund der Abstände zueinander noch eine seitliche Steifigkeit bilden. Das Grenzmoment für die seitliche Steifigkeit

ist damit praktisch das vollplastische Moment und die Bemessung eines Biegeträgers kann daher mit dem vollplastischen Moment als Bezugswert erfolgen.

In Bild 274 ist für ein Hohlprofil bei Druck und Biegung die fortschreitende Plastizierung dargestellt. Der Verlust der seitlichen Steifigkeit erfolgt kontinuierlich mit der fortschreitenden Durchplastizierung des Querschnitts und nicht sprunghaft wie beim I-Querschnitt. Der vollständige Verlust der seitlichen Steifigkeit bei ideal elastisch-plastischem Material wird erst beim vollplastischen Moment erreicht.

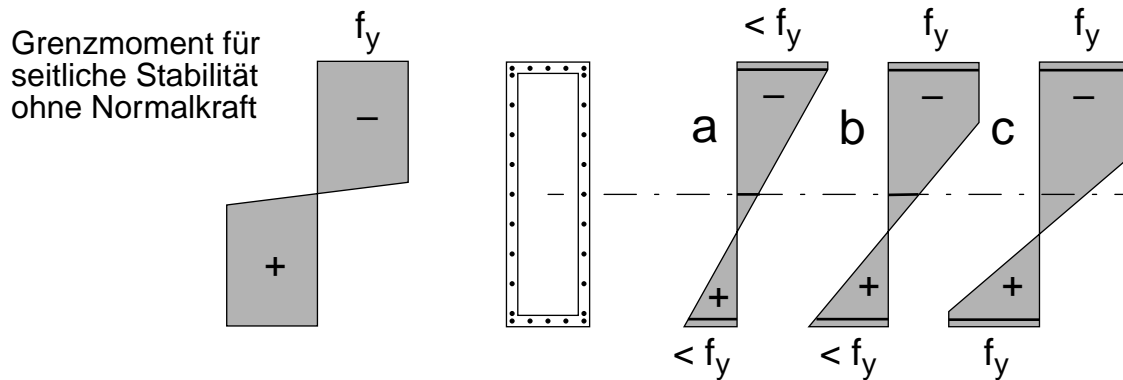


Bild 274. Seitliche Steifigkeit beim Hohlprofil

### Einfluß des Moments $M_y$ auf das Biegeknicken um die schwache Achse

Biegeknicken wird nach DIN 18800 für Stäbe bei Druck und einachsiger Biegung um die starke Achse in zwei getrennten Schritten untersucht. Der Biegeknicknachweis um die starke Achse wird für die Stabschlankheit um die starke Achse und mit  $N$  und  $M_y$  geführt. Der Biegeknicknachweis um die schwache Achse wird für die Stabschlankheit um die schwache Achse und nur mit  $N$  geführt. Das Moment  $M_y$  kommt in diesem Nachweis nicht vor.

Die Ergebnisse der Parameterstudie zeigen aber zum Teil einen bedeutenden Einfluß des Moments  $M_y$  auf das Biegeknicken um die schwache Achse. Durch das Moment  $M_y$  erfolgt in Verbindung mit den Eigenspannungen eine frühzeitige Plastizierung der Flansche und damit eine Reduktion der seitlichen Steifigkeit. Die Imperfektion um die schwache Achse und die Druckkraft bewirken ein Moment  $M_z$ . Bei einer geringen seitlichen Steifigkeit wächst die seitliche Verformung und damit das Moment  $M_z$  bei einer fortschreitenden Belastung rasch an und führt damit zu einem bedeutenden Abfall der Traglast im Vergleich zum Biegeknickkonzept nach DIN 18800. Die Nachweismethode nach DIN 18800 beschreibt daher das Tragverhalten bei Druck und einachsiger Biegung grundsätzlich nicht richtig. Die Ergebnisse liegen jedoch nur bei großen Unterschieden in den Schlankheiten um die starke beziehungsweise schwache Achse bedeutend auf der unsicheren Seite.

In Bild 275 sind für einen Stab IPE 200,  $L=2.14$  m mehrere Interaktionskurven dargestellt. Die Traglastanalysen zeigen, daß bis zu einem Verhältnis  $N/N_{pl}<0.4$  die Traglasten des seitlich nicht gestützten Stabes gleich hoch sind wie die Traglasten des seitlich gestützten Stabes. Die

Verdrehung um die Längsachse ist dabei in beiden Fällen gesperrt. Das Biegedrillknicken wird damit verhindert.

Der Nachweis nach DIN 18800 liegt im Bereich mit einem hohen Normalkraftanteil auf der unsicheren Seite. Der unsichere Bereich durch dieses Konzept wird aufgrund der auf der sicheren Seite liegenden Interaktionskurve für Biegeknicken um die starke Achse gemildert.

Die Verformungspfade sind für fünf Referenzlasten a bis e in Bild 276 für den Stab ohne seitliche Abstützung dargestellt. Die Bezeichnungen stehen an jenen Stellen im Verformungspfad, an denen die maximale Traglast erreicht wird. Der Stab mit der Referenzlast b erreicht praktisch die gleiche Traglast wie der seitlich gestützte Stab. Er weicht jedoch danach seitlich aus. Für die Referenzlasten c und d ist nach DIN 18800 das Biegeknicken um die starke Achse maßgebend. Die Traglastanalysen zeigen jedoch eine überwiegende seitliche Verformungszunahme. Die Traglasten nach GMNIA liegen auch unter den Traglasten nach DIN 18800.

Die zugehörigen Traglastkurven sind in Bild 277 zu sehen.

*Bezeichnungen*

- GMNIA            nichtlineare Analyse für Biegeknicken um die Achse y-y oder z-z
- GMNIA y-y      nichtlineare Analyse für Biegeknicken um die Achse y-y
- MNA             nichtlineare Analyse für die Beanspruchbarkeit des Querschnitts
- EC3              Biegeknicknachweis nach Eurocode 3
- DIN               Biegeknicknachweis nach DIN 18800 für Druck und einachsige Biegung

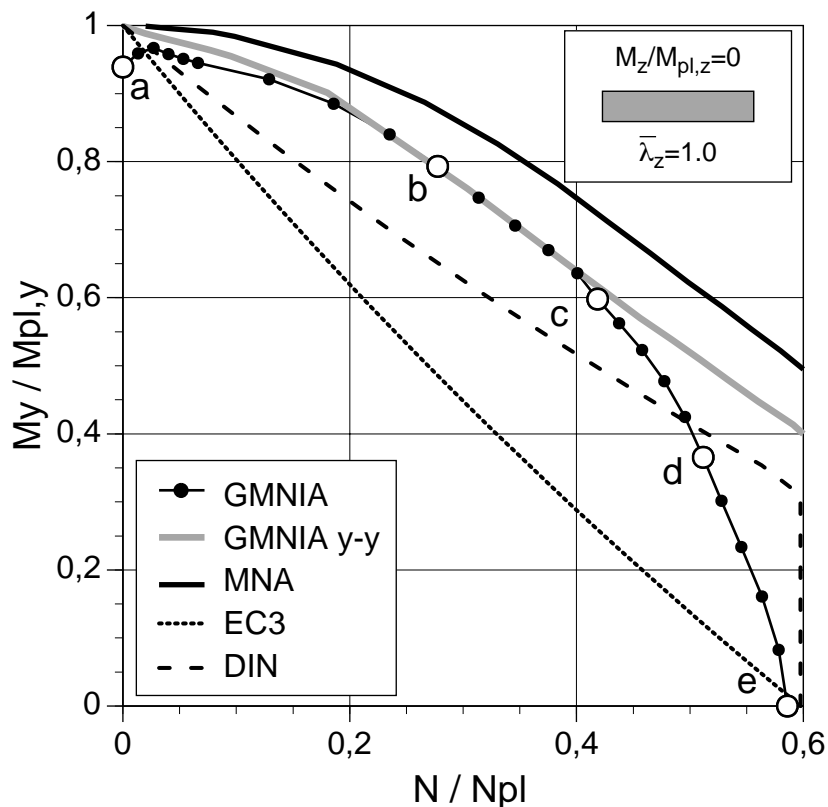


Bild 275. Interaktion N-My für IPE 200, L=2.14 m, Lf A, BK



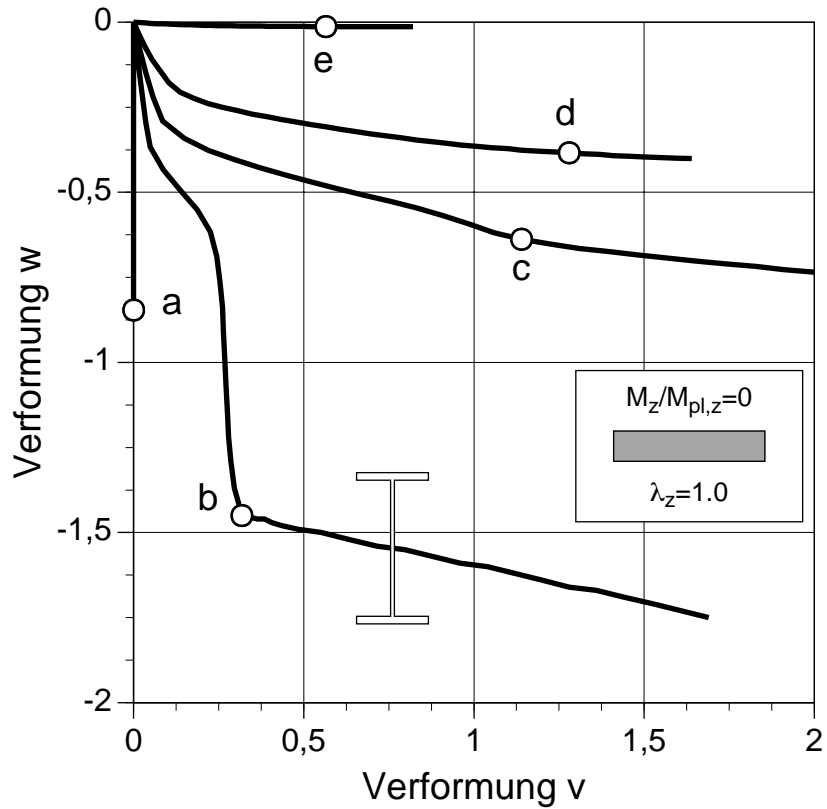


Bild 276. Verformungspfad für IPE 200, L=2.14 m, Lf A, BK

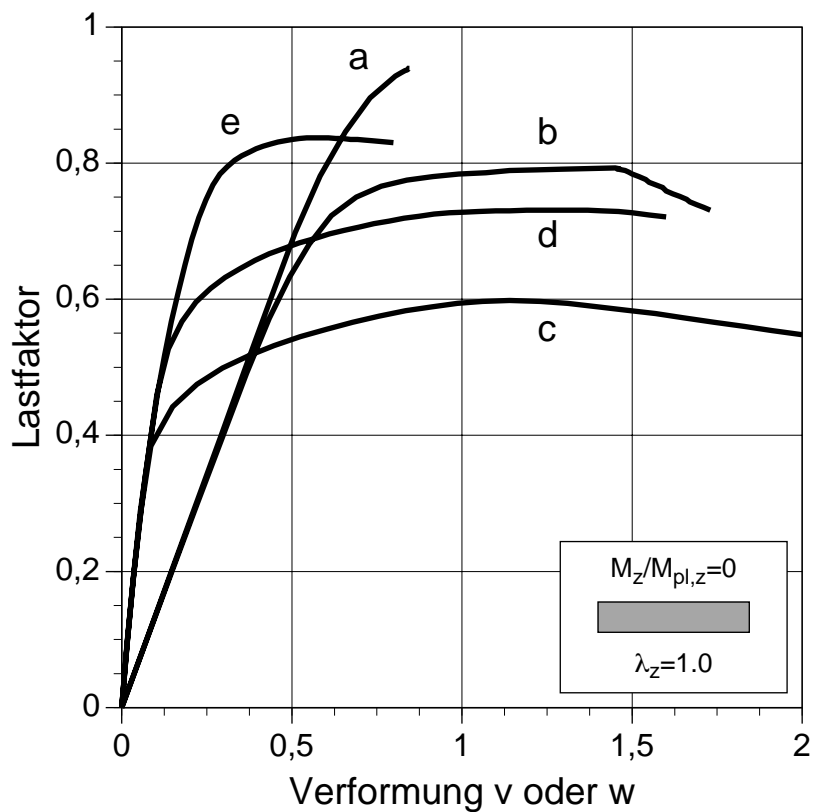


Bild 277. Last-Verformungskurve für IPE 200, L=2.14 m, Lf A, BK

## 4.8 Biegeknicken bei Stäben mit T-Querschnitt

In der Parameterstudie wurden Stäbe mit einem I-Querschnitt oder Hohlquerschnitt untersucht. Bei Stäben mit anderen Querschnittsformen, zum Beispiel mit einem T-Querschnitt, kann der Bemessungsvorschlag bei entsprechenden Ersatzimperfektionen grundsätzlich auch angewendet werden. Beim Nachweis der Beanspruchbarkeit des Querschnitts mit den Schnittkräften nach Theorie 2. Ordnung ist jedoch die entsprechende querschnittsabhängige Interaktionsgleichung zu verwenden. Im Eurocode 3 ist für den T-Querschnitt der Klasse 1 keine Interaktionsgleichung angegeben.

In Bild 278 ist für einen Querschnitt T140 die Interaktionsfläche für die Beanspruchbarkeit des Querschnitts dargestellt. Beim T-Querschnitt hängt die Interaktionsfläche auch stark von der Richtung des Moments  $M_y$  ab. Die Kurvenschar MNA  $-M_y$  gilt, wenn infolge des Moments  $M_y$  am Stegende Druckspannungen vorhanden sind. Die Kurvenschar MNA  $+M_y$  gilt, wenn infolge des Moments  $M_y$  am Stegende Zugspannungen vorhanden sind. Beim T-Querschnitt ist also bei einer genauen Traglastermittlung die Biegerichtung des Moments  $M_y$  zu berücksichtigen.

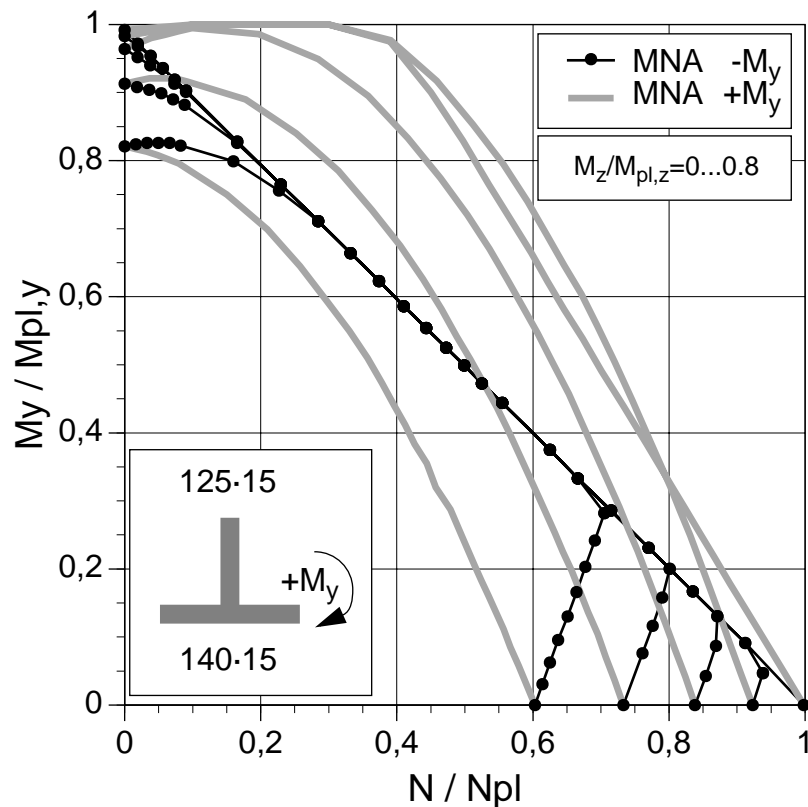


Bild 278. Querschnittsinteraktion  $N$ - $M_y$ - $M_z$  für T140

Die Form der Interaktionsfläche für die Beanspruchbarkeit des Querschnitts spiegelt sich auch in der Interaktionsfläche für das Biegeknicken wieder. In den Interaktionsdiagrammen Bild 279 bis Bild 281 sind für den Stab T140 für verschiedene Schlankheiten die Traglasten für das Biegeknicken dargestellt. Die in den Traglastanalysen verwendete Verteilung der Eigenstressungen wurde aus [29] entnommen.

Der Einfluß der Momentenrichtung auf die Form der Interaktionskurven ist beträchtlich. Der Unterschied ist bei höheren Schlankheiten, und vor allem bei einem hohen Momentenanteil um die Achse z-z, geringer als bei geringen Schlankheiten.

Im Eurocode 3 sind für T-Querschnitte keine speziellen Angaben enthalten. Die Nachweise wurden mit der üblichen Interaktionsformel für Querschnitte der Klasse 1 und Klasse 2 für die Knickspannungslinie c geführt.

*Anmerkung:* Die Endpunkte der Kurven  $-M_y$  und  $+M_y$  für zentrischen Druck fallen nicht zusammen. Dies ergibt sich durch das Vorzeichen der Vorkrümmung quer zur starken Achse, die jeweils in Richtung der Vorbeulverformung aus dem Moment  $M_y$  angenommen wurde. Die Richtung der geometrischen Imperfektion quer zur Achse y-y hat beim T-Querschnitt also bei zentrischem Druck einen Einfluß auf die Traglast. Die Ursache liegt in der von der Momentenrichtung abhängigen Beanspruchbarkeit des Querschnitts, denn eine Imperfektion in Verbindung mit einer zentrischen Druckkraft ergibt eine Momentenbeanspruchung.

