

Der Polygoneffekt bei Rundstahlkettentrieben

Ass.Prof. DI Dr.techn. Christian LANDSCHÜTZER,
Institut für Technische Logistik der TU Graz, Leitung Arbeitsbereich Entwicklung.

Dieser Aufsatz beschreibt die Auswirkungen der Berücksichtigung von realen Kraft- und Lageverhältnissen bei der Übertragung von Drehmomenten auf Rundstahlketten mit Kettenrädern (Kettennüsse, Taschenräder) wie sie im Serienhebezeug Kettenzug als auch in Antriebsrädern der Stetigfördertechnik vorkommen. Im Gegensatz zu den bisher publizierten Theorien des Polygoneffekts (Teilkreisgleichung u.a.) berücksichtigt der hier vorgestellte Ansatz die aus den Kraftwechselwirkungen Kette-Kettenrad entstehenden realen Lagen der Kette im Kettenrad, die Fertigungsabweichungen der Kettenglieder und mögliche Längungen der Kette unter Last und durch Verschleiß. Die Ergebnisse zeigen eine starke Abweichung von der bekannten Teilkreisgleichung, deren Theorie zufolge die Kettenglieder nicht in Berührung mit der Kettennuss kommen würden!

Die Theorie wird anhand einer analytischen Betrachtung vorgestellt und mit Messungen und MKS-Simulationen abgesichert.

Die Auswirkungen davon sind für die Schwingungsberechnung relevant und werden im Beitrag anhand einer Systemsimulation dargestellt.

Keywords: Polygoneffekt, Schwingung, Teilkreis, Rundstahlkette, Kettennuss.

1 Einleitung

Das Auftreten des Polygoneffekts, der durch ein nicht kreisrundes formschlüssiges Kraftübertragungsglied (Kettenrad, Zahnriemenscheibe) in einem Zugmittelgetriebe oder Hebezeug verursacht wird, ist vielfältig und seine Auswirkungen von unterschiedlicher Art. Während die Schwingungsanregungen vor allem bei den langsamlaufenden Rädern mit geringer „Zähnezahl“ (ident Taschen- oder Eckenzahl) relevant sind, entstehen bei den schnelllaufenden hochzahligen Rädern vor allem Übertragungsungenauigkeiten und akustische Phänomene der Zugmittelgetriebe (Steuerkettentriebe im PKW-Motorenbau).

Die wissenschaftliche Bearbeitung dieses Gebietes beschränkt sich fast ausschließlich auf die Steuerkettentriebe und vereinzelt Zahnriemen, am Gebiete der Rundstahlkette sind nur wenige Arbeiten verfügbar (s.u.).

Beim Rundstahlkettentriebes des Ketten-Hebezeuges ist die Betrachtung dieses Phänomens von außerordentlicher Wichtigkeit, da durch die polygoneffekterregten Schwingungen Resonanzen mit teilweise beträchtlichen Schwingungsamplituden auftreten, die die Betriebssicherheit gefährden und die Lebensdauer der Kette relevant herabsetzen. Darüber hinaus ist durch den bisher in den Literatur gebräuchlichen Ansatz über die Lage auf einem „Teilkreis“ (s. Abschnitt 2) eine Betrachtung der Konstruktion und der Kraftwirkmechanismen in der Kettennuss nicht möglich, da die realen Einbaulagen hierin nicht berücksichtigt werden.

2 Polygoneffekt bei Rundstahlketten

2.1 Theorie Polygoneffekt Literatur (Teilkreisgleichung),

Die Beschreibung des Zusammenwirkens von Kettenrad und Kettengliedern wird in der Literatur bisher mit der sogenannten Teilkreisgleichung beschrieben, die beispielsweise in [5] nachzulesen ist und als deren älteste Quelle ein Werk aus dem Jahre 1894 ausgehoben werden konnte [4]. Für ein Kettenrad mit z Zähnen (Taschen) gilt für den Teilkreisdurchmesser D :

$$D = \sqrt{\left(\frac{t_k}{\sin\left(\frac{\pi}{2z}\right)}\right)^2 + \left(\frac{d}{\cos\left(\frac{\pi}{2z}\right)}\right)^2} \quad \text{und} \quad \alpha = \frac{2\pi}{z} \quad \text{Gleichung 1}$$

Die Herleitung bedarf einiger aufwändiger Umformungen und trigonometrischer Ansätze, um die gewohnte Form, wie in Gleichung 1 angegeben, zu erhalten. Die Annahmen, die hinter dieser Positionierung der Kettenglieder am Kettenrad stehen werden in der Literatur nicht dargelegt und sollen deswegen hier erörtert werden:

- Die Geometrie der Kettenglieder ist „ideal“ mit:
 - kreisrundem Drahtmaterial mit konstantem Durchmesser d .
 - zwei idealen Halbtoren als gebogenem Abschnitt
 - zwei ideal geraden Schenkeln
 - konstanter innerer Weite w , die gleich dem Durchmesser der Tori ist.
 - generell ± 0 tolerierten Maßen.
- Die stehenden Kettenglieder
 - liegen voll unterstützt auf dem Boden der Kettennuss auf.
 - sind mittig/symmetrisch in die Kettennuss eingebaut
- Die liegenden Kettenglieder
 - sind ebenfalls mittig eingebaut
 - haben einen Kontaktpunkt zu den stehenden Kettengliedern, der sich aus dem Schnitt der Kettengliedlängsachse des stehenden Kettengliedes mit dessen inneren Bug ergibt.

Abbildung 1 veranschaulicht die real unmögliche Situation des Zusammenwirkens von Kette und Rad nach den Annahmen, die der Teilkreisgleichung zugrunde liegen (in rosa), weil:

- Die wirkenden Kontakt- und Reibkräfte eine völlig andere Lage der Kette in der Nuss bewirken und deshalb
- die liegenden Kettenglieder niemals Kontakt mit dem Kettennusszahn haben und daher keine Kraft übertragen können.
- Fertigungstoleranzen, Betriebslängung und Betriebsverschleiß die Kettengeometrie relevant verändern [6] und die Nennmaße d , w und Teilung t_k im Betrieb nicht auftreten.

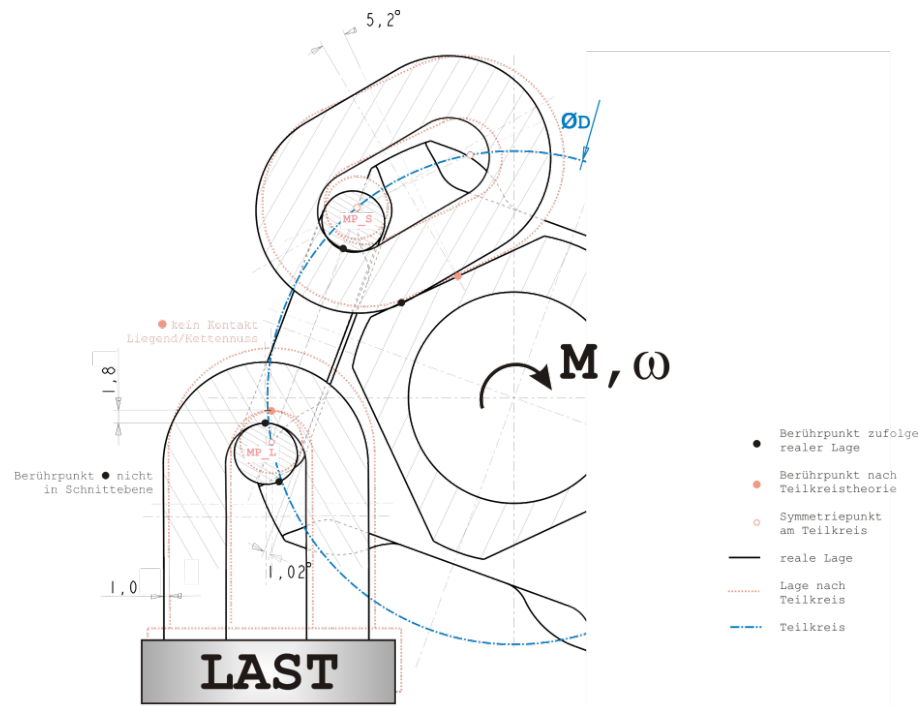


Bild 1: Lage und „Kontaktpunkte“ nach Teilkreis- und realer Theorie.

Die Literatur [1] beschreibt weiterführend die kinematischen und dynamischen Verhältnisse aufbauend auf die Lage der Kette in der Nuss nach der Teilkreisgleichung, worin die Unterschiede zur realen Lage in der Schwingungserregung nicht so relevant sind, wie z.B. für die Betrachtung der Kraftwirkmechanismen und der resultierenden Lagen Kette/Nuss oder den Ausgleich des Polygoneffekts (s. auch Abschnitt 4).

