Zur Ermittlung von Spielzeiten – Teil I

Erweiterter Monte-Carlo-Algorithmus für Regalbediengeräte mit Mehrfachlastaufnahmemitteln entwickelt

Foto: TGW Logistics

Dirk Jodin, Christian Landschützer, Simon Gasperin

Zur Durchsatzsteigerung im Lager werden automatische Regalbediengeräte zunehmend mit mehreren Lastaufnahmemitteln ausgeführt. Aufgrund des hohen analytischen Herleitungsaufwands ist eine zuverlässige Berechnung dieser Systeme jedoch nahezu praktisch unmöglich. Mit dem erweiterten Monte-Carlo-Algorithmus lassen sich langwierige analytische Herleitungen, unter Beibehaltung vertrauenswürdiger Ergebnisse, vermeiden und dadurch Planung, Auslegung und Optimierung dieser Lagersysteme vereinfachen und verkürzen.

Univ.-Prof. Dr.-Ing. D. Jodin *leitet das Institut für Technische Logistik der Technischen Universität Graz*

C. Landschützer *ist Wissenschaftlicher Assistent am Institut für Technische Logistik der Technischen Universität Graz*

S. Gasperin *ist Wissenschaftlicher Assistent am Institut für Technische Logistik der Technischen Universität Graz*

Globalisierung, Klimawandel, Individualitätsstreben und digitalisiertes Leben sind nur einige der Megatrends die auch die Logistik beeinflussen. Hoher Servicegrad und Flexibilität, kurze Lieferzeiten sowie geringe Kosten und Umweltbelastung sind nur einige konkrete Anforderungen, die aus diesen Trends resultieren. Den somit ebenfalls steigenden Ansprüchen an die technischen Systeme der Logistik wird aber nicht nur durch die Optimierung von Mechanik, Elektrotechnik und IT entsprochen. Mithilfe moderner, intelligenter Planungs- und Berechnungsmethoden lassen sich begrenzte Ressourcen wie Zeit, Geld und Energie sparen.

Für die Leistungs- oder Bedarfsberechnung in automatischen Lager-, Kommissionier- und Materialflusssystemen werden üblicherweise Algorithmen verwendet, deren Entstehung in einer Zeit liegt, in der Computer weniger durch Leistung und Speicherkapazität als durch Gewicht und Stromverbrauch glänzten. Damals war die Entwicklung dieser, heute in VDI- und FEM-Richtlinien standardisierten, Berechnungsverfahren äußerst wertvoll und hilfreich, da sie durch Vereinfachungen, Näherungen und akzeptable Genauigkeiten einen Ersatz für die konkrete Berechnung aller Fahrsituationen im System, boten und bieten. Mit der heutigen Rechen- und Speicherleistung von PCs sind allerdings Verfahren realisierbar, die in kürzerer Zeit mit höherer Flexibilität und Genauigkeit Spielzeiten auch für Regalbediengeräte mit Mehrfachlastaufnahmemittel und weitere ähnliche technische Systeme der Logistik (z. B. Brückenkrane) berechnen.

Am Institut für Technische Logistik an der TU Graz wurde hierzu ein Erfolg versprechender Ansatz, basierend auf der „Gewöhnlichen-Monte-Carlo-Berechnung", entwickelt und untersucht, der Inhalt des vorliegenden Fachbeitrags ist. Die Besonderheit dieser erweiterten Monte-Carlo-Rechnung liegt in der Konkretisierung und Integration von praktikablen Abbruchkriterien im Umfeld der Regalbediengeräte mit Mehrfachlastaufnahmemittel.

Grenzleistung und Monte-Carlo-Ansatz

Die Grenzleistung oder der maximale Durchsatz λ für ein Regalförderzeug mit mehreren Lastaufnahmemitteln ist der Quotient aus der Anzahl von Lastaufnahmemitteln C und dem Erwartungswert der Spielzeit $E\left(t_{Spiel}\right)$ nach

$$\lambda = \frac{C}{E\left(t_{Spiel}\right)}. \tag{1}$$

Klassische analytische Rechenverfahren [1], [2] versuchen, den Erwartungswert der Spielzeiten $E\left(t_{Spiel}\right)$ zu berechnen. Im ersten Schritt wird eine stetige Dichtefunktion $f(t)$ der Spielzeit gesucht. Damit soll der Erwartungswert $E\left(t_{Spiel}\right)$ nach der Grundgleichung

$$E\left(t_{Spiel}\right) = \int_{-\infty}^{\infty} t_{Spiel} \cdot f\left(t_{Spiel}\right) \cdot dt_{Spiel} \tag{2}$$

ermittelt werden. Das Auffinden dieser Verteilungen $f\left(t_{Spiel}\right)$ ist ein langwieriger Arbeitsprozess. Um diesen Arbeitsaufwand zu reduzieren, werden nach Marquardt oftmals Beschleunigungen und Verzögerungen des Regalbediengeräts approximativ vernachlässigt [3]. Hinzu kommt ein Diskretisierungsfehler bei der Anwendung stetiger Dichtefunktionen, denn die differenzielle Spielzeit dt_{Spiel} kann auch als Bruch einer differenziellen Strecke ds durch eine Geschwindigkeit v aufgefasst werden.