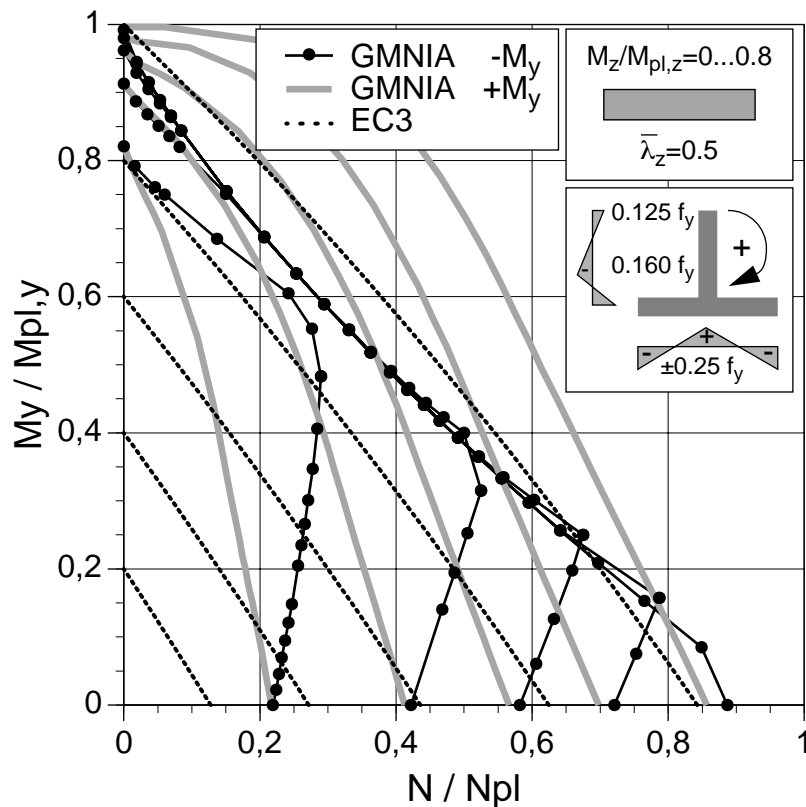


Bild 279. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für T140, L=1.38 m, Lf A, BK

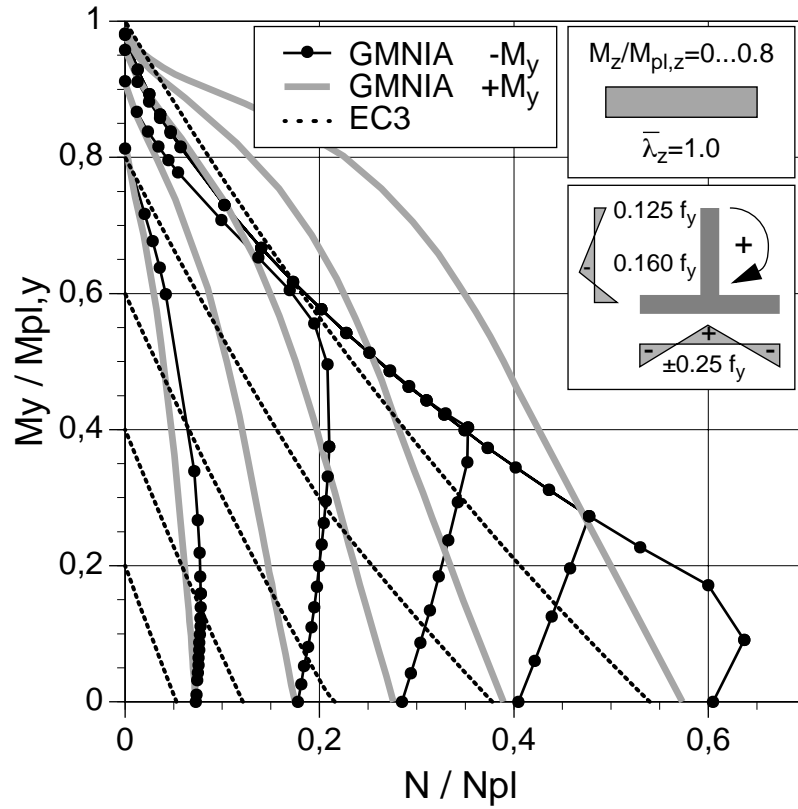


Bild 280. Interaktion N-M<sub>y</sub>-M<sub>z</sub> für T140, L=2.76 m, Lf A, BK

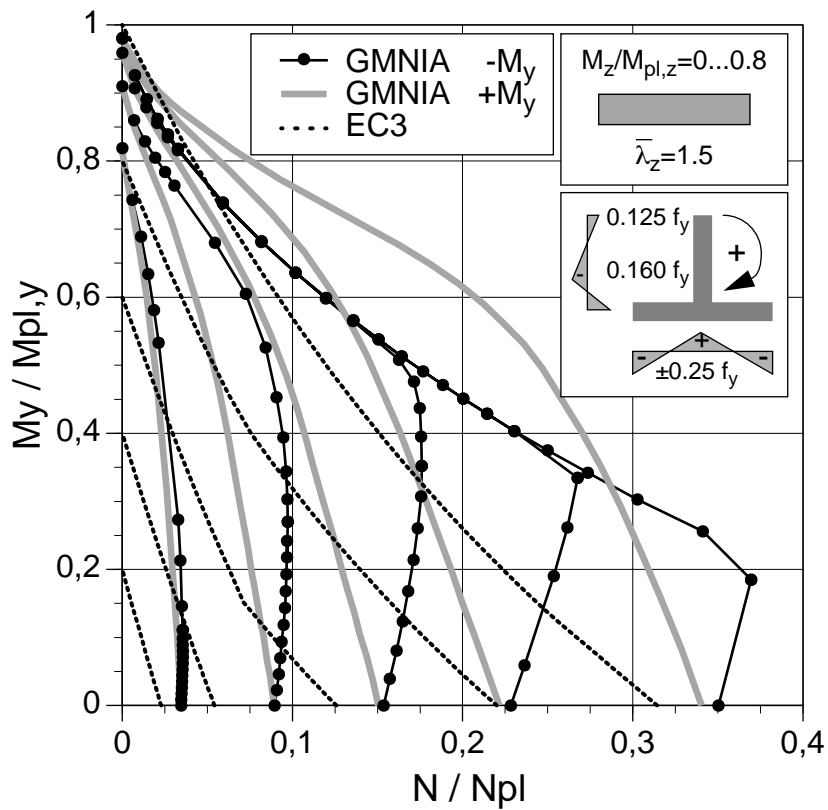


Bild 281. Interaktion N-M<sub>y</sub>-M<sub>z</sub> für T140, L=4.14 m, Lf A, BK

## 4.9 Biegeknicken mit Querschnitten der Klasse 3

Für Stäbe mit Querschnitten der Klasse 3 ist nach Eurocode 3 eine lineare Querschnittsinteraktion mit den elastischen Querschnittswiderständen vorgesehen. Bei Verwendung dieser Querschnittsinteraktion ergibt sich für Querschnitte der Klasse 3 der Bemessungsvorschlag SOEIA (second order elastic analysis of imperfect system). In den Interaktionsdiagrammen Bild 282 bis Bild 284 sind die Traglasten für das Biegeknicken mit Ausweichrichtung um beide Achsen nach SOPHIA, SOEIA, Eurocode 3 und DIN 18800 gegenübergestellt. Die Berechnungen wurden für den Querschnitt IPE 200 ungeachtet der tatsächlichen Querschnittsklasse durchgeführt. Bei SOEIA (M) wurde die modifizierte Ersatzimperfection analog SOPHIA zugrundegelegt. Bei SOEIA (D) wurde die Ersatzimperfection entsprechend der DIN 18800 für das Verfahren EE mit 2/3 des Grundwertes nach Tab. 3 auf Seite 32 angenommen.

Nach SOEIA ergeben sich zum Teil bedeutend geringere Traglasten im Vergleich zu SOPHIA. Bei einem hohen Momentenanteil ist die Übereinstimmung von SOEIA mit den Traglasten nach Eurocode 3 für Querschnitte der Klasse 3 gut. Bei einer überwiegenden Normalkraftbeanspruchung ergeben sich nach SOEIA geringere Traglasten als nach Eurocode 3. Dieser Effekt erscheint plausibel. Im Gegensatz dazu sind nach Eurocode 3 für zentrischen Druck die Traglasten für Querschnitte der Klasse 3 aufgrund der gleichen Knickspannungslinien genauso hoch wie für Querschnitte der Klasse 1. Dieses Ergebnis ist schwer verständlich.

Die Abminderungsfaktoren nach den Europäischen Knickspannungslinien wurden an Versuchen und Traglastanalysen angepaßt. Die Versuche wurden, soweit dies aus der Literatur erkennbar ist, mit kompakten Walzprofilen durchgeführt. Eine Definition von Querschnittsklassen wie nach Eurocode 3 war zu dieser Zeit noch nicht ausreichend ausgereift. Bei den Traglastanalysen wurde ein unverformbarer Querschnitt vorausgesetzt und die vollplastische Beanspruchbarkeit des Querschnitts angenommen. Die Abminderungsfaktoren gelten damit nur für kompakte Querschnitte und der Interaktionspunkt nach Eurocode 3 für zentrischen Druck stellt die Traglast für Querschnitte der Klasse 1 und 2 dar. Bezüglich der Momente hat die Interaktionsformel den Charakter einer linearen Interaktion, also passend für Querschnitte der Klasse 3.

### Schlußfolgerungen

Die Anwendung der Europäischen Knickspannungslinien für Querschnitte der Klasse 3 muß aufgrund der gegebenen Problematik diskutiert werden. Beim Bemessungsvorschlag ist keine grundsätzliche Unstimmigkeit zwischen der Definition der Querschnittsklasse 3 und der Anwendung SOEIA gegeben.

#### *Bezeichnungen*

SOPHIA	Bemessungsvorschlag für Querschnitte der Klasse 1 und 2
SOEIA(M)	Bemessungsvorschlag für Querschnitte der Klasse 3 mit den modifizierten Ersatzimperfectionen nach Gl. (29)
SOEIA(D)	Bemessungsvorschlag für Querschnitte der Klasse 3 mit den Ersatzimperfectionen nach DIN 18800
EC3	Nachweis nach Eurocode 3 für Querschnitte der Klasse 3
DIN	Nachweis nach DIN 18800 für Druck und einachsige Biegung

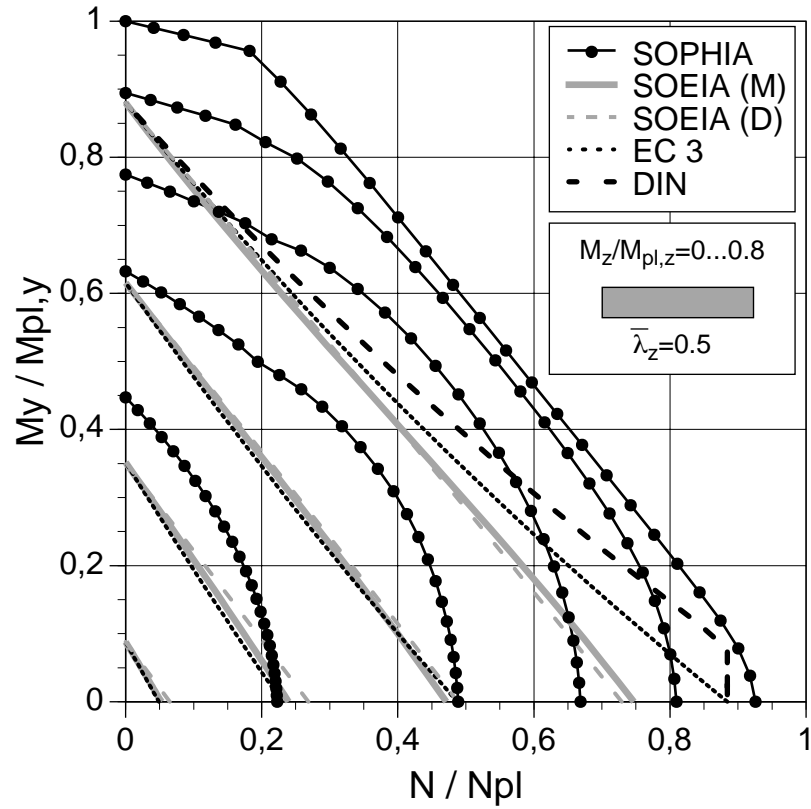


Bild 282. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=1.07 m, Lf A, BK

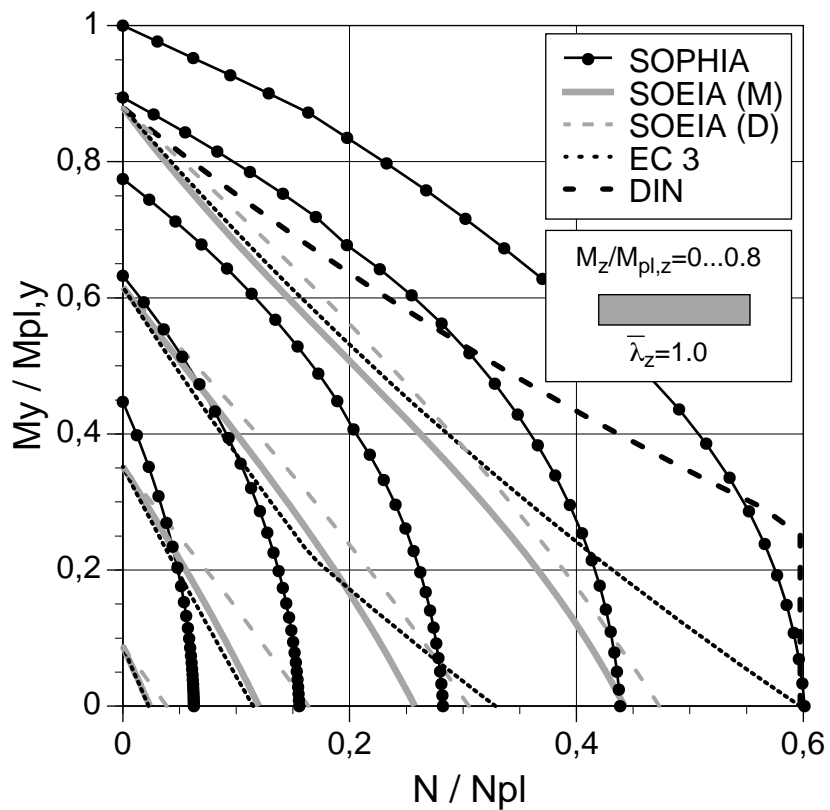


Bild 283. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=2.14 m, Lf A, BK

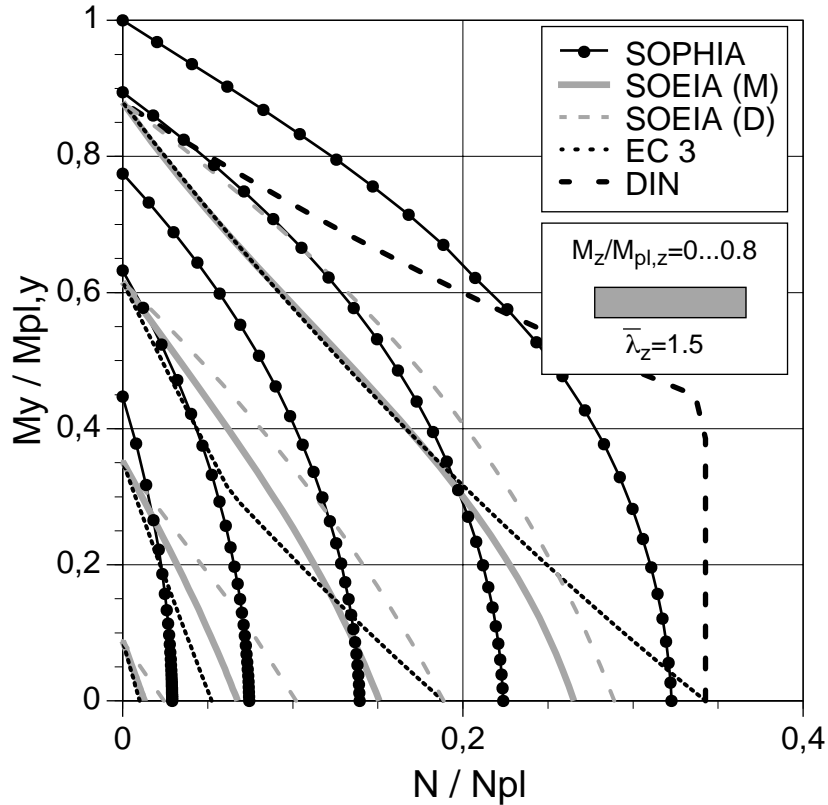


Bild 284. Interaktion N- $M_y$ - $M_z$  für IPE 200, L=3.21 m, Lf A, BK

*Anmerkung:* Für SOEIA und Eurocode 3 sind nur die Interaktionskurven für  $M_z/M_{pl,z}=0.0, 0.2, 0.4$  und  $0.6$  dargestellt, weil für  $M_z/M_{pl,z}=0.8$  die Ergebnisse bei der gewählten Skala außerhalb des möglichen Wertebereichs liegen.

In Bild 285 ist für das Biegeknicken um die starke Achse eine analoge Gegenüberstellung zu sehen. Im Vergleich zum Biegeknicken mit Ausweichrichtung um beide Achsen fällt der Unterschied zwischen SOPHIA und SOEIA für zentrischen Druck nicht so stark aus, weil hier kein  $M_z$  aus der Imperfektion quer zur schwachen Achse vorhanden ist und die hohen plastischen Reserven um die schwache Achse nicht zum Tragen kommen.

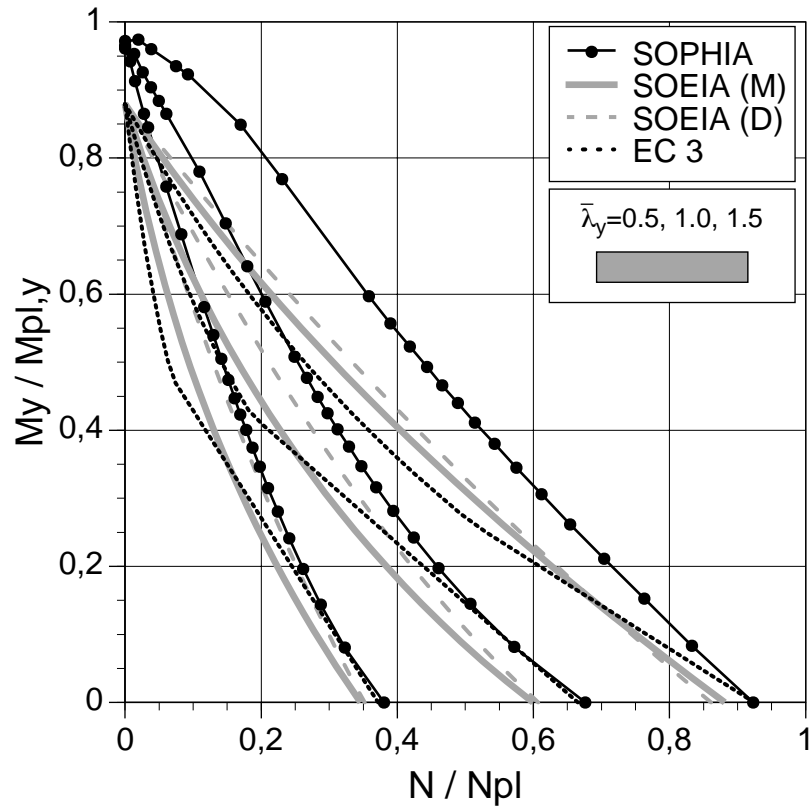


Bild 285. Interaktion N- $M_y$  für IPE 200, Lf A, BK um y-y



## 4.10 Vergleichsrechnungen

Vergleiche mit Versuchen und mit Ergebnissen von anderen Programmen stellen einen wichtigen Bestandteil bei der Bestätigung von Berechnungen dar. Weiters sind die Auswirkungen von Modellannahmen und unsicheren Parametern in Sensitivitätsanalysen zu untersuchen, um bei komplexen Berechnungen eine gesicherte Aussage zu erhalten. Mit einer einzigen Berechnung kann daher kaum eine maßgebende Traglast gesichert ermittelt werden.

Für die Bestätigung des für die Parameterstudie verwendeten mechanischen Modells mit Stabelementen wurden mit dem gleichen Programm mehrere Vergleichsrechnungen mit einem Schalenmodell durchgeführt. Die Abweichungen der Traglasten lagen im Bereich von wenigen Prozenten. Weiters wurden mehrere Versuchsergebnisse aus der Literatur mit dem Stabmodell nachgerechnet. Leider sind die Versuche bezüglich tatsächlicher geometrischer Imperfektionen, Eigenspannungen und Streckgrenzen oft nicht ausreichend dokumentiert. Manche Einflüsse können meßtechnisch auch nur schwer erfaßt oder im Rechenmodell nur sehr aufwendig nachgebildet werden. Das können zum Beispiel Fließgrenzenstreuungen, tatsächliche Eigenspannungsverteilungen, Abweichungen von den planmäßigen Querschnittsabmessungen, ungewollte Reibungen bei Lagerungen, ungewollte Abweichungen von den geplanten Lasteinleitungen und anderes sein. Eine Abweichung zwischen der Rechnung und dem Versuch kann daher nicht immer zweifelsfrei zugeordnet werden. Trotzdem haben diese Vergleiche eine wichtige Bedeutung.

### Versuche aus der Literatur

Als Beispiel für durchgeführte Vergleichsrechnungen sind in Bild 286 die Traglastkurven von zwei Großversuchen [19] den Traglastanalysen mit dem Stabmodell gegenübergestellt. Die Versuche wurden mit dem Querschnitt IP 30 und einer Stablänge  $L=542.5$  cm durchgeführt. Der Querschnitt entspricht etwa einem HEB 300. In der Berechnung können beim I-Querschnitt keine Flanschausrundungen berücksichtigt werden. Die Querschnittsabmessungen wurden daher so festgelegt, daß sich etwa die Querschnittswerte des IP 30 ergeben. Die festgelegte Höhe/Breite/Flanschdicke/Stegdicke beträgt für die Traglastanalyse 30/30/2/1.2 cm. Die Normalkraft wurde im Versuch zweiachsig außermittig aufgebracht. Die Belastungskomponenten  $N$ - $M_y$ - $M_z$  wurden im Versuch und in der Rechnung gleichzeitig gesteigert. Die auf die Hauptachsen bezogenen Exzentrizitäten  $a_y$  und  $a_z$  sind für die zwei Versuche in Tab. 15 angeführt. Für die Traglastanalyse ergab sich damit eine Belastung aus Druck und zweiachsiger Biegung mit konstantem Momentenverlauf.