2.2 Theorie des Einschwenkens

Die kinematischen Verhältnisse beim Einschwenken der Kettenglieder in die Kettennuss bestimmen alle dynamischen Vorgänge im Kettenstrang und den angeschlossenen Komponenten und damit auch die polygoneffekterregten Schwingungen.

Kräfte und Geschwindigkeiten. Die Geschwindigkeit im Kettenstrang wird von jenem Kettenglied beschrieben, das zuletzt in die Kettennuss eingeschwenkt ist – sprich „radfest“ geworden ist. Der bisherige Ansatz der Literatur zog dafür die Mittelpunkte des geschnittenen liegenden Kettengliedes heran. Diese nichtreale Lage führt dann zu dem bekannten Ersatzpolygon (s. unten). Dass aber dabei nicht nur ein Fehler zufolge der nichtrealen Lage sondern auch ein Fehler begangen wird, der die falschen Punkte zur Geschwindigkeitsbeschreibung heranzieht zeigt die folgende Abbildung 2 und Abbildung 3 (inkl. Erläuterungen).

Beim Einschwenken eines Kettengliedes (hier eines liegenden Kettengliedes) ist der Zustand der Verbindung zum letzten radfesten Glied zu berücksichtigen. Dabei kann unterschieden werden zwischen den folgenden Zuständen und ihren Charakterisierungen:

- Rollen:
 - Winkel(lage)änderung des einschwenkenden Gliedes (zu fester Raumachse) – Kontaktpunkt wandert am Kettengliedbug, bei Drehung des Gliedes zur Nussmitte hin, nach außen.
 - Winkellage Kettenglied innerhalb Haftreibwinkel
 - Reibkraft nötig – Kräftesumme am Glied kleiner als Haftreibkraft
 - nur Winkelgeschwindigkeit
- Rollen und Rutschen (RollRutsch):
 - beim Übergang von Haften zu Gleiten (nach Überschreitung des Haftreibungswinkels zufolge Einschwenken)
 - Winkellage Kettenglied zwischen Haft- und Gleitreibwinkel
 - Winkeländerung des einschwenkenden Gliedes möglich
 - Reibkraft wirkt vorhandener Bewegungskraft entgegen und ermöglicht aufkippendes Moment
 - Winkelgeschwindigkeit und translatorische Geschwindigkeit
- Rutschen:
 - keine Winkeländerung des einschwenkenden Gliedes
 - Winkellage Kettenglied innerhalb Gleitreibwinkel
 - Gleitreibkraft wirkt vorhandener Bewegungskraft entgegen
 - nur translatorische Geschwindigkeit

Der Einschwenkvorgang startet mit einer Rollbewegung die in eine Rutschbewegung übergeht. Dieser Vorgang kann sich auch während des Einschwenkens wiederholen, wenn das Kettenglied aufgrund niedriger angreifender Kräfte in seiner Rutschbewegung zum Stillstand kommt.

Für das liegende Kettenglied ist eine überblicksartige Darstellung oben angegeben. Das Einschwenken findet zufolge einer Einschwenkdrehbewegung ω_{Nuss} statt. Die Wirkungslinie der Gewichtskraft geht durch den Kontaktpunkt, der Momentanpol für die Einschwenkbewegung wandert beim Übergang von Rollen zu Rutschen vom Kontaktpunkt zum Schwerpunkt des liegenden Gliedes. Die Kettengliedgleichgewichtslage ist grau angedeutet. Die Winkel der Reibkegel errechnen sich aus den Reibkoeffizienten. Das Vorhandensein einer Differenzkraft zur Bewegung F_{dyn} bedeutet Rutschen unter einer größeren Summenkraft am Glied als der Gleitreibkraft, die so wie die Haftreibkraft stets als maximal mögliche Reaktionskraft eingetragen ist. Zu beachten bleibt also stets, dass diese Reibkräfte als Maximalkräfte von der Gesamtkraftsituation abhängig sind und nur als Reaktionskräfte auf äußere Kräfte wirken können, somit also keine eingepprägten Kräfte sondern Zwangskräfte sind, die keine Arbeit verrichten.

