Gravitomagnetischer Zeiteffekt

Prilasnig Fabian

Im Mittelpunkt meiner Arbeit steht der gravitomagnetische Zeiteffekt zweier Uhren, die prograd bzw. retrograd die Erde umkreisen. Das Gravitationsfeld der Erde wird mathematisch durch die linearisierte Kerr-Metrik beschrieben, da die Erde als kugelsymmetrische und langsam rotierende Massenverteilung betrachtet wird, und die Bewegung der beiden Uhren bleibt auf Kreisbahnen beschränkt.

Zuerst werden die kreisförmigen Geodätenbahnen der Schwarzschild-Metrik explizit berechnet, die für die störungstheoretischen Berechnungen der kreisförmigen Geodätenbahnen im linearisierten Kerrfeld als nullte Näherung verwendet werden.

Danach werden äquatoriale Kreisbahnen betrachtet und die Zeitdifferenz der beiden Umlaufszeiten für ein fixes Zeitintervall (eine Keplerperiode) sowie für einen fixen Winkel (ein Azimutintervall von 2π) berechnet.

Es zeigt sich, daß die Eigenzeitdifferenz bezüglich eines festen Koordinatenzeitintervalls $\Delta\tau \approx 3 \cdot 10^{-16}$ Sekunden beträgt und daher mit der heutigen Technologie nicht zu messen ist.
Betrachtet man jedoch die Eigenzeitdifferenz bezüglich eines festen Winkels, erhält man eine Differenz von $\Delta\tau \approx 2 \cdot 10^{-7}$ Sekunden, die immerhin um 9 Zehnerpotenzen größer ist als diejenige, die für ein festes Koordinatenzeitintervall erhalten wird, und müßte mit der heutigen Technologie prinzipiell meßbar sein.

Die in expliziter Form dargestellten kreisförmigen Geodätenbahnen in der linearisierten Kerr-Metrik werden analytisch störungstheoretisch berechnet und der gravitomagnetische Zeiteffekt bezüglich eines festen Winkels kann natürlich auf Kreisbahnen mit beliebiger Neigung (Inklination) zur Äquatorebene verallgemeinert werden.

Die Eigenzeitdifferenz der beiden Uhren hängt nicht nur von der Inklination sondern auch von einem konstanten in der Bahnebene liegenden Phasenwinkel ab. Daher wird bei der Abbildung 1.2 die Eigenzeitdifferenz auf die y-Achse und die Inklination auf die x-Achse aufgetragen und für jeden betrachteten Phasenwinkel eine Kurve erhalten.

Es stellt sich heraus, daß sich für verschiedene Phasenwinkel die Abhängigkeit der Zeitdifferenz von der Inklination jeweils anders verhält. Grundsätzlich werden die Zeitdifferenzen für jeden betrachteten Phasenwinkel im Falle äquatorialer Kreisbahnen gleich bleiben und für polare Umlaufbahnen verschwinden. Weil die verwendete Gleichung für höhere Inklinationen nicht mehr gültig ist, gehen die Kurven für die Phasenwinkel, die ungleich null sind, für polare Umlaufbahnen gegen unendlich anstatt gegen null.