Tab. 15. Exzentrizitäten

[cm]	$a_y$	$a_z$
Versuch 1	11.3	5.85
Versuch 2	11.3	11.7

Die Streckgrenzen über den Querschnitt lagen zwischen 26.5 und 28.7 kN/cm<sup>2</sup> beim Versuch 1. Der Mittelwert im Flansch betrug 27.3 kN/cm<sup>2</sup>. Für den Versuch 2 wurden Streckgrenzen zwischen 24.5 und 30.9 kN/cm<sup>2</sup> gemessen. Der Mittelwert im Flansch betrug 25.4 kN/cm<sup>2</sup>. Diese Mittelwerte wurden in der Berechnung verwendet und konstant über den Querschnitt angenommen. Für die Berechnung wurde eine ideal elastisch-plastische Arbeitslinie ohne Verfestigung und mit einem Elastizitätsmodul  $E=21000 \text{ kN/cm}^2$  verwendet. Bezüglich der Stabvorkrümmungen und Eigenspannungen sind in der Veröffentlichung keine Meßwerte angegeben. Für die Rechnungen wurden daher die Vorkrümmungen mit  $e=L/1000$  und die Eigenspannungen mit der üblichen Verteilung und einer Druckspannung von  $0.5 \cdot f_y$  an den Flanschenden angenommen. An den Stabenden waren in den Versuchen Kopfplatten angeschweißt. Der Einfluß der Wölbbehinderung wurde durch die Berechnung der Grenzfälle untersucht.

WF ... Verwölbung ist frei

WG ... Verwölbung ist gesperrt

Für den Versuch 1 ergab die Rechnung eine um 4% zu niedrige Traglast ohne Wölbbehinderung (WF) und um eine 1% zu hohe Traglast mit Wölbbehinderung (WG). Für den Versuch 2 ergab die Rechnung eine um 6% zu hohe Traglast ohne Wölbbehinderung und um eine 9% zu hohe Traglast mit Wölbbehinderung. Der Verlauf der Traglastkurven ist in Bild 286 dargestellt. Die Referenzlast, auf die sich der Laststeigerungsfaktor bezieht, betrug 1000 kN. Die Abweichungen können unter Berücksichtigung der unsicheren beziehungsweise ungenau modellierten Parameter als durchaus gut eingestuft werden. Die Ergebnisse der Traglastanalyse ergaben sich aus der ersten Nachrechnung. Es wurde also nicht versucht, durch eine Variation der unsicheren Parameter im möglichen Bereich, eine bessere Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen zu erhalten.

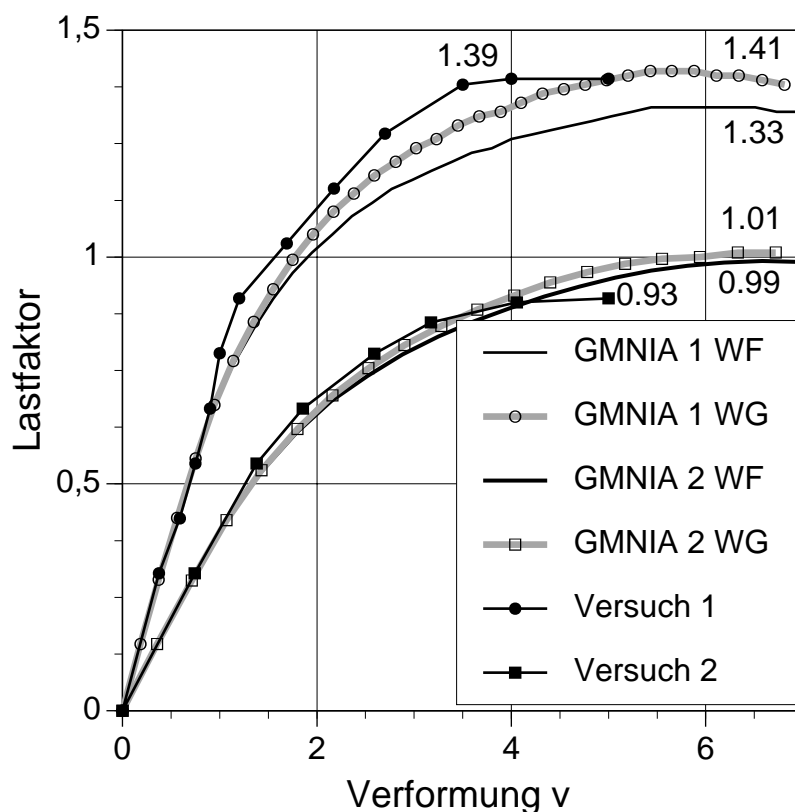


Bild 286. Vergleich der Traglastkurven aus Versuch und Rechnung

Weitere Vergleichsrechnungen mit Versuchen zum Biegedrillknicken von Stützen aus hochfestem Stahl StE 690 [23] zeigten im allgemeinen Abweichungen von etwa  $\pm 10\%$  und in einigen Fällen bis  $\pm 20\%$ . Die einachsige außermittige Normalkraftbelastung erfolgte mit unterschiedlichen Exzentrizitäten an beiden Stabenden und damit wurden konstante bis durchschlagende Momentenverläufe realisiert. Es wurden zwei geschweißte Querschnittstypen verwendet, die etwa dem Querschnitt HEB 160 und IPE 200 entsprechen. Die Stablängen betragen 130 bis 280 cm. Damit ergaben sich bezogene Schlankheiten um die Achse z-z von 0.585 bis 1.686. Angaben zu mittleren Streckgrenzen, Vorverformungen und tatsächliche Außermittungen sind in der Veröffentlichung enthalten. Eigenspannungen wurden in der Berechnung nicht berücksichtigt.

## Traglastanalysen mit Schalenmodellen

In Bild 287 sind Traglastkurven eines Schalenmodells (4-Knoten Schalenelemente S4R) mit Traglastkurven eines Stabmodells (Stabelemente B31OS) gegenübergestellt. Beim Schalenmodell wurden über den Querschnitt jeweils acht Elemente für die Flansche und den Steg verwendet. Die Stablänge wurde wie beim Stabmodell in 100 Elemente geteilt. Bei den Traglastanalysen wurden geometrische Imperfektionen und Eigenspannungen berücksichtigt. An den Stabenden wurden Gabellager angeordnet. Biegedrillknicken kann auftreten. Die Belastung erfolgte durch eine Druckkraft und eine konstante Gleichlast mit dem Lastangriff entlang der Schwerpunktslinie (Lf F). Es wurden drei Referenzlasten a, c und e berechnet. Die Referenzwerte, auf die sich die Lastfaktoren der Traglastanalysen beziehen, sind in Tab. 16 angegeben.

Tab. 16. Referenzlasten

	a	c	e
$N_{\text{ref}}/N_{\text{pl}}$	0.0	1.0	1.0
$M_{y,\text{ref}}/M_{\text{pl},y}$	1.0	1.0	0.0
$M_{z,\text{ref}}/M_{\text{pl},z}$	0.0	0.0	0.0

Die Traglasten aus dem Schalenmodell sind vor allem bei der Referenzlast a etwas geringer als die Traglasten aus dem Stabmodell (2.8%). Für die Referenzlast a sind zum Vergleich auch die Traglastkurven aus den Berechnungen ohne Eigenspannungen strichliert eingezeichnet. Daraus ist zu erkennen, daß die Eigenspannungen sich nur im Bereich des Lastmaximums deutlich auswirken und die Linien im Nachbeulbereich nahezu zusammenfallen.

In Bild 288 ist für die Referenzlast c als Beispiel für das Schalenmodell die Verformungsfigur mit 10-facher Überhöhung im Zustand der maximalen Traglast  $LPF=0.361$  dargestellt.

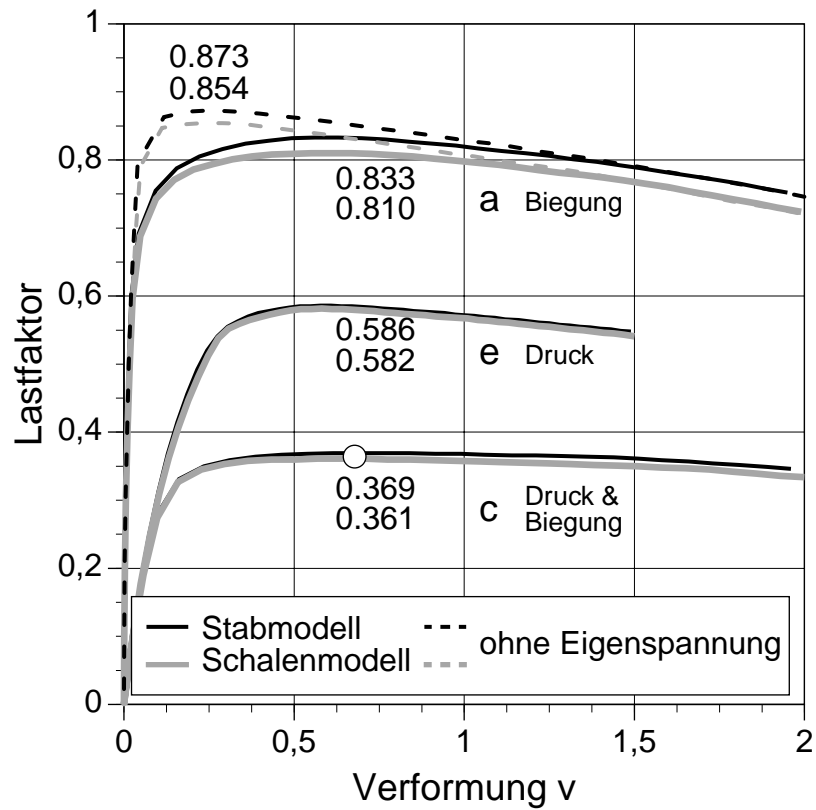


Bild 287. Vergleich der Traglastkurven aus Schalenmodell und Stabmodell

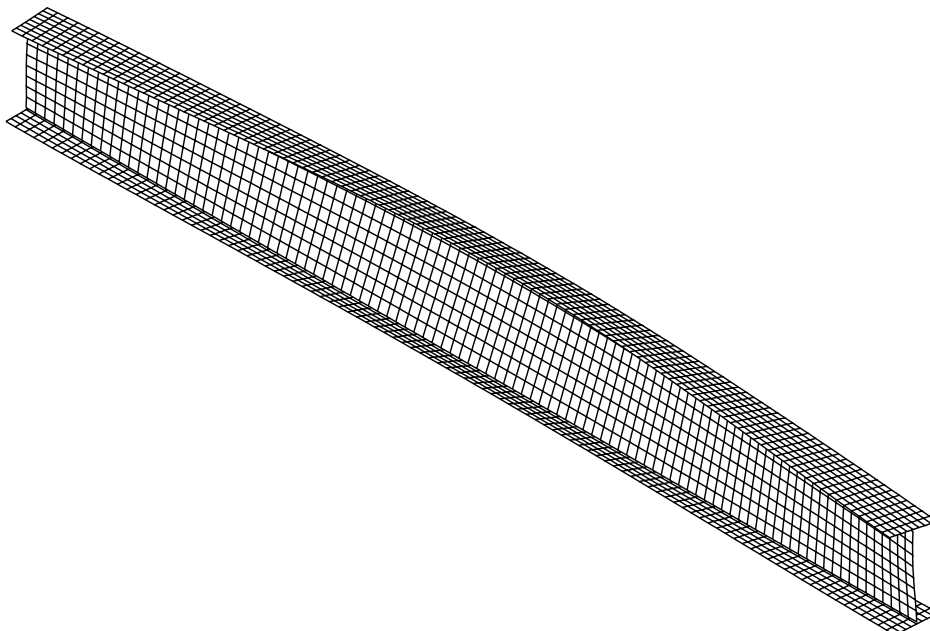


Bild 288. Verformung eines Schalenmodells bei Druck und Biegung

---

In diesem Abschnitt wird eine Zusammenfassung der vorliegenden Arbeit gebracht und ein Ausblick für weitere Arbeiten zusammengestellt. Abschließend wird eine Gestaltung eines FE-Programms zur Berechnung von Stabtragwerken nach der nichtlinearen Traglastanalyse vorgeschlagen und als Beispiel die Berechnung eines Zweigelenrahmens nach dieser Methode gezeigt.

## Allgemeines

Das Biegeknicken und Biegedrillknicken ist im Stahlbau aufgrund der im allgemeinen schlanken Stäbe von großer Bedeutung. Dem entsprechend zahlreich sind die Veröffentlichungen zu diesem Thema. Es fehlen jedoch nach wie vor möglichst einfache Bemessungsregeln für diese Stabilitätsfälle, mit denen für den praktischen Parameterbereich die Traglasten in einer guten Übereinstimmung mit genauen Traglastanalysen beziehungsweise Versuchen ermittelt werden können. In der vorliegenden Arbeit wird vor allem das Biegeknicken von Einzelstäben aus Stahl bei Druck und zweiachsiger Biegung behandelt. Das Biegedrillknicken wird getrennt und in einer weniger umfangreichen Parameterstudie untersucht. Es werden doppelsymmetrische und unverformbare Querschnitte mit voller plastischer Beanspruchbarkeit vorausgesetzt. Lokales Beulen und die Interaktion mit dem globalem Stabilitätsversagen ist daher ausgeschlossen.

Bei der Anwendung der Biegeknicknachweise nach DIN 18800 beziehungsweise nach Eurocode 3 treten mehrere Fragen auf. Diese in der Problemstellung formulierten Fragen waren die Ausgangspunkte der Arbeit. Zur Klärung dieser Fragen und des Tragverhaltens wurden zahlreiche materiell und geometrisch nichtlineare Traglastanalysen von imperfekten Einzelstäben durchgeführt und in Interaktionsdiagrammen  $N-M_y-M_z$  den Traglasten nach DIN 18800 und Eurocode 3 gegenübergestellt. Damit ließ sich ein Verständnis für das Tragverhalten und die Bemessungskonzepte gewinnen.

Aus den Vergleichen kann generell festgestellt werden, daß für zentrisch beanspruchte Stäbe die Europäischen Knickspannungslinien mit den berechneten Traglasten der Parameterstudie sehr gut übereinstimmen. Eine relativ gute Übereinstimmung ist auch bei einer reinen Momentenbeanspruchung mit den Abminderungsfaktoren  $\kappa_{LT}$  für das Biegedrillknicken gegeben. Die Eckpunkte der Interaktionsdiagramme  $N-M_y-M_z$  werden durch den Eurocode 3 damit gut wiedergegeben. Die Interaktion bei einer kombinierten Beanspruchung wird allerdings durch die Interaktionsgleichung zum Teil unbefriedigend beschrieben. Bei Druck und zweiachsiger Biegung mit einem hohen Momentenanteil um die schwache Achse liegt die Interaktionsgleichung erheblich auf der sicheren Seite. Die tatsächliche Sicherheit ist damit sehr ungleich verteilt und bei Druck und zweiachsiger Biegung bedeutend höher als bei einer Belastung nur durch eine Druckkraft oder einem Moment.

Andererseits sind bei Druck und einachsiger Biegung die Traglasten nach DIN 18800 im Vergleich zur Parameterstudie zum Teil auf der unsicheren Seite. Das Tragverhalten bei Druck und einachsiger Biegung wird damit weder nach dem Konzept der DIN 18800 noch nach Eurocode 3 bei großen Schlankheitsdifferenzen um beide Achsen gut wiedergegeben. Der Übergang von der einachsigen Biegung zur zweiachsigen Biegung ist nach den Ergebnissen der Parameterstudie kontinuierlich. Dies steht im Gegensatz zur unstetigen Bemessungsregel nach der DIN 18800. Ebenso verhält es sich bezüglich der Unstetigkeiten bei einer kleinen Schlankheit oder bei einer kleinen Normalkraft. Der Übergang vom Biegeknicken zur Beanspruchbarkeit des Querschnitts ist nach Eurocode 3 sprunghaft für Querschnitte der Klasse 1 und Klasse 2. Auch dies steht im Gegensatz zu den kontinuierlichen Übergängen bei den Ergebnissen der Parameterstudie.

Eine weitere Problemstellung ergab sich bei der Betrachtung von Querschnitten der Klasse 3. Nach Eurocode 3 sind bei zentrischem Druck die Traglasten für die kompakten Querschnitte der Klasse 1 gleich hoch wie die Traglasten für Querschnitte der Klasse 3, weil die selben

Knickspannungslinien verwendet werden. Die Querschnitte der Klasse 3 lassen jedoch geringere Traglasten erwarten.

Auch bezüglich der Verwendung von zugehörigen Schnittkräften beim Nachweis nach Eurocode 3 konnte durch die Parameterstudie ein Überblick gewonnen werden. Hier ließ sich allerdings nicht eine grundsätzliche Bestätigung für den gesamten Parameterbereich geben.

Zur Beseitigung der Diskrepanzen zwischen den berechneten Traglasten der Parameterstudie und den Traglasten nach Eurocode 3 entstand ein Bemessungsvorschlag für das Biegeknicken von Stäben bei Druck und zweiachsiger Biegung. An den Bemessungsvorschlag wurden folgende Forderungen gestellt.

- Beseitigung der in der Problemstellung erwähnten Unstetigkeiten
- Gute Übereinstimmung mit den Traglasten der Parameterstudie und damit eine ausgewogene Sicherheit im gesamten untersuchten Parameterbereich
- Eignung für eine Handrechnung

### **Bemessungsvorschlag SOPHIA**

Der im Zuge der vorliegenden Arbeit zusammengestellte Bemessungsvorschlag beseitigt die in der Einleitung dargelegten Probleme der Biegeknicknachweise nach DIN 18800 und Eurocode 3. Der Bemessungsvorschlag für das Biegeknicken ist zwar aufwendiger als die Nachweismethode nach Eurocode 3, aber für eine Handrechnung noch geeignet. Der Vorteil liegt in einer wirtschaftlichen Bemessung bei Druck und zweiachsiger Biegung und in der Beseitigung der Unstetigkeiten zwischen dem Querschnittsnachweis und dem Biegeknicknachweis beziehungsweise bei einachsiger Biegung zwischen der DIN 18800 und dem Eurocode 3. Beim Bemessungsvorschlag ist eine relativ gute Übereinstimmung mit den Traglasten der Parameterstudie und damit eine ausgeglichene Sicherheit im gesamten untersuchten Bereich gegeben. Der Grund hierfür liegt im verwendeten mechanischen Modell. Die Grundlage bildet die Fließgelenktheorie 2. Ordnung am Einzelstab. Der Stabilitätseffekt wird nicht über die Systemknicklängen nach der elastischen Verzweigungstheorie berücksichtigt, sondern durch die Berechnung der Schnittkräfte nach Theorie 2. Ordnung am imperfekten Stab. Die modifizierte Ersatzimperfektion wird nach Gl. (29) angenommen. Im Bereich der Stabmitte und eventuell an den Stabenden werden Querschnittsnachweise geführt. Es wird also eine Traglastanalyse simuliert.

Ein Vorteil beim Bemessungsvorschlag ist auch die Trennung zwischen Querschnitten der Klasse 1 gegenüber Querschnitten der Klasse 3 durch die Verwendung der entsprechenden Interaktionsformeln für die Beanspruchbarkeit des Querschnitts. Ein bedeutender Nachteil des Bemessungsvorschlags ist, neben dem allgemein höheren Rechenaufwand und dem noch nicht enthaltenen Fall des Biegedrillknickens, für zentrisch gedrückte Stäbe mit Querschnitten der Klasse 1 und Klasse 2 gegeben. In diesen Fällen ist die Nachweisform nach Eurocode 3 mit den Abminderungsfaktoren der Europäischen Knickspannungslinien besser und einfacher als der Bemessungsvorschlag.