$$dt_{Spiel} = \frac{ds}{v} \tag{3}$$

Die differenzielle Strecke ds erlaubt, im Unterschied zum realen Lager, das Vorhandensein endloser Positioniermöglichkeiten bzw. unendlich vieler Lagerfächer.

Um den genannten Problemen traditioneller Rechenmethoden auszuweichen, wird in dieser hier entwickelten Rechenmethode der Erwartungswert $E(t_{Spiel})$ mithilfe einer Durchschnittsrechnung berechnet und dadurch die Ermittlung stetiger Dichtefunktionen und die Durchführung von aufwendigen analytischen Herleitungen für $f(t_{Spiel})$ vermieden. Der Grundgedanke dieser Durchschnittsrechnung liegt im Berechnen einer repräsentativen Menge von Spielzeiten, aus der anschließend der arithmetische Mittelwert gebildet wird. Theoretisch existiert die Möglichkeit, die Spielzeit für jeden möglichen Rundreisefall an der Lagerfläche durchzurechnen und aus diesen berechneten Zeiten den arithmetischen Mittelwert zu bilden. Dieser Mittelwert entspricht dann exakt dem Erwartungswert der Spielzeiten. Während bei einem Lastaufnahmemittel die Anzahl der möglichen Anfahrtspunkte pro Rundfahrt relativ überschaubar bleibt, steigen die Möglichkeiten bei mehreren Lastaufnahmemitteln exponentiell an. Hier wird die Berechnung aller möglichen Kombinationen zu aufwendig, sodass die Monte-Carlo-Rechnung zum Zuge kommt.

Die durchschnittliche Spielzeit bildet die Vergleichsgröße zwischen verschiedenen Regalkonstellationen. Hierbei liegt die Problematik im unbekannten Zusammenhang zwischen dem arithmetischen Mittelwert und dem Erwartungswert der berechneten Spielzeiten. Bei einer bekannten Dichtefunktion ist der Erwartungswert berechenbar (s. Gleichung 2). Diese Dichtefunktion ist hier nicht bekannt, wodurch dieser Erwartungswert ebenfalls unbekannt ist. Einen entscheidenden Hinweis über die Beziehung zwischen dem arithmetischen Mittelwert und dem Erwartungswert eines Systems liefert Bronstein [4] mithilfe der Gewöhnlichen-Monte-Carlo-Methode.

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) \cdot dx \approx \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \; . \tag{4}$$

In dieser Gleichung wird die Näherung des Erwartungswerts $E(x)$ durch den arithmetischen Mittelwert beschrieben. Die Variable x ist in dieser Gleichung eine stetige Laufvariable. Die Größe $f(x)$ ist die unbekannte Dichtefunktion des Systems und unter x_i werden die Stichprobenwerte des stochastischen Systems verstanden. Die Größe n definiert den Stichprobenumfang [4]. Für das Lagersystem wird dieser Monte-Carlo-Ansatz zu:

$$E\left(t_{Spiel}\right) = \int_{-\infty}^{\infty} t_{Spiel} \cdot f\left(t_{Spiel}\right) \cdot dt_{Spiel} \approx \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_{Spiel_i} \; . \tag{5}$$

Der Erwartungswert $E(t_{Spiel})$ der kompletten Spielzeit wird hierbei durch den arithmetischen Mittelwert der berechneten Spielzeiten t_{Spiel_i} approximativ berechnet. Hierbei ist t_{Spiel_i} eine stetige Spielzeitvariable, während $f(t_{Spiel})$ die unbekannte Dichtefunktion der Spielzeiten definiert. Gleichung 5 schafft den Übergang von stetigen zu stochastisch definierten Systemen.