Das Biegeknicken von einem verschieblichen und seitenweichen Tragwerk kann nach Eurocode 3 mit dem Ersatzstabverfahren über Systemknicklängen nachgewiesen werden. Beim Bemessungsvorschlag muß in diesen Fällen eine Tragwerksberechnung nach Theorie 2. Ordnung erfolgen. Dies ist sicherlich aufwendiger als die Schnittkraftermittlung nach

Theorie 1. Ordnung. Nach Eurocode 3 ist allerdings für die Bemessung der Verbindungen und für den Biegedrillknicknachweis die Berechnung der Stabendmomente nach Theorie 2. Ordnung gefordert. Diesbezüglich ist also kein Vorteil des Ersatzstabverfahrens gegeben.

Anhand der in dieser Arbeit dokumentierten Traglastanalysen kann ein Verständnis für das Tragverhalten von Stäben bei Druck und zweiachsiger Biegung gewonnen werden. Damit ist eine wichtige Voraussetzung für eine sichere und wirtschaftliche Anwendung von Bemessungsregeln gegeben. Die Parameterstudie, die allgemeinen Studien des Tragverhaltens und der Bemessungsvorschlag sind die wesentlichen Ergebnisse der vorliegenden Arbeit. Beim Bemessungsvorschlag ist weniger die gezeigte Formelzusammenstellung das wesentliche Ergebnis, sondern die Erkenntnis, daß mit einem grundsätzlich richtigen mechanischen Modell ein Problem mit zahlreichen Parametern besser gelöst werden kann, als zum Beispiel mit Interaktionsformeln ohne starken mechanischen Hintergrund.

## Ausblick

Ein wichtiger Punkt für eine allgemeine Anwendbarkeit des Bemessungsvorschlages ist die Berücksichtigung von Biegedrillknicken. Insofern ist der Bemessungsvorschlag noch unvollständig. Ein Heranziehen des jetzigen Biegedrillknicknachweises nach Eurocode 3 als Ergänzung ist nicht sinnvoll, weil damit die Vorteile des Bemessungsvorschlages bei Druck und zweiachsiger Biegung wieder aufgehoben werden. Die Erweiterung des Bemessungsvorschlages zur Berücksichtigung des Biegedrillknickens muß also in analoger Form wie für das Biegeknicken erfolgen. Dies ist grundsätzlich möglich. Der Rechenaufwand für eine Handrechnung steigt damit aber beträchtlich und die Akzeptanz für die Praxis ist damit kaum gegeben. Ein für den gesamten praktischen Parameterbereich gültiges Verfahren für eine möglichst genaue Ermittlung der Traglasten läßt sich wahrscheinlich nur als EDV-Programm realisieren. Ein erweiterter Bemessungsvorschlag mit der Berücksichtigung des Biegedrillknickens ließe sich zweifellos einfach programmieren. Nachdem aber die allgemein zur Verfügung stehende Hardware sehr leistungsfähig ist, wird es wahrscheinlich besser sein, ein Programm für nichtlineare Traglastanalysen mit einer guten Unterstützung der Eingabe zu entwickeln.

Für die Berechnung und Bemessung von Tragwerken werden sich daher immer stärker zwei grundsätzliche Bemessungsmethoden entwickeln.

- Einfache Handrechnung für die Kostenschätzung und Vordimensionierung
- Computerprogramme für eine möglichst genaue Traglastberechnung (GMNIA)

Die Nachweismethoden für Biegeknicken und Biegedrillknicken in der bisherigen ÖNorm B4600 können als gut geeignet für eine Handrechnung bezeichnet werden. Für eine Vordimensionierung könnte grundsätzlich diese Methode weiterhin, nach entsprechender Anpassung an das neue Sicherheitskonzept, dienen.

Die Entwicklung von Programmen für eine einfache und praxisgerechte Anwendung von genauen Verfahren, wie der nichtlinearen Traglastanalyse, ist denkbar, aber erst im Entstehen. Bis dahin sind Nachweismethoden zur möglichst genauen Erfassung der Traglasten von Tragwerken erforderlich. Die Nachweismethode nach Eurocode 3 kommt den tatsächlichen Traglasten zwar etwas näher als die ÖNorm B4600, aber verdient die Bezeichnung einer einfachen Handrechnung nur mehr eingeschränkt. Bei einer einfacheren Formulierung der Interaktionsfaktoren  $k_y$  und  $k_z$  wäre ein wesentlicher Beitrag für eine einfachere Anwendung



gegeben. Eine bessere Übereinstimmung mit wirklichkeitsnahen Traglasten ist für das Biegeknicken mit dem Bemessungsvorschlag in der vorliegenden Arbeit gegeben, allerdings mit dem damit unvermeidbaren weiteren Mehraufwand bei einer Handrechnung. Der Bemessungsvorschlag ist damit eine Nachweismethode zwischen einer einfachen Handrechnung und einer aufwendigen Traglastanalyse.

In Zukunft ist für gewisse Tragwerke aber auch die Berechnung nach der nichtlinearen Traglastanalyse denkbar. So könnte zum Beispiel ein Regelbinder einer Halle in analoger Form wie der Einzelstab in der vorliegenden Arbeit berechnet werden. Die Hardware ist hierfür kaum noch eine Grenze, denn für die Ermittlung der Traglast eines Einzelstabes war mit der zur Verfügung stehenden HP-Workstation Modell 735 eine Rechenzeit von etwa zwei Minuten nötig. Dabei wurde der Einzelstab in 100 Stabelemente unterteilt und über dem Querschnitt wurden 49 Integrationspunkte festgelegt. Im Vergleich zur erforderlichen Zeit für die Bearbeitung der Eingabe und der Ergebnisse ist die Rechenzeit bei Stabtragwerken untergeordnet, vor allem auch deshalb, weil während der Berechnung der Benutzer nicht interaktiv dabei sein muß. Für die Berechnung der Traglast, sogar bis in den Nachbeulbereich hinein, sind gute Lösungsalgorithmen vorhanden. Die nichtlineare Traglastanalyse ist in einigen kommerziellen Programmen bereits realisiert. Für eine gute Akzeptanz in der Praxis muß vor allem eine möglichst gute Unterstützung bei der Eingabe und Ausgabe gegeben sein. Im folgenden wird ein Vorschlag für die Benutzeroberfläche zusammengestellt und eine mögliche Vorgangsweise bei einer Traglastanalyse aufgezeigt. Die Bedienung des Programms kann auch durch einen 'Simulation Adviser' unterstützt werden. Dabei werden dem Benutzer interaktiv die einzelnen Eingabeschritte bei Bedarf erklärt, Plausibilitätsbedingungen überprüft und Standardwerte vom Programm vorgeschlagen.

Berechnungsablauf einer Traglastanalyse:

- Festlegung der perfekten Geometrie des Tragwerks durch die Eingabe der Koordinaten der Eckpunkte. Mit den Stabzügen wird ein *Geometriemodell* erstellt. Die Erstellung des Geometriemodells kann eventuell auch durch übliche CAD-Generierfunktionen unterstützt werden. Eingaben bezüglich des FE-Netzes werden zu diesem Zeitpunkt noch nicht getätigt. Es werden also vorerst nur Linien und Punkte definiert.
- Geometriebezogene Eingabe der einzelnen Lastfälle und der Randbedingungen. Definition von Verbindungen durch die Angabe eines Typs. Durch die Verwendung des Geometriemodells kann eine anschauliche Definition des Tragwerks erfolgen.
- Geometriebezogene Zuordnung von Querschnitten und Materialdaten. Festlegung der Orientierung der Querschnitte und eventuell der gewünschten Anzahl von Stabelementen entlang eines Stabzuges.
- Automatische Generierung der Zwischenknoten, der Stabelemente, der Randbedingungen und der Belastungen aus den Angaben des Geometriemodells. Damit wird ein mechanisches Modell (FE-Netz) für die Berechnung erstellt.
- Berechnung der einzelnen Lastfälle nach Theorie 1. Ordnung. Damit wird ein erster Überblick des Tragverhaltens gewonnen. Eine Superposition der Lastfälle ist möglich.
- Lastfallüberlagerungen. In diesem Schritt können die in Frage kommenden Lastfallkombinationen für die Traglastanalysen festgelegt werden. Ein wesentlicher Nachteil der nichtlinearen Berechnung - die nicht mögliche Lastfallsuperposition - wird damit entschärft. Die nichtlinearen Berechnungen erfolgen mit den maßgebenden Lastfallkombinationen.

- Detaillierte Profilwahl. Die Querschnitte werden eventuell aktualisiert.
- Berechnung der Eigenformen nach der elastischen Verzweigungstheorie. Die Eigenformen werden als Standard für die Festlegung der geometrischen Imperfektionen verwendet.
- Automatische Generierung der geometrischen Imperfektionen durch die Eingabe der Imperfektionsamplituden und unter Verwendung der berechneten normierten Eigenformen. Die für die nichtlineare Traglastanalyse nötige imperfekte Geometrie entsteht also durch addieren von skalierten Eigenformen zu den perfekten Knotenkoordinaten ohne besonderen Aufwand durch den Benutzer. Es sollen jedoch auch weitere Typen von Imperfektionen zur Verfügung stehen, so zum Beispiel die Nachbeulform aus einer bereits durchgeführten Traglastanalyse oder eine theoretische oder gemessene Imperfektionsform.
- Bei Bedarf wird durch den Benutzer stabweise die Imperfektion geändert.
- Berechnung der Laststeigerungsfaktoren für die in Frage kommenden Lastfallkombinationen und Imperfektionsannahmen.
- Gegebenenfalls erfolgt eine neue Profilwahl und neuerliche Traglastanalyse, wenn die erforderliche Tragsicherheit nicht gewährleistet ist.

Das wesentliche bei den dargelegten Anforderungen ist die gute Unterstützung bei der FE-Netzerstellung durch das Geometriemodell, der Lastfallverwaltung und der Generierung der geometrischen Imperfektionen. Einige Forderungen bezüglich der geometriebezogenen FE-Netzerstellung und der Erzeugung der geometrischen Imperfektion werden von kommerziellen Programmen bereits erfüllt [56] [57].

Das Ergebnis einer Traglastanalyse ist der Laststeigerungsfaktor. Die eingegebene Referenzlast, multipliziert mit dem Laststeigerungsfaktor, ergibt den Grenzzustand der Tragfähigkeit. Der Laststeigerungsfaktor drückt damit direkt die Sicherheit gegenüber dem Grenzzustand der Tragfähigkeit aus. Weitere Nachweise bezüglich der Stabilität sind nicht mehr erforderlich. Die Anwendung in der Praxis für Teilsysteme von Tragwerken, zum Beispiel für einen Regelbinder, scheint bei dieser Unterstützung durch die Software akzeptabel zu sein.

## Beispiel "Zweigelenkrahmen"

Im folgenden wird als Beispiel für die soeben beschriebene Vorgangsweise eine Traglastanalyse für einen Zweigelenkrahmen zusammengestellt. Der Zweigelenkrahmen kann als Binder einer Halle mit angeschlossenem Dachverband angesehen werden (Bild 289).

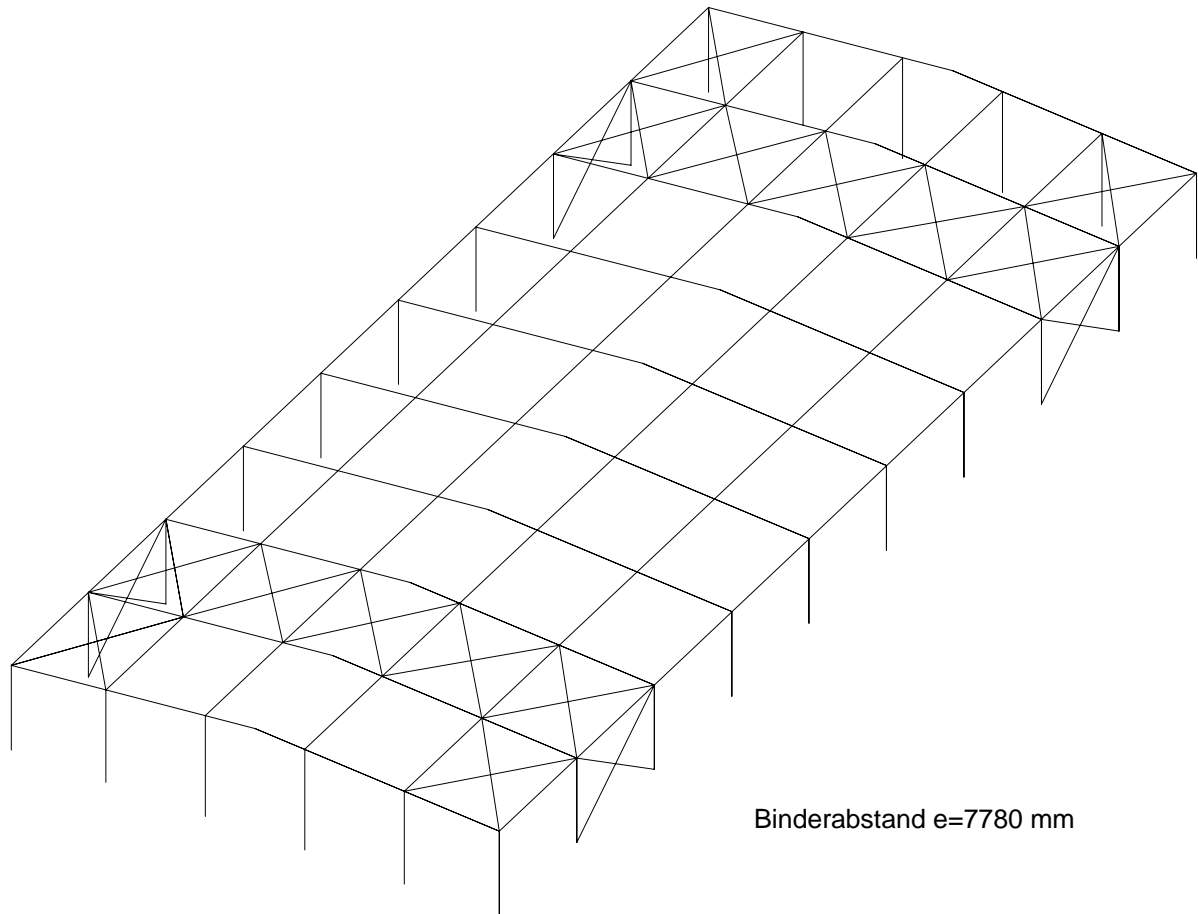


Bild 289. Systemskizze einer Halle mit Zweigelenkrahmen als Binder

Die Außenlänge des Zweigelenkrahmens beträgt 29600 mm, die Stützhöhe 5296 mm und die Dachneigung  $4.764^\circ$  (Bild 290). Die Stegblechdicke beträgt im Rahmeneck 10 mm. Im übrigen Bereich beträgt die Stegblechdicke konstant 6 mm. Die Trägerhöhe variiert von 350 mm beim Stützenfuß bis 1100 mm im Firstbereich. Das Stegblech ist nicht ausgesteift. Die Flanschabmessungen sind konstant 300·12 mm. Im First und im Abstand von 2300 mm von der Binderaußenkante sind Montagestöße mit Kopfplatten vorgesehen. Die Stütze mit dem angrenzenden Riegelstumpf bis zum Montagestoß besteht aus St 52. Der übrige Riegel besteht aus St 37. Die seitliche Abstützung des Riegelobergurts erfolgt im Abstand von 6000 mm. Der Riegeluntergurt wird im mittleren Bereich durch zwei Zugstangen im Abstand von 6000 mm seitlich gehalten. Die Dachlast wird über Pfetten im Abstand von 2500 mm am Riegelobergurt eingeleitet. Aus der Dachverbandswirkung wird näherungsweise eine konstante horizontale Druckkraft im Riegelobergurt für die Berechnung angenommen. Die Belastung des Dachverbands entsteht bei den untersuchten Lastfallkombinationen aus den Stabilisierungskräften der Binder.

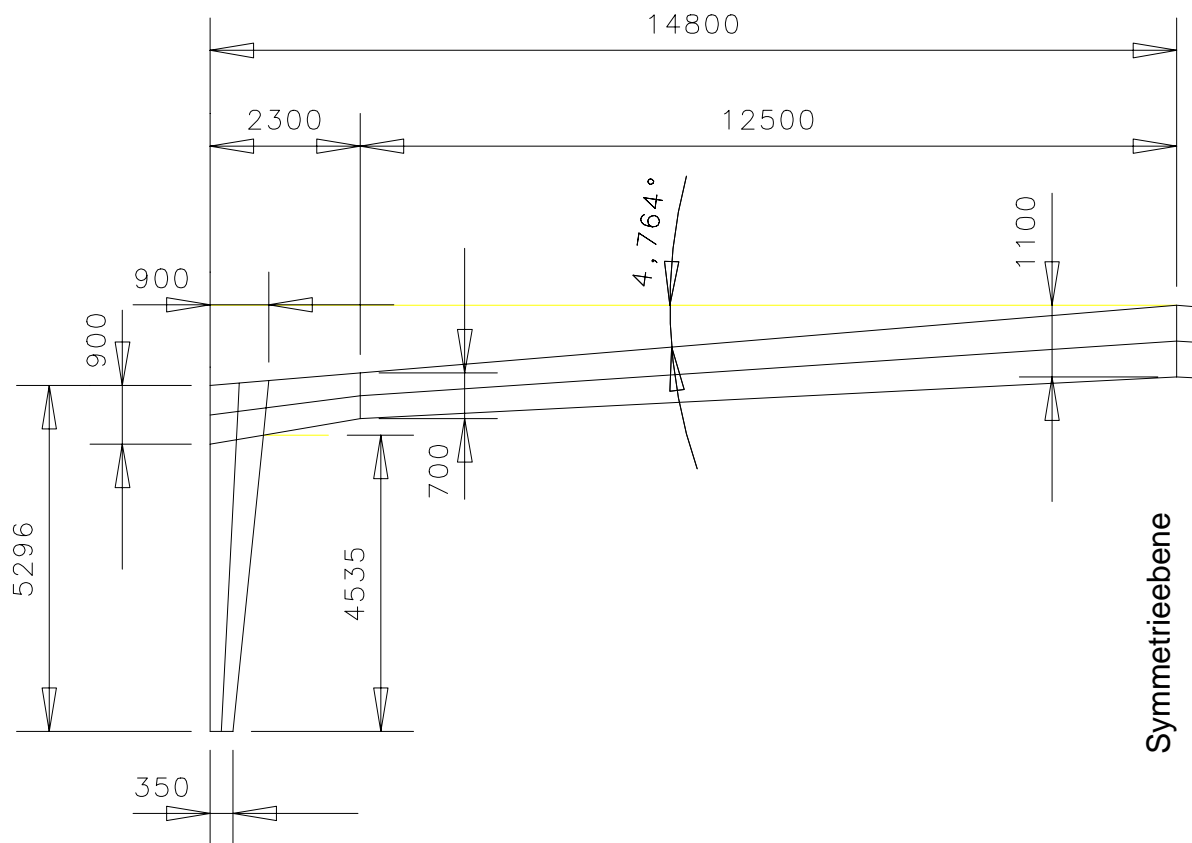


Bild 290. Abmessungen des Zweigelenrahmens

Die Stege des Finite-Elemente Modells werden aus Schalenelementen gebildet. Die Flansche und Kopfplatten werden aus Stabelementen gebildet. Ein lokales Beulen der Flansche ist aufgrund der  $b/t$ -Verhältnisse nicht zu erwarten. Für das Material wird eine ideal elastisch-plastische Arbeitslinie mit den charakteristischen Kennwerten für den Elastizitätsmodul und die Fließgrenzen angenommen. Die Referenzlasten aus den zwei untersuchten Lastfallkombinationen werden bereits mit den entsprechenden Teilsicherheitsfaktoren  $\gamma_F$  festgelegt. Der entlastende Dachsob wurde bei der Lastkombination LK 2 mit dem halben Wert angesetzt.

Eigengewicht	$0.58 \text{ kN/m}^2$
Schnee	$0.75 \text{ kN/m}^2$
Wind Dachsob	$0.5 \cdot 0.6 \cdot 0.5 = -0.15 \text{ kN/m}^2$
Wind je Wand	$0.5 \cdot 1.3 \cdot 0.5 = 0.33 \text{ kN/m}^2$

Referenzknotenlast für LK 1 (g+s):	$7.78 \cdot 2.5 \cdot [1.35 \cdot 0.58 + 1.50 \cdot 0.75] = 37 \text{ kN}$
Referenzknotenlast für LK 2 (g+s+w):	$7.78 \cdot 2.5 \cdot [1.35 \cdot 0.58 + 1.50 \cdot (0.75 - 0.15)] = 33 \text{ kN}$
Referenzknotenlast für Dachverband:	40 kN
Referenzknotenlast für Wind je Wand:	$7.78 \cdot 3.0 \cdot 1.50 \cdot 0.33 = 12 \text{ kN}$

Die Belastung für die Lastfallkombination LK 1 ist in Bild 291 dargestellt.

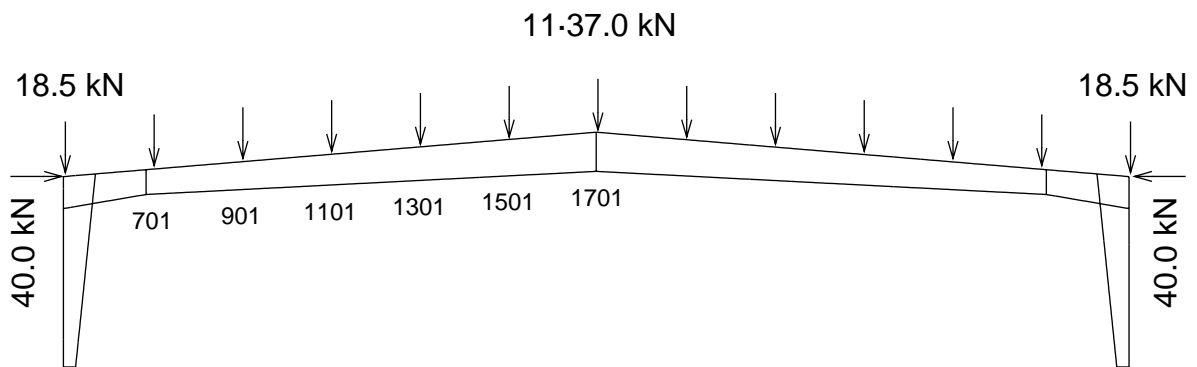


Bild 291. Belastung für Lastfallkombination LK 1

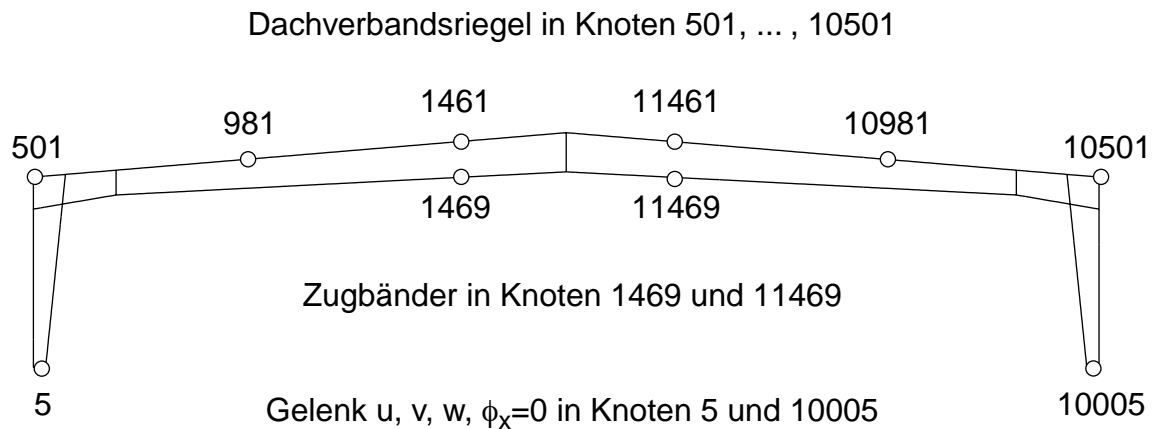


Bild 292. Seitliche Abstützungen im Endzustand

In einem ersten Berechnungsschritt werden die Eigenformen für die Imperfektionsannahmen der Traglastanalyse ermittelt. Bei der seitlichen Abstützung im Endzustand (Bild 292, Knoten 501, 10501, 981, 10981, 1461, 11461, 1469 und 11469) tritt bei den untersuchten Eigenformen nur Stegblechbeulen auf. Um jedoch auch eine Krümmung der Flansche über die Eigenformen als Imperfektion ansetzen zu können, wurde die seitliche Abstützung für die Eigenwertberechnung analog dem Montagezustand reduziert. Der Riegelobergurt wurde nur an den Rahmenecken und durch zwei Abstützungen im Abstand von 6000 mm im Firstbereich seitlich gehalten (Knoten 501, 10501, 1461 und 11461).

Der erste Eigenwert  $\Lambda = -0.935$  beschreibt das Biegedrillknicken bei einer Dachsobelastung (Bild 293). Der zweite Eigenwert  $\Lambda = 1.02$  ergibt eine Biegedrillknickform für die gegebene Belastungsrichtung (Bild 294). Der dritte und vierte Eigenwert  $\Lambda = 1.44$  beschreibt verschiedene Eigenformen von Stegblechbeulen (Bild 295 und Bild 296).

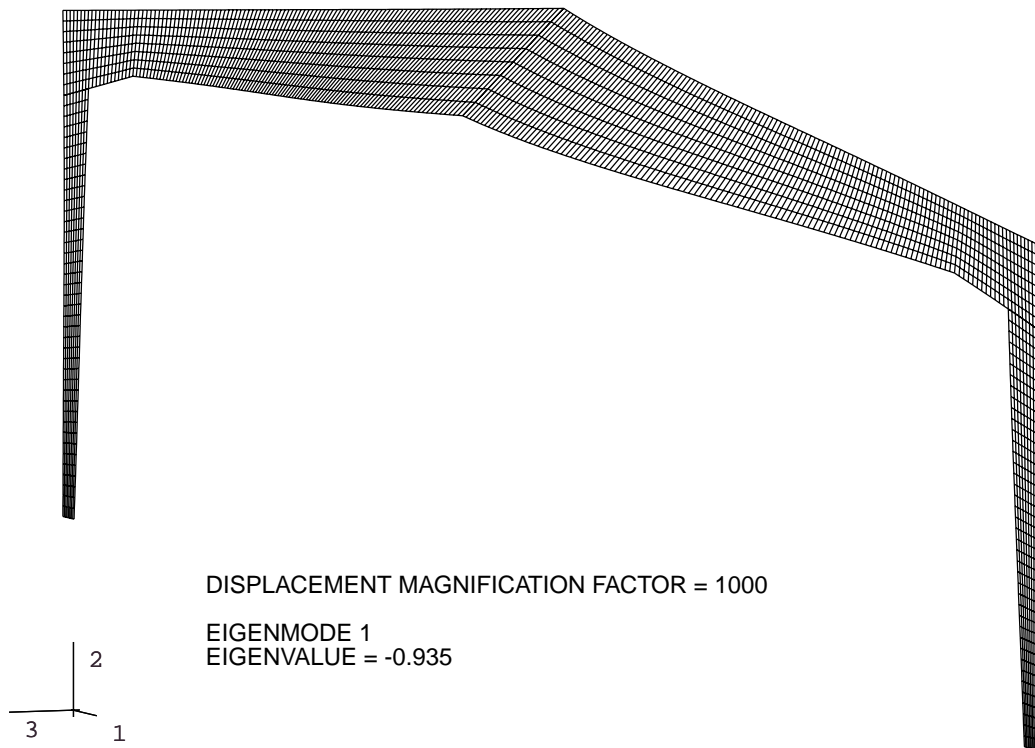


Bild 293. Erste Eigenform

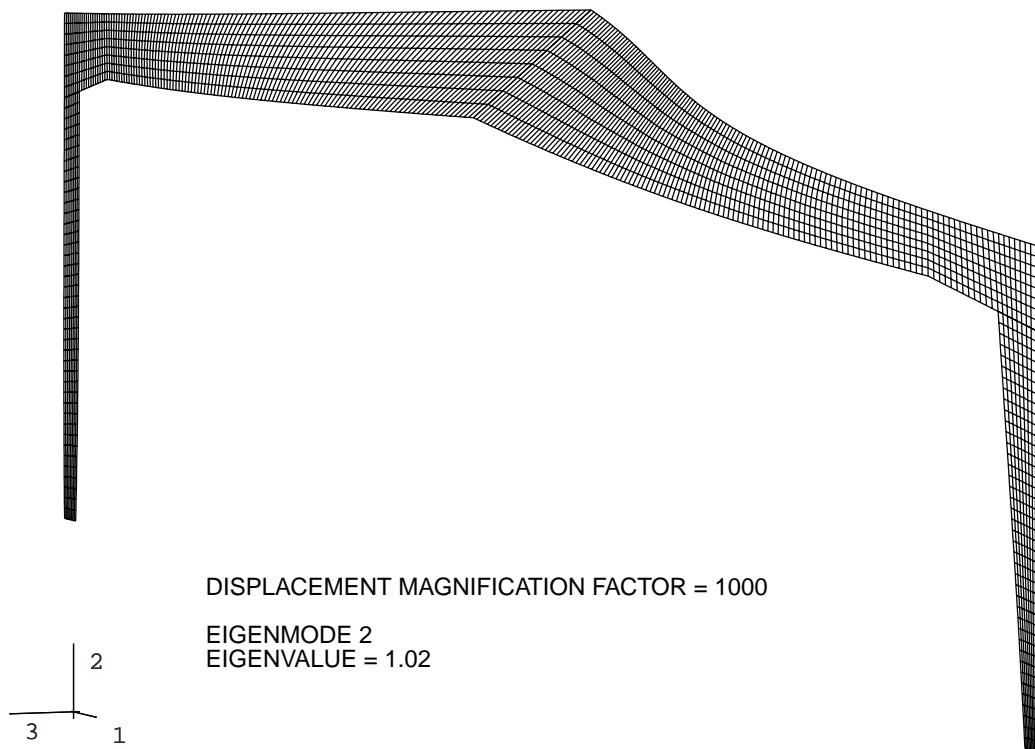


Bild 294. Zweite Eigenform

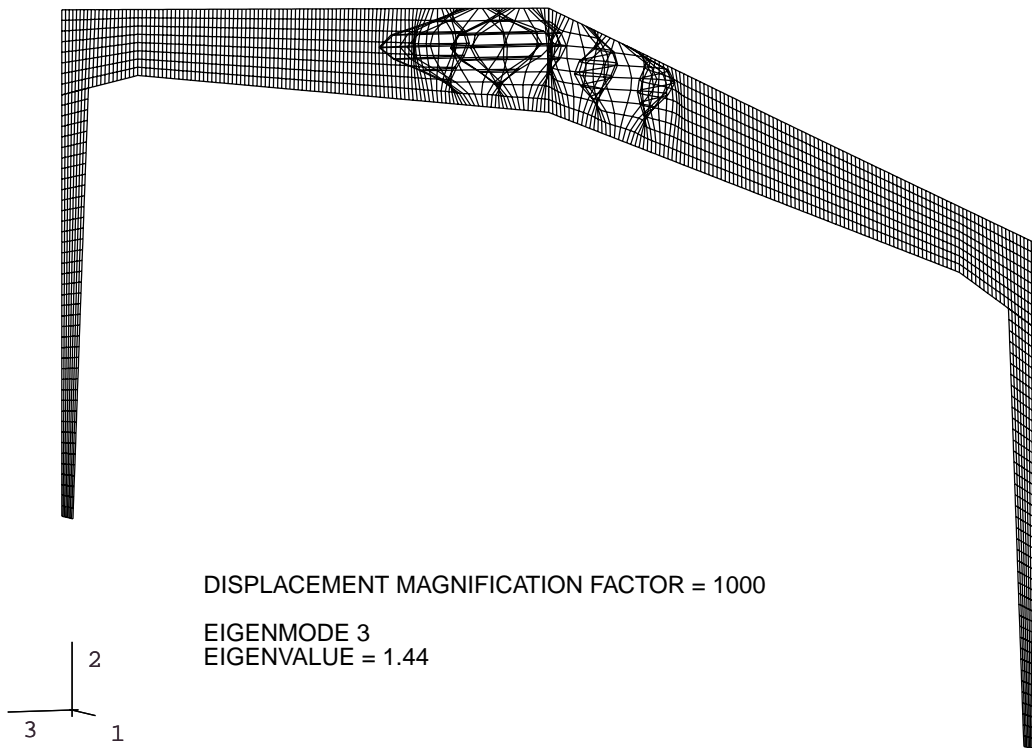


Bild 295. Dritte Eigenform

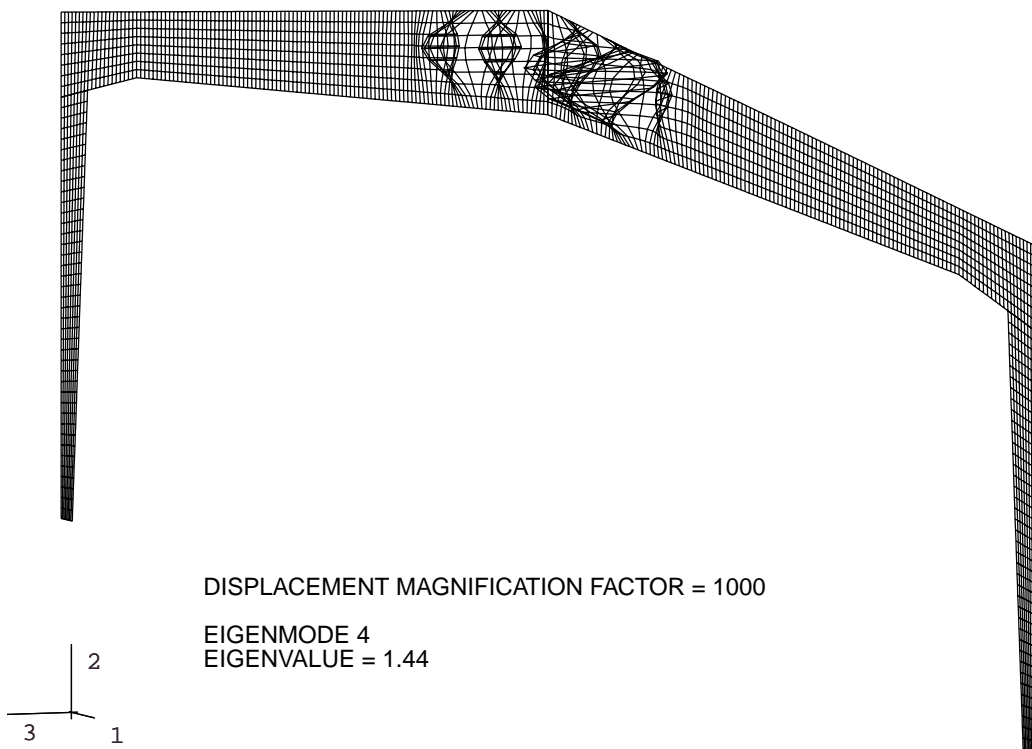


Bild 296. Vierte Eigenform

Als Imperfektion wurde eine Überlagerung von der zweiten und dritten Eigenform festgelegt. Damit ist sowohl das Biegedrillknicken als auch das Beulen des Stegblechs berücksichtigt. Die zweite Eigenform wurde mit dem Faktor  $f_2=L/400=28700/400=72.0$ , die dritte Eigenform mit dem Faktor  $f_3=2 \cdot h_{\text{Steg}}/250=2 \cdot 1050/250=8.4$  skaliert und zur perfekten Geometrie addiert. In Bild 297 ist die angenommene Imperfektion 10-fach überhöht dargestellt.

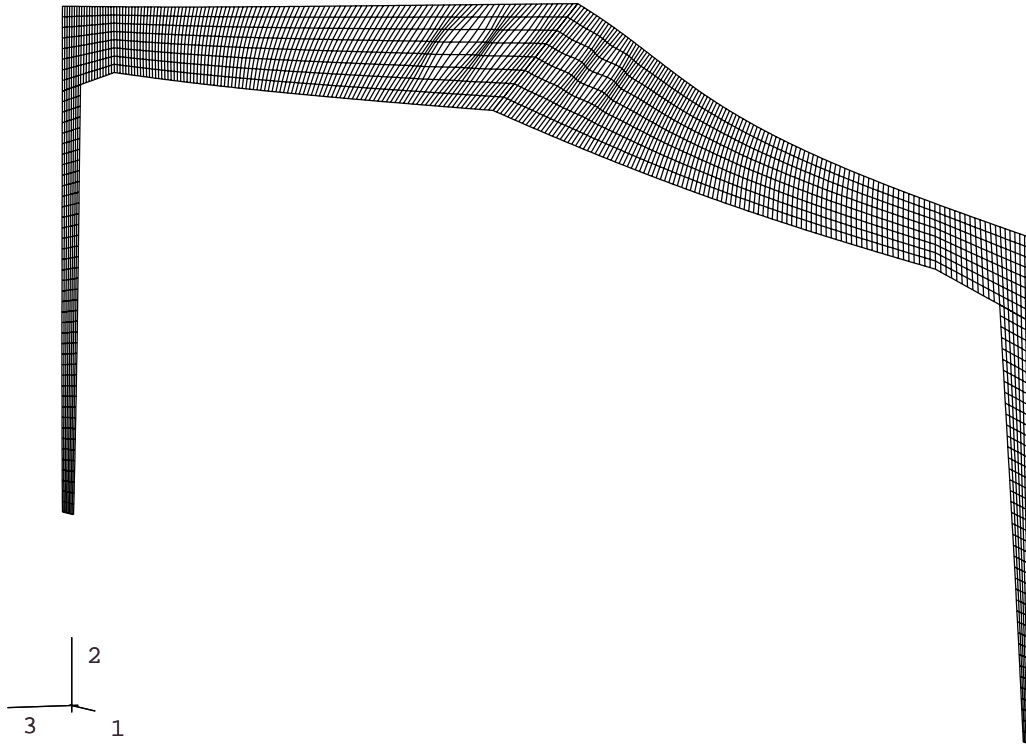


Bild 297. Imperfektion 10-fach überhöht dargestellt

Die geometrisch und materiell nichtlineare Analyse ergab für die Referenzlast LK 1 (g+s) einen Laststeigerungsfaktor  $LPF=1.22$ . Für die zweite untersuchte Referenzlast LK 2 (g+s+w) beträgt der Laststeigerungsfaktor  $LPF=1.39$ . Beide Werte liegen über dem erforderlichen Wert von  $\gamma_M=1.10$ . Die Traglastkurven für beide Lastfallkombinationen sind in Bild 298 dargestellt. Die Querschnittsnachweise, die Bauteilnachweise, das Stegblechbeulen und das Rahmeneck sind mit dieser Traglastanalyse nachgewiesen. Die Versagensformen sind eine Mischung aus Biegedrillknicken und Stegblechbeulen (Bild 299).

*Anmerkung:* Eine gewisse Unsicherheit bei der Anwendung von Traglastanalysen für Bemessungszwecke bildet die Annahme von Imperfektionen. Einen Anhaltspunkt geben die genormten Herstellungsungenauigkeiten, die jedoch grundsätzlich nicht für Berechnungszwecke gedacht sind.

Für das Beispiel wurden daher auch andere Imperfektionsamplituden und Imperfektionsformen durchgerechnet. Der Skalierungsfaktor  $f_2=12000/400=6000/200=30.0$  für die zweite Eigenform liefert zum Beispiel den Laststeigerungsfaktor  $LPF=1.36$  für LK 1.