Problematisch am Monte-Carlo-Ansatz sind allerdings die nicht näher ausgeführte Approximationsgüte und die nicht angegebenen approximationsbeeinflussenden Größen. Informationen zu diesen offenen Punkten liefert folgende Überlegung. Die Spielzeiten des Lagersystems sind voneinander unabhängig und entstammen alle aus demselben Lagersystem, das sich nicht verändert. Aufgrund dieser Eigenschaften lassen sich die Spielzeiten des Lagers stochastisch als reelle, gleichverteilte und voneinander unabhängige Zufallsvariable definieren. Für diese Art von Zufallsvariablen gilt das „Starke Gesetz der großen Zahlen". Dieses Gesetz aus der Stochastik ist folgend als Gleichung dargestellt:

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \overset{n \to \infty}{\rightarrow} E\left(X_1\right). \tag{6}$$

Die Gleichung beschreibt, dass der arithmetische Mittelwert einer Stichprobe (bestehend aus X_i) gegen den unbekannten Erwartungswert des Systems $E(X_1)$ selbst konvergiert, wenn die Stichprobenmenge n gegen ∞ läuft [5]. Die in diesem Gesetz beschriebene Annäherung zwischen arithmetischem Mittelwert und dem unbekannten Erwartungswert bildet den theoretischen Hintergrund für die Anwendungsmöglichkeit der Gewöhnlichen-Monte-Carlo-Methode. Zusätzlich liefert dieses Gesetz die fehlenden Hinweise bezüglich der Approximationsgüte und der approximationsbeeinflussenden Größen. Je größer die berechnete Stichprobenmenge, desto besser wird auch die Approximationsgüte. Die approximationsbeeinflussende Größe ist demnach die Stichprobenmenge selbst. Unbekannt bleibt weiterhin die Information, welche Stichprobenmenge zum Erreichen einer gewünschten Genauigkeit nötig ist. Hierfür werden für diese Rechenmethode Abbruchkriterien definiert, die im Teil II der Serie in F+H 11/2010 beschrieben werden. Um nun einzelne Spielzeiten berechnen zu können, müssen Gleichungen für die Wegzeiten in einem Spiel gefunden werden.

Zweidimensionales Bewegungsproblem an der Lagerfläche

Das zweidimensionale Bewegungsproblem beschreibt den Zeitaufwand eines Lastaufnahmemittels, von einem Punkt A (Koordinaten x_A und y_A) zu einem Punkt B (Koordinaten x_B und y_B) zu fahren. Die horizontale Bewegung wird durch die Fahrachse des Regalbediengeräts erzeugt. Überlagert wird die vertikale Bewegung der Lastaufnahmemittel durch den Hubantrieb. Das größere Zeitintervall dieser beiden Bewegungen definiert auch die Wegzeit von Punkt A zu Punkt B. Dieser Sachverhalt lässt sich durch folgende Grundgleichung beschreiben:

$$t\left(A \overset{nach}{\rightarrow} B\right) = MAX\left(t_x; t_y\right). \tag{7}$$

Für die Ermittlung der Wegzeiten t_x und t_y wird im ersten Schritt die Bremsbeschleunigung b eingeführt. Die Bremsbeschleunigung b ist folgendermaßen definiert:

$$b = \frac{2 \cdot \left|\overline{a^+} \cdot \overline{a^-}\right|}{\overline{a^+} + \left|\overline{a^-}\right|} \; . \tag{8}$$

Hierbei sind $\overline{a^+}$ und $\overline{a^-}$ die mittleren Beschleunigungen bzw. Verzögerungen der Bewegung. Mit einer bekannten Bremsbeschleunigung b lässt sich die Wegzeit t in Abhängigkeit einer durchfahrenen Strecke s folgendermaßen berechnen:

$$t = \begin{cases} \dfrac{s}{\overline{v_{max}}} + \dfrac{\overline{v_{max}}}{b}, & s \geq \dfrac{\overline{v_{max}}^2}{b} \\ 2 \cdot \sqrt{\dfrac{s}{b}}, & s \leq \dfrac{\overline{v_{max}}^2}{b} \; . \end{cases} \tag{9}$$

(Wird fortgesetzt)

Literaturhinweise:

[1] N. N.: FEM-Regel 9.851. Leistungsnachweis für Regalbediengeräte. Spielzeiten. 1978

[2] N. N.: VDI-Richtlinie 3561 Testspiele zum Leistungsvergleich und zur Abnahme von Regalförderzeugen. 1995

[3] Marquardt, H.-G.; Glass, M.: Einsatz von Mehrfachlastaufnahmemitteln. Tourenbildung und Spielzeitberechnung. 2001. Erstdatum der Öffnung der Internetadresse 6. Oktober 2008: http://tu-dresden.de/die_tu_dresden/fakultaeten/fakultaet_maschinenwesen/itla/technische_logistik/modellierung_und_simulation/forschung/texte/GlassMarquardt2002.pdf. Jüngstes Datum der Öffnung dieser Adresse 20. Juli 2010

[4] Bronstein, I. N.; Musiol, G.; Mühlig, H.; Semendjajew, K. A.: Taschenbuch der Mathematik. Thun und Frankfurt am Main. Verlag Harri Deutsch, 2001

[5] Maintrup, D.; Schäffler, S.: Stochastik. Theorie und Anwendungen. Berlin. Springer Verlag, 2005

www.itl.tugraz.at

Teil II des Beitrags erscheint in F+H 11/2010