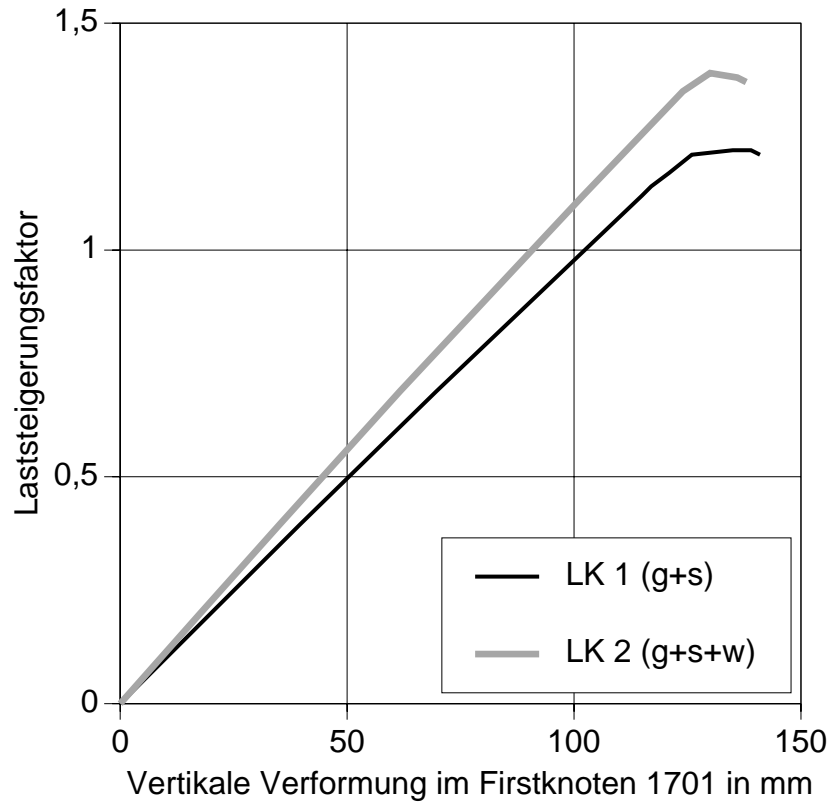


Bild 298. Traglastkurven für beide Lastfallkombinationen

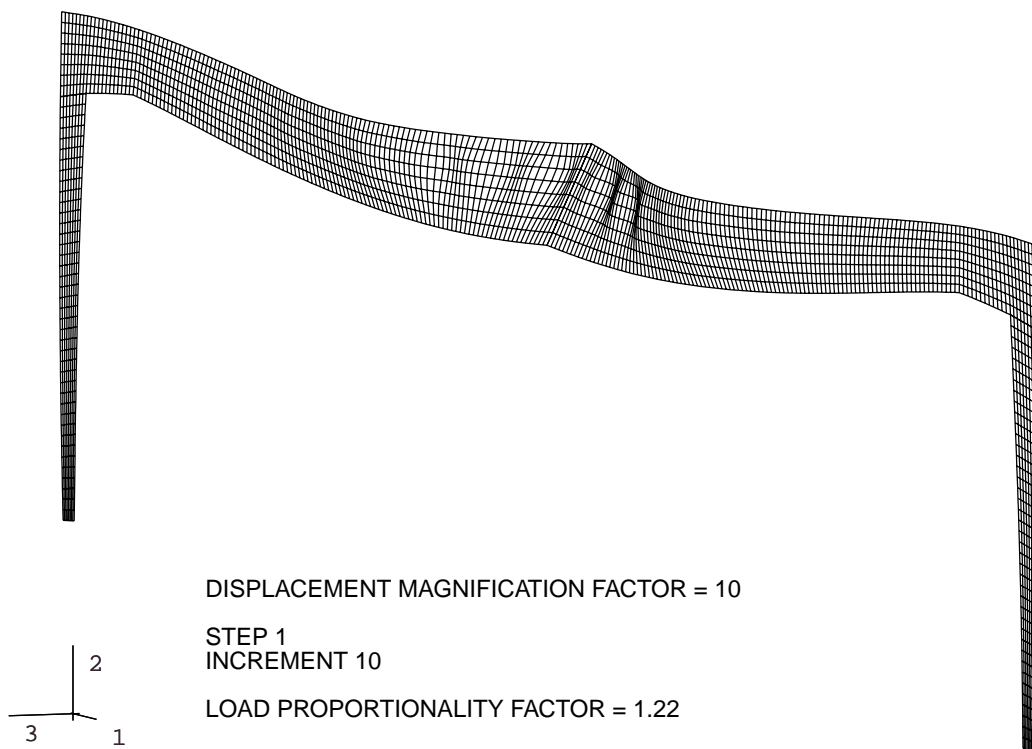


Bild 299. Verformung im Traglastzustand 10-fach überhöht dargestellt für LK 1

Im folgenden werden für die Lastfallkombination LK 1 (g+s) der Statusfile sowie die Auflagerreaktionen für das zehnte Berechnungssinkrement aufgelistet.

SUMMARY OF JOB INFORMATION:

MONITOR NODE: 1701 DOF: 2

STEP	INC	ATT	SEVERE DISCON ITERS	EQUIL ITERS	TOTAL ITERS	TOTAL TIME/ FREQ	STEP TIME/LPF	INC OF TIME/LPF	DOF MONITOR	IF RIKS
1	1	1	0	3	3		0.199	0.1991	-19.9	R
1	2	1	0	2	2		0.396	0.1972	-39.7	R
1	3	1	0	3	3		0.688	0.2920	-69.6	R
1	4	1	0	4	4		1.12	0.4268	-115.	R
1	5	3	0	3	3		1.14	0.02171	-117.	R
1	6	1	0	4	4		1.17	0.03179	-121.	R
1	7	1	0	4	4		1.21	0.03906	-126.	R
1	8	1	0	5	5		1.22	0.01464	-135.	R
1	9	2	0	6	6		1.22	-0.002401	-137.	R
1	10	1	0	5	5		1.22	-0.002587	-139.	R
1	11	1	0	9	9		1.21	-0.003688	-141.	R
1	12	2	0	9	9		1.21	-0.005832	-142.	R
1	13	2	0	9	9		1.20	-0.003183	-142.	R
1	14	2	0	9	9		1.20	-0.001624	-143.	R
1	15	1	0	9	9		1.20	-0.001616	-143.	R
1	16	2	0	8	8		1.20	-0.0009017	-143.	R
1	17	1	0	6	6		1.20	-0.0008873	-143.	R
1	18	1	0	8	8		1.20	-0.0009209	-143.	R
1	19	1	0	8	8		1.20	-0.0009185	-143.	R
1	20	1	0	8	8		1.20	-0.0009093	-144.	R

INCREMENT 10 SUMMARY

CURRENT LOAD PROPORTIONALITY FACTOR 1.217  
TOTAL ARC LENGTH 1.56 , INCREMENT OF ARC LENGTH 3.560E-02

N O D E O U T P U T

THE FOLLOWING TABLE IS PRINTED FOR NSET NOUT

NODE	FOOT- NOTE	RF1	RF2	RF3	RM1	RM2	RM3
5		1.9690E+05	2.7023E+05	2030.	.0000E+00	3.1658E+05	.0000E+00
501		.0000E+00	.0000E+00	2861.	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
981		.0000E+00	.0000E+00	-2.0015E+04	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
1461		.0000E+00	.0000E+00	1.6223E+04	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
1469		.0000E+00	.0000E+00	-1076.	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
10005		-1.9690E+05	2.7023E+05	2041.	.0000E+00	-3.0887E+05	.0000E+00
10501		.0000E+00	.0000E+00	2798.	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
10981		.0000E+00	.0000E+00	-1.9887E+04	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
11461		.0000E+00	.0000E+00	1.6338E+04	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
11469		.0000E+00	.0000E+00	-1313.	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00

Der Inputfile für die Traglastanalyse der Lastfallkombination 1 ist auf Seite 273 aufgelistet.

Im Bild 300 ist die Stabilisierungskraft im Knoten 981 (Bild 292) in Abhängigkeit vom Laststeigerungsfaktor für die LK 1 dargestellt. Im Traglastzustand ist ein starkes Ansteigen der erforderlichen Stabilisierungskraft gegeben. Auf eine ausreichende Bemessung des Dachverbandes und der anschließenden Riegel ist in diesem Hinblick zu achten.

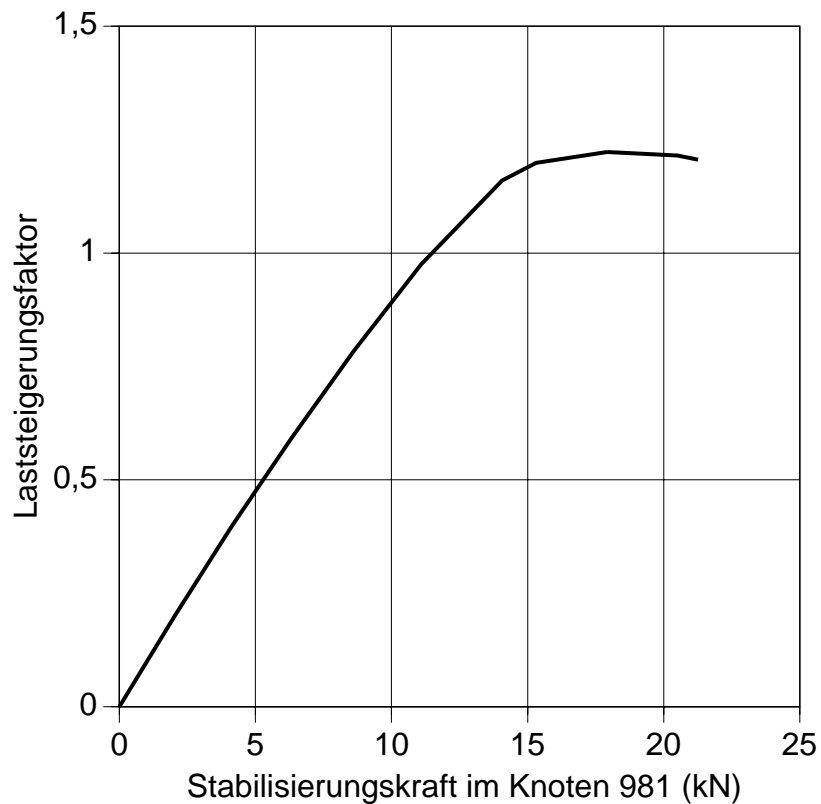


Bild 300. Stabilisierungskraft für Lastkombination LK 1

*Anmerkung:* Nach DIN 18800 ist beim Nachweis der Tragsicherheit der Teilsicherheitsfaktor  $\gamma_M=1.1$  auch auf die Steifigkeit anzuwenden. Bei Traglastanalysen mit Stabilitätseinfluß kann dies aufgrund der geometrischen Nichtlinearität zu geringeren Sicherheitsreserven führen als die Erhöhung der Referenzlast mit dem Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_M$ . Für das Beispiel ergibt sich mit  $f_y/\gamma_M=218$  beziehungsweise  $327 \text{ N/mm}^2$  und  $E/\gamma_M=191000 \text{ N/mm}^2$  bei der Traglastanalyse ein Laststeigerungsfaktor 1.11. Im Vergleich zu der Traglastanalyse mit den charakteristischen Werkstoffkennwerten ist in diesem Beispiel jedoch dieselbe Sicherheitsreserve für LK 1 gegeben.

$$\frac{1.22}{1.10} = 1.11 \geq 1.00 \quad (129)$$

$$1.11 \geq 1.00$$



---

**A** **Literatur**

---

- [1] *Beedle Lynn S.*: Stability of Metal Structures, A World View, Second Edition, Structural Stability Research Council, 1991.
- [2] *Campus F., Massonnet C.*: Researches on the Buckling of I-Columns in Steel A37, Bulletin du Ceres, Vol. 17, Liege, 1955.
- [3] *Chen W. F., Santathadaporn S.*: Review of Column Behavior Under Biaxial Loading, Journal of Structural Division, 1968, S. 2999-3021.
- [4] *Chen W. F., Atsuta T.*: Interaction Equations for Biaxially Loaded Sections, Journal of Structural Division, 1972, S. 1035-1052.
- [5] *Chen W. F., Atsuta T.*: Ultimate Strength of Biaxially Loaded Steel H-Columns, Journal of Structural Division, 1973, S. 469-489.
- [6] *Chen W. F., Atsuta T.*: Inelastic Response of Column Segments Under Biaxial Loads, Journal of the Engineering Mechanics Division, 1973, S. 685-701.
- [7] *Chen W. F.*: Design of Box Columns under Biaxial Bending, Preliminary Report, ECCS, Liege, Belgien, April 1977.
- [8] *Chen W. F., Atsuta T.*: Theory of Beam-Columns, Vol. 2, McGraw-Hill, 1977.
- [9] *Chwalla E.*: Das Tragvermögen gedrückter Baustahlstäbe mit krummer Achse und zusätzlicher Querbelastrung, Stahlbau 1935, S.43-46 und 53-56.
- [10] *Euler L.*: Sur la force des colonnes, Memoires Academic Royale des Sciences et Belle Lettres, 1759.
- [11] *Guggenberger W., Ofner R.*: Interactive Effects of Uniaxial Bending about the Major Axis on the Flexural Buckling of Steel Beams about the Minor Axis, CIMS 1996, Liege, Belgien, September 1996.
- [12] *Guggenberger W., Ofner R.*: The Effective Use of ABAQUS in Performing Parametric Studies and Dealing with Geometric Imperfections, Users's Conference Proceedings, Paris, France, June 1995.
- [13] *Guggenberger W.*: Nichtlineares Beulverhalten von Kreiszyinderschalen unter lokaler Axialbelastung, Dissertation, Institut für Stahlbau an der TU-Graz, Heft 6, 1991.
- [14] *Guggenberger W.*: Skriptum zur Vorlesung Nichtlineare Berechnungen, Institut für Stahlbau an der TU-Graz.
- [15] *Herzog M.*: Die Größe der Eigenspannungen in Walz- und Schweißprofilen nach Messungen, Stahlbau 1977, S. 283-287.
- [16] *Herzog M.*: Neue Traglastberechnung für schlanke Stahlstützen unter ausmittigem Druck mit Hilfe des plastischen Drehwinkels, Stahlbau 1995, S. 295-299.
- [17] *Jenny-Wölfer R.*: Zum Tragsicherheitsnachweis biegedrillknickgefährdeter Träger mit planmäßiger Torsion, Dissertation, Schriftenreihe des Lehrstuhls für Stahl- und Verbundbau der Ruhr-Universität Bochum, Band 4, 1996.
- [18] *Jezek K.*: Die Tragfähigkeit des gleichmäßig querbelasteten Druckstabes aus einem idealplastischen Stahl, Stahlbau 1935, S.33-38.
- [19] *Klöppel K., Winkelmann E.*: Experimentelle und theoretische Untersuchungen über die Traglast von zweiachsig außermittig gedrückten Stahlstäben, Stahlbau 1962, S. 33-47, 78-87, 109-119.

- [20] *Klöppel K., Unger B.*: Eine experimentelle Untersuchung des Kippverhaltens von Kragträgern im elastischen und im plastischen Bereich im Hinblick auf eine Neufassung des Kippsicherheitsnachweises der DIN 4114, Stahlbau 1971, S. 321-329 und 375-383.
- [21] *Lindner J.*: Näherungsweise Ermittlung der Traglasten von auf Biegung und Torsion beanspruchten I-Trägern, Bautechnik 1971, S. 160-170.
- [22] *Lindner J.*: Der Einfluß von Eigenspannungen auf die Traglast von I-Trägern, Stahlbau 1974, S. 39-45 und 86-91.
- [23] *Lindner J., Kurth W.*: Zum Biegedrillknicken von Stützen aus StE 690, Stahlbau 1982, S. 366-372.
- [24] *Lindner J., Gietzelt R.*: Discussion of Interaction Equations for Members in Compression and Bending, Stability of metal Structures, Paris, November 1983.
- [25] *Lindner J., Gietzelt R.*: Imperfektionsannahmen für Stützenschiefstellungen, Stahlbau 1984, S. 97-101.
- [26] *Lindner J., Gietzelt R.*: Zweiachsige Biegung und Längskraft - Vergleiche verschiedener Bemessungskonzepte, Stahlbau 1984, S. 328-333.
- [27] *Lindner J., Gietzelt R.*: Zweiachsige Biegung und Längskraft - ein ergänzter Bemessungsvorschlag, Stahlbau 1985, S. 265-271.
- [28] *Lindner J., Gregull T.*: Zur Traglast von Biegeträgern, die durch gleichzeitiges Auftreten von örtlichem Beulen und Biegedrillknicken versagen, Stahlbau 1992, S. 9-15.
- [29] *Lindner J., Scheer J., Schmidt H.*: Beuth-Kommentare Stahlbauten, Erläuterungen zu DIN 18800 Teil 1 bis Teil 4, 2. Auflage 1994.
- [30] *Matthey P. A., Haag J.*: Experimentelle Untersuchungen an Breitflanschprofilen unter Druck und zweiachsiger Biegung, Stahlbau 1990, S. 135-140.
- [31] *Ofner R., Guggenberger W.*: Parametrische Inputgestaltung mit ABAQUS, Anwender-treffen, Fachhochschule Ulm, Deutschland, September 1995.
- [32] *Osterrieder P., Voigt M., Saal H.*: Zur Neuregelung des Biegedrillknicknachweises nach DIN 18800 Teil 2 (Ausgabe März 1988), Stahlbau 1989, S. 341-347.
- [33] *Petersen C.*: Stahlbau, Verlag Vieweg, 1988.
- [34] *Petersen C.*: Statik und Stabilität der Baukonstruktionen, Verlag Vieweg, 1982.
- [35] *Roik K., Carl J., Lindner J.*: Biegetorsionsprobleme gerader dünnwandiger Stäbe, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, 1972.
- [36] *Roik K.*: Vorlesungen über Stahlbau, Grundlagen, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, 1978.
- [37] *Roik K., Kindmann R.*: Das Ersatzstabverfahren - Eine Nachweisform für den einfeldrigen Stab bei planmäßig einachsiger Biegung mit Druckkraft, Stahlbau 1981, S. 353-358.
- [38] *Roik K., Kindmann R.*: Das Ersatzstabverfahren - Tragsicherheitsnachweise für Stabwerke bei einachsiger Biegung und Normalkraft, Stahlbau 1982, S. 137-145.
- [39] *Roik K., Kuhlmann U.*: Beitrag zur Bemessung von Stäben für zweiachsige Biegung mit Druckkraft, Stahlbau 1985, S. 271-280.
- [40] *Rubin H.*: Europäische Knickspannungsfunktion und ihre Erweiterung auf Stäbe mit planmäßiger Biegung, Stahlbau 1985, S. 200-204.

- [41] *Schulz G.*: Die Traglastberechnung von planmäßig mittig belasteten Druckstäben aus Baustahl unter Berücksichtigung von geometrischen und strukturellen Imperfektionen, Dissertation TU Graz 1968, Stahlbau 1971, S. 111-118.
- [42] *Straub H.*: Die Geschichte der Bauingenieurkunst, Verlag Birkhäuser, 1992.
- [43] *Trahair N. S.*: Flexural-Torsional Buckling of Structures, E&FN Spon, 1993.
- [44] *Unger B.*: Einige Überlegungen zur Zuschärfung der Traglastberechnung von normal-kraft-, biege- und torsionsbeanspruchten Trägern mit Hilfe der Spannungstheorie 2. Ordnung, Stahlbau 1975, S. 330-335 und 367-373.
- [45] Stability of Steel Structures, Second International Colloquium on Stability, Preliminary Report and Final Report, ECCS, Liege, Belgien, April 1977.
- [46] Proceedings of the Second International Conference on Coupled Instabilities in Metal Structures, CIMS 1996, Liege, Belgien, September 1996.
- [47] Eurocode 2 Teil 1: Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken, Dezember 1991.
- [48] Eurocode 3 Part 1.1: Design of steel structures, General rules and rules for buildings, February 1992.
- [49] DIN 18800 Teil 1: Stahlbauten, Bemessung und Konstruktion, November 1990.
- [50] DIN 18800 Teil 2: Stahlbauten, Knicken von Stäben und Stabwerken, November 1990.
- [51] Deutsche Richtlinie zur Anwendung von Eurocode 3, 4. Entwurf, April 1993.
- [52] ÖNORM B 4600 Teil 4: Stahlbau, Stabilitätsnachweis, Grundfälle, Oktober 1978.
- [53] ÖNORM B 4700: Stahlbetontragwerke, Bemessung und konstruktive Durchbildung, Juli 1995.
- [54] SIA 161: Stahlbau, Ingenieur- und Architektengemeinschaft, Schweiz, 1979.
- [55] Stahlbau Handbuch, Band 1, Stahlbau-Verlags-GmbH Köln, 1982.
- [56] ABAQUS Standard 5.5 beziehungsweise 5.6, Users' Manual, Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc., 1995.
- [57] I-DEAS Master Series 4, SDRC, Ohio, 1996.



---

Zur Dokumentation wird in diesem Kapitel ein Beispiel für einen Abaqus-Inputfile aufgelistet. Die Eingabe gilt für eine Biegedrillknickuntersuchung eines Einzelstabes mit Druck und zweiachsiger Biegung. Der Momentenverlauf ist durchschlagend. Die Geometrie des Stabes entspricht einem IPE 500. Die Stablängen betragen 2.05, 4.10 und 6.16 m. Die geometrische Imperfektion besteht aus einer S-förmigen Vorkrümmung der Stabachse und einer überlagerten parabelförmigen Verdrehung um die Stablängsachse. Die Verdrehung wird bei jedem Stabelement mit einem zusätzlichen Knoten für die Orientierung des Querschnitts definiert. Die Imperfektion ist bei diesem Momentenverlauf für das Biegedrillknicken im Bereich mit einer geringen Normalkraft maßgebend. Bei einem großen Normalkraftanteil ist die parabelförmige Vorkrümmung maßgebend. Der im folgenden angegebene Inputfile enthält neben den üblichen Abaqus-Optionen die Parameterdefinitionen für den Preprocessor und die Daten für das Postprocessing. Dieser erweiterte Inputfile wird als Masterinputfile bezeichnet. Mit Hilfe des Preprocessors [31] werden aus diesem Masterinputfile 375 übliche Abaqus-Inputfiles für die einzelnen Traglastanalysen generiert. Die Ergebnisse, 375 Laststeigerungsfaktoren, ergeben für diesen Querschnitt, Momentenverlauf und diese Imperfektionsform drei Interaktionsdiagramme  $N-M_y-M_z$  für die Stablängen  $L=2.05, 4.10$  und  $6.16$  m. Dabei besteht ein Interaktionsdiagramm aus fünf Interaktionskurven für die Verhältnisse  $M_z/M_{pl,z}=0.0, 0.2, 0.4, 0.6$  und  $0.8$ . Jede Interaktionskurve besteht wiederum aus 25  $N-M_y$  Lastkombinationen. Aus diesem Masterinputfile ergeben sich also  $3 \cdot 5 \cdot 25 = 375$  übliche Abaqus-Inputfiles.

Die Definition der Eigenspannungen erfolgt in Abaqus mit Hilfe einer User-Subroutine. Für jeden Integrationspunkt über den Querschnitt (49 Punkte beim I-Querschnitt) und über die Länge des Stabes (100 Stabelemente) wird die anfängliche Eigenspannung definiert (initial stress).

## Masterinputfile

```
*CREATE INPUTFILES,NAME=I5L{1}D3_x{fact_N}y{fact_My}z{fact_Mz}
{kappa_N*force_N},{moment_My}
*PARAMETER,NAME=force_N, LOOP=1,INDEX=(1,25),GENERATE
  5,0.0,0.02
  9,0.1,0.1
11,1.0,0.0
*PARAMETER,NAME=fact_N, LOOP=1,INDEX=(1,25),GENERATE
  5, 0, 2
  9, 10, 10
11,100, 0
*PARAMETER,NAME=moment_My,LOOP=1,INDEX=(1,25),GENERATE
15,1.0, 0.0
10,0.9,-0.1
*PARAMETER,NAME=fact_My,LOOP=1,INDEX=(1,25),GENERATE
15,100, 0
10, 90, -10
*PARAMETER,NAME=moment_Mz,LOOP=2,INDEX=(1,5),GENERATE
6,0.,0.2
*PARAMETER,NAME=fact_Mz,LOOP=2,INDEX=(1,5),GENERATE
6,0 , 20
*PARAMETER,NAME=kappa_N,LOOP=3,INDEX=(1,3)
1.0,0.7,0.4
*PARAMETER,NAME=L,LOOP=3,INDEX=(1,3)
205.,410.,616.
*PARAMETER,NAME=l,LOOP=3,INDEX=(1,3)
205,410,616
*PARAMETER,NAME=e
1000.
*HEADING
*PREPRINT,ECHO=NO,HISTORY=NO,MODEL=NO
*WAVEFRONT MINIMIZATION,SUPPRESS
*NODE
  1,0.,0.,0.
  26,{0.25*L},{(0.5*L)/e},0.
  51,{0.50*L},0.,0.
  76,{0.75*L},{(-0.5*L)/e},0.
  101,{L},0.,0.
1001,0.,25.,0.
1026,{0.25*L},{25.+(0.5*L)/e},{(-0.75*L)/e}
1051,{0.50*L},25.,{-L/e}
1076,{0.75*L},{25.-(0.5*L)/e},{(-0.75*L)/e}
1101,{L},25.,0.
*NGEN,LINE=P,NSET=NBEAM
  1, 51,1,26
51,101,1,76
*NGEN,LINE=P
1001,1051,1,1026
1051,1101,1,1076
*ELEMENT,TYPE=B310S
1,1,2,1001
*ELGEN,ELSET=EBEAM,ALL NODES
1,100,1
*BEAM SECTION,MATERIAL=STEEL,SECTION=I,ELSET=EBEAM
25.,50.,20.,20.,1.6,1.6,1.02
0.,1.,0.
17,17,17
```

```

*MATERIAL,NAME=STEEL
*ELASTIC
21000.,.3
*PLASTIC
23.5,0.
*INCLUDE,INPUT=initial.ipe500
*BOUNDARY
  1,2,4
101,1,4
*STEP,NLGEOM,INC=10
*STATIC
1.,1.
*PRINT,SOLVE=YES,RESIDUAL=NO
*NODE PRINT,FREQ=0
*EL PRINT,FREQ=0
*NODE FILE,FREQ=0
*EL FILE,FREQ=0
*ENDSTEP
*STEP,NLGEOM,INC=10
*STATIC
.5,1.
*CLOAD
  1,6,{7520.*moment_Mz}
101,6,{7520.*moment_Mz}
*END STEP
*STEP,NLGEOM,INC=100
*STATIC
.2
*CLOAD
  1,1,{2626.*kappa_N*force_N}
  1,5,{49522.*moment_My}
101,5,{49522.*moment_My}
*MONITOR,NODE=51,DOF=2,FREQ=1
*END STEP

```

## Eigenspannungen

Die folgende Subroutine ist ein Teil des Inputfiles. Der File initial.ipe500 wird mit \*INCLUDE in den obigen Inputfile eingefügt. Mit dieser Subroutine wird die Eigenspannung über den Querschnitt definiert. Über die Stablänge ist die Eigenspannung konstant.

```
*INITIAL CONDITIONS,TYPE=STRESS,USER
*USER SUBROUTINES
SUBROUTINE SIGINI (SIGMA,COORDS,NTENS,NCRDS,NOEL,NP,LA,M,LR,RE)
INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
DIMENSION SIGMA(NTENS),COORDS(NCRDS)
CHARACTER*8 RE
IF(NOEL.GE.1.AND.NOEL.LE.100)THEN
  IF(M.EQ.1.OR.M.EQ.17.OR.M.EQ.33.OR.M.EQ.49)THEN
    SIGMA(1)=-7.050
  ELSE IF(M.EQ.2.OR.M.EQ.16.OR.M.EQ.34.OR.M.EQ.48)THEN
    SIGMA(1)=-5.2875
  ELSE IF(M.EQ.3.OR.M.EQ.15.OR.M.EQ.35.OR.M.EQ.47)THEN
    SIGMA(1)=-3.525
  ELSE IF(M.EQ.4.OR.M.EQ.14.OR.M.EQ.36.OR.M.EQ.46)THEN
    SIGMA(1)=-1.7625
  ELSE IF(M.EQ.5.OR.M.EQ.13.OR.M.EQ.37.OR.M.EQ.45)THEN
    SIGMA(1)=0.
  ELSE IF(M.EQ.6.OR.M.EQ.12.OR.M.EQ.38.OR.M.EQ.44)THEN
    SIGMA(1)=1.7625
  ELSE IF(M.EQ.7.OR.M.EQ.11.OR.M.EQ.39.OR.M.EQ.43)THEN
    SIGMA(1)=3.525
  ELSE IF(M.EQ.8.OR.M.EQ.10.OR.M.EQ.40.OR.M.EQ.42)THEN
    SIGMA(1)=5.2875
  ELSE IF(M.EQ.9.OR.M.EQ.41)THEN
    SIGMA(1)=7.050
  ELSE IF(M.EQ.18.OR.M.EQ.32)THEN
    SIGMA(1)=5.3439
  ELSE IF(M.EQ.19.OR.M.EQ.31)THEN
    SIGMA(1)=3.6378
  ELSE IF(M.EQ.20.OR.M.EQ.30)THEN
    SIGMA(1)=1.9317
  ELSE IF(M.EQ.21.OR.M.EQ.29)THEN
    SIGMA(1)=0.2256
  ELSE IF(M.EQ.22.OR.M.EQ.28)THEN
    SIGMA(1)=-1.4805
  ELSE IF(M.EQ.23.OR.M.EQ.27)THEN
    SIGMA(1)=-3.1866
  ELSE IF(M.EQ.24.OR.M.EQ.26)THEN
    SIGMA(1)=-4.8927
  ELSE IF(M.EQ.25)THEN
    SIGMA(1)=-6.5988
  ENDIF
ENDIF
RETURN
END
```

## Inputfile “Zweigelenkrahmen”

Der folgende Inputfile definiert die Traglastlastrechnung für das Beispiel “Zweigelenkrahmen” auf Seite 255 für die Lastfallkombination LK 1 (g+s). Im ersten Abschnitt werden die Knoten und Elemente der perfekten Geometrie definiert. Die Stege werden aus Schalenelementen S4R und die Flansche und Steifen aus Stabelementen B31 gebildet. Anschließend werden die Materialkennwerte und die Randbedingungen angegeben. Die geometrische Imperfektion wird als eine Überlagerung von zwei Eigenformen gewählt. Die mit einem analogen Inputfile vorweg berechneten Eigenformen werden vom Resultsfile “lk1\_buck” gelesen, entsprechend skaliert, und zur perfekten Geometrie addiert. Schließlich wird die Belastung und die Berechnungsvorschrift für die geometrisch und materiell nichtlineare Analyse des imperfekten Systems festgelegt.

```
*HEADING
*PREPRINT,ECHO=NO,HISTORY=NO,MODEL=NO
*WAVEFRONT MINIMIZATION,NODES,METHOD=2
1,10001
**
** nodes
**
*NODE
  1, 0., 0.,0.
  9, 338., 0.,0.
 401, 0.,4398.,0.
 409, 803.,4535.,0.
 509, 0.,4398.,0.
 589, 803.,4535.,0.
 501, 0.,5286.,0.
 581, 888.,5360.,0.
 709, 2294.,4789.,0.
 701, 2294.,5477.,0.
1709,14794.,5431.,0.
1701,14794.,6519.,0.
*NGEN,NSET=N1
1,9,1
*NGEN,NSET=N2
401,409,1
*NGEN,NSET=N3
501,509,1
*NGEN,NSET=N4
581,589,1
*NGEN,NSET=N5
701,709,1
*NGEN,NSET=N6
1701,1709,1
*NFILL,NSET=NB1
N1,N2,40,10
*NFILL,NSET=NB2
N3,N4,8,10
*NFILL,NSET=NB3
N4,N5,12,10
*NFILL,NSET=NB4
N5,N6,100,10
*NSET,NSET=NALL
NB1,NB2,NB3,NB4
```

```

*NCOPY,CHANGE NUMBER=10000,OLD SET=NALL,REFLECT=LINE
14794.,0.,0.,14794.,6519.,0.
**
** shell elements (web)
**
*ELEMENT,TYPE=S4R
1,1,11,12,2
501,501,511,512,502
581,581,591,592,582
701,701,711,712,702
*ELGEN,ELSET=S652L
  1, 40,10,10,8,1,1
581, 12,10,10,8,1,1
*ELGEN,ELSET=S637L
701,100,10,10,8,1,1
*ELGEN,ELSET=S1052L
501,8,10,10,8,1,1
*ELCOPY,ELEMENT SHIFT=10000,OLD SET=S637L, NEW SET=S637R, SHIFT NODES=10000
*ELCOPY,ELEMENT SHIFT=10000,OLD SET=S652L, NEW SET=S652R, SHIFT NODES=10000
*ELCOPY,ELEMENT SHIFT=10000,OLD SET=S1052L,NEW SET=S1052R,SHIFT NODES=10000
*ELSET,ELSET=S637
S637L,S637R
*ELSET,ELSET=S652
S652L,S652R
*ELSET,ELSET=S1052
S1052L,S1052R
*ELSET,ELSET=SALL
S637,S652,S1052
**
** beam elements (flange)
**
*ELEMENT,TYPE=B31
20001,  1,  11
20009,  9,  19
20501, 501,  511
20509, 509,  519
20701, 701,  711
20709, 709,  719
40501, 501,  502
40581, 581,  582
40701, 701,  702
41701, 1701, 1702
50701,10701,10702
40001,  1,  2
50001,10001,10002
*ELGEN,ELSET=B1252L
20001,40,10,10
20009,40,10,10
20501,20,10,10
20509,20,10,10
40501,8,1,1
40581,8,1,1
*ELGEN,ELSET=B1237L
20701,100,10,10
20709,100,10,10
*ELGEN,ELSET=B2537
40701,8,1,1
41701,8,1,1

```

```

50701,8,1,1
*ELGEN,ELSET=B9052
40001,8,1,1
50001,8,1,1
*ELCOPY,ELEMENT SHIFT=10000,OLD SET=B1237L,NEW SET=B1237R,SHIFT NODES=10000
*ELCOPY,ELEMENT SHIFT=10000,OLD SET=B1252L,NEW SET=B1252R,SHIFT NODES=10000
*ELSET,ELSET=B1237
B1237L,B1237R
*ELSET,ELSET=B1252
B1252L,B1252R
*ELSET,ELSET=BALL
B1237,B1252,B2537,B9052
**
** section
**
*SHELL SECTION,ELSET=S637,MATERIAL=ST37
6.,3
*SHELL SECTION,ELSET=S652,MATERIAL=ST52
6.,3
*SHELL SECTION,ELSET=S1052,MATERIAL=ST52
10.,3
*BEAM SECTION,SECTION=RECT,ELSET=B1237,MATERIAL=ST37
300.,12.
0.,0.,-1.
5,5
*BEAM SECTION,SECTION=RECT,ELSET=B1252,MATERIAL=ST52
300.,12.
0.,0.,-1.
5,5
*BEAM SECTION,SECTION=RECT,ELSET=B2537,MATERIAL=ST37
300.,25.
0.,0.,-1.
5,5
*BEAM SECTION,SECTION=RECT,ELSET=B9052,MATERIAL=ST52
300.,90.
0.,0.,-1.
5,5
**
** material
**
*MATERIAL,NAME=ST37
*ELASTIC
210000.,.3
*PLASTIC
240.,0.
*MATERIAL,NAME=ST52
*ELASTIC
210000.,.3
*PLASTIC
360.,0.
**
** boundary condition
**
*NSET,NSET=NC2L,GENERATE
401,409,1
*NSET,NSET=NC1L,GENERATE
509,589,10
*NSET,NSET=NC2R,GENERATE

```

```

10401,10409,1
*NSET,NSET=NC1R,GENERATE
10509,10589,10
*NSET,NSET=NC2S,GENERATE
11701,11709,1
*NSET,NSET=NC1S,GENERATE
1701,1709,1
*MPC
TIE,NC2L,NC1L
TIE,NC2R,NC1R
TIE,NC2S,NC1S
*NSET,NSET=NC3
501,10501,1461,11461,1469,11469,981,10981
*BOUNDARY
    5,1,3
    5,5
10005,1,3
10005,5
    NC3,3
**
** imperfection
**
*IMPERFECTION,FILE=lk1_buck,STEP=1
2,72.0
3, 8.4
**
** load step
**
*NSET,NSET=NL1
701,901,1101,1301,1501,1701,10701,10901,11101,11301,11501
*NSET,NSET=NL2
501,10501
*NSET,NSET=NOUT
5,10005,NC3
*STEP,NLGEOM,INC=20
*STATIC,RIKS
.2
*CLOAD,OP=NEW
    NL1,2,-37000.
    NL2,2,-18500.
    501,1, 40000.
10501,1,-40000.
*MONITOR,NODE=1701,DOF=2,FREQ=1
*PRINT,FREQ=1,SOLVE=YES,RESIDUAL=NO
*NODE PRINT,FREQ=1,NSET=NOUT
RF
*EL PRINT,FREQ=0
*NODE FILE,FREQ=10
U
*EL FILE,FREQ=10
S
*RESTART,WRITE,FREQ=10
*END STEP

```



## Bildverzeichnis

Bild 1.	Querschnittsabmessungen und Achsen	v
Bild 2.	Richtung der Imperfektionen	v
Bild 3.	Stabilitätsversagen eines Einzelstabes	4
Bild 4.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=6.16$ m, konstanter Momentenverlauf	17
Bild 5.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=6.16$ m, konstanter Momentenverlauf	19
Bild 6.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, Grenzfall $\lambda=0$	21
Bild 7.	Maximale Momente $M_y$ und $M_z$ sind an verschiedenen Stellen	22
Bild 8.	Schnittkräfte an den Stabenden und im Bereich der Stabmitte	27
Bild 9.	Grenzwerte für einen Momentenbeiwert	31
Bild 10.	Längen $L_y$ und $L_z$ beim Einzelstab mit zwischenliegenden Abstützungen	31
Bild 11.	Bemessungsbeispiel für einen Einzelstab mit Druck und Biegung	38
Bild 12.	Bemessungsbeispiel für einen Einzelstab mit Druck und Biegung	42
Bild 13.	Unverschiebliches beziehungsweise seitensteifes Tragwerk	52
Bild 14.	Verschiebliches und seitenweiches Tragwerk	53
Bild 15.	Bemessungsvorschlag in Verbindung mit dem Ersatzstabverfahren	53
Bild 16.	Bemessungsbeispiel für ein unverschiebliches Tragwerk	54
Bild 17.	Bemessungsbeispiel für ein verschiebliches Tragwerk	57
Bild 18.	Ersatzstabverfahren für den Bemessungsvorschlag	60
Bild 19.	Ersatzstabverfahren für den Nachweis nach DIN 18800	61
Bild 20.	Querschnittsinteraktion $N-M_y-M_z$ für Querschnitt IPE 200	65
Bild 21.	Querschnittsinteraktion $N-M_y-M_z$ für Querschnitt IPE 500	65
Bild 22.	Querschnittsinteraktion $N-M_y-M_z$ für Querschnitt HEB 300	66
Bild 23.	Querschnittsinteraktion $N-M_y-M_z$ für Querschnitt RHP 200/100/10	66
Bild 24.	Querschnittsinteraktion $N-M_y-M_z$ für Querschnitt IPE 200	67
Bild 25.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=2.05$ m, Lf A, BK	69
Bild 26.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=4.10$ m, Lf A, BK	69
Bild 27.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=6.16$ m, Lf A, BK	70
Bild 28.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=12.32$ m, Lf A, BK	70
Bild 29.	Ideal elastisch-plastisches Materialverhalten	77
Bild 30.	Geometrische Imperfektionen	78
Bild 31.	Eigenspannungen	78
Bild 32.	Verhinderung der Verdrehung um die Stablängsachse	79
Bild 33.	Randbedingungen für Biegedrillknicken	80
Bild 34.	Interaktion $N-M_y$ für IPE 200, Lf A	85
Bild 35.	Interaktion $N-M_y$ für IPE 200, Lf B	86
Bild 36.	Interaktion $N-M_y$ für IPE 200, Lf D	86
Bild 37.	Interaktion $N-M_y$ für IPE 200, Lf E	87
Bild 38.	Interaktion $N-M_y$ für IPE 200, Lf F	87
Bild 39.	Interaktion $N-M_y$ für IPE 200, Lf G	88
Bild 40.	Interaktion $N-M_y$ für IPE 500, Lf A	88
Bild 41.	Interaktion $N-M_y$ für IPE 500, Lf B	89
Bild 42.	Interaktion $N-M_y$ für IPE 500, Lf D	89
Bild 43.	Interaktion $N-M_y$ für IPE 500, Lf E	90
Bild 44.	Interaktion $N-M_y$ für IPE 500, Lf F	90

Bild 45.	Interaktion $N-M_y$ für IPE 500, Lf G	91
Bild 46.	Interaktion $N-M_y$ für HEB 300, Lf A	91
Bild 47.	Interaktion $N-M_y$ für HEB 300, Lf B	92
Bild 48.	Interaktion $N-M_y$ für HEB 300, Lf D	92
Bild 49.	Interaktion $N-M_y$ für HEB 300, Lf E	93
Bild 50.	Interaktion $N-M_y$ für HEB 300, Lf F	93
Bild 51.	Interaktion $N-M_y$ für HEB 300, Lf G	94
Bild 52.	Interaktion $N-M_y$ für RHP 200/100/10, Lf A	94
Bild 53.	Interaktion $N-M_y$ für RHP 200/100/10, Lf B	95
Bild 54.	Interaktion $N-M_y$ für RHP 200/100/10, Lf D	95
Bild 55.	Interaktion $N-M_y$ für RHP 200/100/10, Lf E	96
Bild 56.	Interaktion $N-M_y$ für RHP 200/100/10, Lf F	96
Bild 57.	Interaktion $N-M_y$ für RHP 200/100/10, Lf G	97
Bild 58.	Interaktion $N-M_z$ für IPE 200, Lf A	99
Bild 59.	Interaktion $N-M_z$ für IPE 200, Lf B	99
Bild 60.	Interaktion $N-M_z$ für IPE 200, Lf D	100
Bild 61.	Interaktion $N-M_z$ für IPE 200, Lf E	100
Bild 62.	Interaktion $N-M_z$ für IPE 200, Lf F	101
Bild 63.	Interaktion $N-M_z$ für IPE 200, Lf G	101
Bild 64.	Interaktion $N-M_z$ für IPE 500, Lf A	102
Bild 65.	Interaktion $N-M_z$ für IPE 500, Lf B	102
Bild 66.	Interaktion $N-M_z$ für IPE 500, Lf D	103
Bild 67.	Interaktion $N-M_z$ für HEB 300, Lf A	103
Bild 68.	Interaktion $N-M_z$ für HEB 300, Lf B	104
Bild 69.	Interaktion $N-M_z$ für HEB 300, Lf D	104
Bild 70.	Interaktion $N-M_z$ für RHP 200/100/10, Lf A	105
Bild 71.	Interaktion $N-M_z$ für RHP 200/100/10, Lf B	105
Bild 72.	Interaktion $N-M_z$ für RHP 200/100/10, Lf D	106
Bild 73.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, L=1.07m, Lf A	110
Bild 74.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, L=1.07m, Lf B	110
Bild 75.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, L=1.07m, Lf C	111
Bild 76.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, L=1.07m, Lf D	111
Bild 77.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, L=1.07m, Lf E	112
Bild 78.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, L=1.07m, Lf F	112
Bild 79.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, L=1.07m, Lf G	113
Bild 80.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, L=1.07m, Lf H	113
Bild 81.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, L=2.14m, Lf A	114
Bild 82.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, L=2.14m, Lf B	114
Bild 83.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, L=2.14m, Lf C	115
Bild 84.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, L=2.14m, Lf D	115
Bild 85.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, L=2.14m, Lf E	116
Bild 86.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, L=2.14m, Lf F	116
Bild 87.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, L=2.14m, Lf G	117
Bild 88.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, L=2.14m, Lf H	117
Bild 89.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, L=3.21m, Lf A	118
Bild 90.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, L=3.21m, Lf B	118

Bild 91.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=3.21\text{m}$ , Lf C	119
Bild 92.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=3.21\text{m}$ , Lf D	119
Bild 93.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=3.21\text{m}$ , Lf E	120
Bild 94.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=3.21\text{m}$ , Lf F	120
Bild 95.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=3.21\text{m}$ , Lf G	121
Bild 96.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=3.21\text{m}$ , Lf H	121
Bild 97.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=6.42\text{ m}$ , Lf A	122
Bild 98.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=6.42\text{ m}$ , Lf D	122
Bild 99.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=2.05\text{ m}$ , Lf A	123
Bild 100.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=2.05\text{ m}$ , Lf B	123
Bild 101.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=2.05\text{ m}$ , Lf C	124
Bild 102.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=2.05\text{ m}$ , Lf D	124
Bild 103.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=2.05\text{ m}$ , Lf E	125
Bild 104.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=2.05\text{ m}$ , Lf F	125
Bild 105.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=2.05\text{ m}$ , Lf G	126
Bild 106.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=4.10\text{ m}$ , Lf A	126
Bild 107.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=4.10\text{ m}$ , Lf B	127
Bild 108.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=4.10\text{ m}$ , Lf C	127
Bild 109.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=4.10\text{ m}$ , Lf D	128
Bild 110.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=4.10\text{ m}$ , Lf E	128
Bild 111.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=4.10\text{ m}$ , Lf F	129
Bild 112.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=4.10\text{ m}$ , Lf G	129
Bild 113.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=6.16\text{ m}$ , Lf A	130
Bild 114.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=6.16\text{ m}$ , Lf B	130
Bild 115.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=6.16\text{ m}$ , Lf C	131
Bild 116.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=6.16\text{ m}$ , Lf D	131
Bild 117.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=6.16\text{ m}$ , Lf E	132
Bild 118.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=6.16\text{ m}$ , Lf F	132
Bild 119.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=6.16\text{ m}$ , Lf G	133
Bild 120.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=12.32\text{ m}$ , Lf A	133
Bild 121.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=12.32\text{ m}$ , Lf D	134
Bild 122.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für HEB 300, $L=3.63\text{ m}$ , Lf A	134
Bild 123.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für HEB 300, $L=3.63\text{ m}$ , Lf B	135
Bild 124.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für HEB 300, $L=3.63\text{ m}$ , Lf C	135
Bild 125.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für HEB 300, $L=3.63\text{ m}$ , Lf D	136
Bild 126.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für HEB 300, $L=3.63\text{ m}$ , Lf E	136
Bild 127.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für HEB 300, $L=3.63\text{ m}$ , Lf F	137
Bild 128.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für HEB 300, $L=3.63\text{ m}$ , Lf G	137
Bild 129.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für HEB 300, $L=3.63\text{ m}$ , Lf H	138
Bild 130.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für HEB 300, $L=7.27\text{ m}$ , Lf A	138
Bild 131.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für HEB 300, $L=7.27\text{ m}$ , Lf B	139
Bild 132.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für HEB 300, $L=7.27\text{ m}$ , Lf C	139
Bild 133.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für HEB 300, $L=7.27\text{ m}$ , Lf D	140
Bild 134.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für HEB 300, $L=7.27\text{ m}$ , Lf E	140
Bild 135.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für HEB 300, $L=7.27\text{ m}$ , Lf F	141
Bild 136.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für HEB 300, $L=7.27\text{ m}$ , Lf G	141

Bild 137.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für HEB 300, L=7.27 m, Lf H	142
Bild 138.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für HEB 300, L=10.9 m, Lf A	142
Bild 139.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für HEB 300, L=10.9 m, Lf B	143
Bild 140.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für HEB 300, L=10.9 m, Lf C	143
Bild 141.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für HEB 300, L=10.9 m, Lf D	144
Bild 142.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für HEB 300, L=10.9 m, Lf E	144
Bild 143.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für HEB 300, L=10.9 m, Lf F	145
Bild 144.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für HEB 300, L=10.9 m, Lf G	145
Bild 145.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für HEB 300, L=10.9 m, Lf H	146
Bild 146.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für HEB 300, L=21.8 m, Lf A	146
Bild 147.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für HEB 300, L=21.8 m, Lf D	147
Bild 148.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für RHP 200/100/10, L=1.88 m, Lf A	147
Bild 149.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für RHP 200/100/10, L=1.88 m, Lf B	148
Bild 150.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für RHP 200/100/10, L=1.88 m, Lf C	148
Bild 151.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für RHP 200/100/10, L=1.88 m, Lf D	149
Bild 152.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für RHP 200/100/10, L=1.88 m, Lf E	149
Bild 153.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für RHP 200/100/10, L=1.88 m, Lf F	150
Bild 154.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für RHP 200/100/10, L=1.88 m, Lf G	150
Bild 155.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für RHP 200/100/10, L=3.75 m, Lf A	151
Bild 156.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für RHP 200/100/10, L=3.75 m, Lf B	151
Bild 157.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für RHP 200/100/10, L=3.75 m, Lf C	152
Bild 158.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für RHP 200/100/10, L=3.75 m, Lf D	152
Bild 159.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für RHP 200/100/10, L=3.75 m, Lf E	153
Bild 160.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für RHP 200/100/10, L=3.75 m, Lf F	153
Bild 161.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für RHP 200/100/10, L=3.75 m, Lf G	154
Bild 162.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für RHP 200/100/10, L=5.63 m, Lf A	154
Bild 163.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für RHP 200/100/10, L=5.63 m, Lf B	155
Bild 164.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für RHP 200/100/10, L=5.63 m, Lf C	155
Bild 165.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für RHP 200/100/10, L=5.63 m, Lf D	156
Bild 166.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für RHP 200/100/10, L=5.63 m, Lf E	156
Bild 167.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für RHP 200/100/10, L=5.63 m, Lf F	157
Bild 168.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für RHP 200/100/10, L=5.63 m, Lf G	157
Bild 169.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für RHP 200/100/10, L=11.26 m, Lf A	158
Bild 170.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für RHP 200/100/10, L=11.26 m, Lf D	158
Bild 171.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für IPE 200, L=0.0 m	159
Bild 172.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für IPE 500, L=0.0 m	160
Bild 173.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für HEB 300, L=0.0 m	160
Bild 174.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für RHP 200/100/10, L=0.0 m	161
Bild 175.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für IPE 200, L=1.07 m	162
Bild 176.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für IPE 200, L=2.14 m	162
Bild 177.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für IPE 200, L=3.21 m	163
Bild 178.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für IPE 200, L=1.07 m, Lf A	165
Bild 179.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für IPE 200, L=1.07 m, Lf B	166
Bild 180.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für IPE 200, L=1.07 m, Lf C	166
Bild 181.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für IPE 200, L=1.07 m, Lf D	167
Bild 182.	Interaktion N- $M_y$ - $M_z$ für IPE 200, L=1.07 m, Lf F	167

Bild 183.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=2.14$ m, Lf A	168
Bild 184.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=2.14$ m, Lf B	168
Bild 185.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=2.14$ m, Lf C	169
Bild 186.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=2.14$ m, Lf D	169
Bild 187.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=2.14$ m, Lf F	170
Bild 188.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=3.21$ m, Lf A	170
Bild 189.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=3.21$ m, Lf B	171
Bild 190.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=3.21$ m, Lf C	171
Bild 191.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=3.21$ m, Lf D	172
Bild 192.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=3.21$ m, Lf F	172
Bild 193.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=6.42$ m, Lf A	173
Bild 194.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=2.05$ m, Lf A	173
Bild 195.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=2.05$ m, Lf B	174
Bild 196.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=2.05$ m, Lf C	174
Bild 197.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=2.05$ m, Lf D	175
Bild 198.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=4.10$ m, Lf A	175
Bild 199.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=4.10$ m, Lf B	176
Bild 200.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=4.10$ m, Lf C	176
Bild 201.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=4.10$ m, Lf D	177
Bild 202.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=6.16$ m, Lf A	177
Bild 203.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=6.16$ m, Lf B	178
Bild 204.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=6.16$ m, Lf C	178
Bild 205.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=6.16$ m, Lf D	179
Bild 206.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=12.32$ m, Lf A	179
Bild 207.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für HEB 300, $L=3.63$ m, Lf A	180
Bild 208.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für HEB 300, $L=3.63$ m, Lf B	180
Bild 209.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für HEB 300, $L=3.63$ m, Lf C	181
Bild 210.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für HEB 300, $L=3.63$ m, Lf D	181
Bild 211.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für HEB 300, $L=7.27$ m, Lf A	182
Bild 212.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für HEB 300, $L=7.27$ m, Lf B	182
Bild 213.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für HEB 300, $L=7.27$ m, Lf C	183
Bild 214.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für HEB 300, $L=7.27$ m, Lf D	183
Bild 215.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für HEB 300, $L=10.9$ m, Lf A	184
Bild 216.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für HEB 300, $L=10.9$ m, Lf B	184
Bild 217.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für HEB 300, $L=10.9$ m, Lf C	185
Bild 218.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für HEB 300, $L=10.9$ m, Lf D	185
Bild 219.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für HEB 300, $L=21.8$ m, Lf A	186
Bild 220.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=1.07$ m	187
Bild 221.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=2.14$ m	187
Bild 222.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=3.21$ m	188
Bild 223.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=1.07$ m, Lf A	189
Bild 224.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=1.07$ m, Lf D	189
Bild 225.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=2.14$ m, Lf A	190
Bild 226.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=2.14$ m, Lf B	190
Bild 227.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=2.14$ m, Lf C	191
Bild 228.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=2.14$ m, Lf D	191

Bild 229.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=3.21$ m, Lf A	192
Bild 230.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=3.21$ m, Lf D	192
Bild 231.	Lineares Stabelement in Abaqus (B31)	195
Bild 232.	Quadratisches und kubisches Stabelement in Abaqus (B32 und B33)	196
Bild 233.	Ansatz für ein lineares Stabelement	196
Bild 234.	Kragträger mit einer Einzellast	199
Bild 235.	Schnittkraftverlauf für den Kragträger mit einer Einzellast	200
Bild 236.	Bezeichnung der Stabelemente in Abaqus	201
Bild 237.	Querschnittsdefinition in Abaqus	203
Bild 238.	Newton-Raphson Verfahren	203
Bild 239.	Last-Verformungskurve	204
Bild 240.	Instabilitätsgrad	205
Bild 241.	Interaktionsdiagramm $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=6.16$ m, Lf A, BK, BDK	206
Bild 242.	Traglastkurven für IPE 500, $L=6.16$ m, Lf A, BK	208
Bild 243.	Traglastkurven für IPE 500, $L=6.16$ m, Lf A, BDK	208
Bild 244.	Einzelstab mit Abstützungen quer zur schwachen Achse $z-z$	209
Bild 245.	Interaktion $N-M_y$ für IPE 500, $L=12.32$ m, Lf F, BK, Abstützungen	211
Bild 246.	Interaktion $N-M_y$ für IPE 500, $L=12.32$ m, Lf F, BK, Abstützungen	211
Bild 247.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=1.07$ m, Lf A, BK	213
Bild 248.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=2.14$ m, Lf A, BK	213
Bild 249.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=3.21$ m, Lf A, BK	214
Bild 250.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=1.07$ m, Lf A, BDK	214
Bild 251.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=2.14$ m, Lf A, BDK	215
Bild 252.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=3.21$ m, Lf A, BDK	215
Bild 253.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 500, $L=6.16$ m, Lf D, BDK	216
Bild 254.	Interaktion $N-M_y$ für IPE 500, Lf A, BK, Vorkrümmung	218
Bild 255.	Verformungspfad für IPE 500, $L=4.10$ m, Lf A, BK	219
Bild 256.	Last-Verformungskurve für IPE 500, $L=4.10$ m, Lf A, BK	220
Bild 257.	Interaktion $N-M_y$ für HEB 300, Lf A, BK, Vorkrümmung	221
Bild 258.	Verformungspfad für HEB 300, $L=7.27$ m, Lf A	222
Bild 259.	Last-Verformungskurve für HEB 300, $L=7.27$ m, Lf A	223
Bild 260.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=1.07$ m, Lf A, BK	224
Bild 261.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=2.14$ m, Lf A, BK	224
Bild 262.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=3.21$ m, Lf A, BK	225
Bild 263.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=1.07$ m, Lf A, BDK	225
Bild 264.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=2.14$ m, Lf A, BDK	226
Bild 265.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=3.21$ m, Lf A, BDK	226
Bild 266.	Last-Verformungskurve für IPE 200, $L=2.14$ m, zentrischer Druck	227
Bild 267.	Elastoplastisches Material	228
Bild 268.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=2.14$ m, Lf A, BK, Verfestigung	229
Bild 269.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=2.14$ m, Lf A, BK, Verfestigung	230
Bild 270.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=1.07$ m, Lf A, BK	231
Bild 271.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=2.14$ m, Lf A, BK	232
Bild 272.	Interaktion $N-M_y-M_z$ für IPE 200, $L=3.21$ m, Lf A, BK	232
Bild 273.	Seitliche Steifigkeit beim I-Querschnitt	234
Bild 274.	Seitliche Steifigkeit beim Hohlprofil	235

Bild 275.	Interaktion N-My für IPE 200, L=2.14 m, Lf A, BK	236
Bild 276.	Verformungspfad für IPE 200, L=2.14 m, Lf A, BK	237
Bild 277.	Last-Verformungskurve für IPE 200, L=2.14 m, Lf A, BK	237
Bild 278.	Querschnittsinteraktion N-My-Mz für T140	238
Bild 279.	Interaktion N-My-Mz für T140, L=1.38 m, Lf A, BK	239
Bild 280.	Interaktion N-My-Mz für T140, L=2.76 m, Lf A, BK	240
Bild 281.	Interaktion N-My-Mz für T140, L=4.14 m, Lf A, BK	240
Bild 282.	Interaktion N-My-Mz für IPE 200, L=1.07 m, Lf A, BK	242
Bild 283.	Interaktion N-My-Mz für IPE 200, L=2.14 m, Lf A, BK	242
Bild 284.	Interaktion N-My-Mz für IPE 200, L=3.21 m, Lf A, BK	243
Bild 285.	Interaktion N-My für IPE 200, Lf A, BK um y-y	244
Bild 286.	Vergleich der Traglastkurven aus Versuch und Rechnung	246
Bild 287.	Vergleich der Traglastkurven aus Schalenmodell und Stabmodell	248
Bild 288.	Verformung eines Schalenmodells bei Druck und Biegung	248
Bild 289.	Systemskizze einer Halle mit Zweigelenrahmen als Binder	255
Bild 290.	Abmessungen des Zweigelenrahmens	256
Bild 291.	Belastung für Lastfallkombination LK 1	257
Bild 292.	Seitliche Abstützungen im Endzustand	257
Bild 293.	Erste Eigenform	258
Bild 294.	Zweite Eigenform	258
Bild 295.	Dritte Eigenform	259
Bild 296.	Vierte Eigenform	259
Bild 297.	Imperfektion 10-fach überhöht dargestellt	260
Bild 298.	Traglastkurven für beide Lastfallkombinationen	261
Bild 299.	Verformung im Traglastzustand 10-fach überhöht dargestellt für LK 1	261
Bild 300.	Stabilisierungskraft für Lastkombination LK 1	263





## Tabellenverzeichnis

Tab. 1.	Momentenbeiwert	9
Tab. 2.	Momentenbeiwerte für verschiedene Momentenverläufe	30
Tab. 3.	Grundwert der Ersatzimperfektion	32
Tab. 4.	Querschnittsklassen für Walzprofile nach Eurocode 3	72
Tab. 5.	Querschnitte und Stablängen für die Parameterstudie	74
Tab. 6.	Querschnittswerte	75
Tab. 7.	Momentenverläufe $M_y$ und $M_z$ für die Parameterstudie	75
Tab. 8.	Randbedingungen für Zwischenknoten und Endknoten des Einzelstabes	80
Tab. 9.	Berechnungsfälle für die Parameterstudie	81
Tab. 10.	Numerische Berechnungsverfahren	195
Tab. 11.	Referenzlasten	207
Tab. 12.	Abstützlängen [m]	210
Tab. 13.	Referenzlasten	217
Tab. 14.	Materialkennwerte	227
Tab. 15.	Exzentrizitäten	245
Tab. 16.	Referenzlasten	247