Die Geschwindigkeiten der Symmetriepunkte MP_L und MP_S (Definition in Abbildung 5) beschreiben die Geschwindigkeit im Kettenstrang v_{Hub} und liegen bei Drehung der Nuss auf einer Kreisbahn – wofür die Analytik abgeleitet wird – genau dann, wenn:

- das einschwenkende Kettenglied rutscht (bei Rollen und Roll/Rutsch käme aus ω_{Roll} eine zusätzliche Geschwindigkeitskomponenten dazu!)
- die Glieder nach radfest-werden
 - in der Tasche/Rille nicht verrutschen
 - sich nicht verdrehen
- der Kettenstrang querschwingungsfrei läuft
- der Kettenstrang sich entlang seiner Längsachse nicht verdreht
- die Kettenglieder keine Verlagerungsbewegungen im radfesten Zustand ausführen
- $v_{\text{MP_L}}$ solange darauffolgendes stehendes Kettenglied nicht radfest ist
- $v_{\text{MP_S}}$ solange darauffolgendes liegendes Kettenglied nicht radfest ist

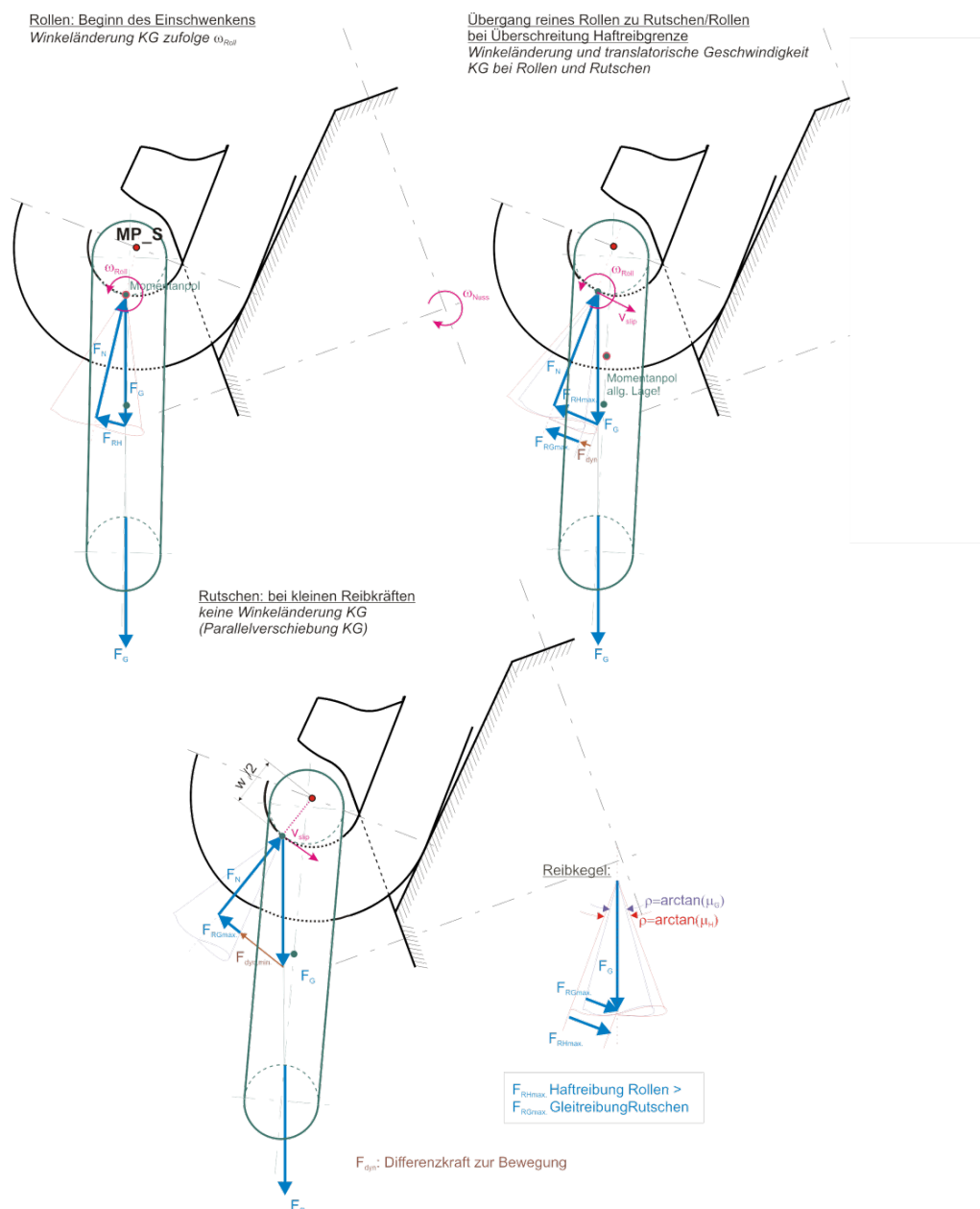


Bild 2: Kinematik des Rollen und Rutschens beim Einschwenken.

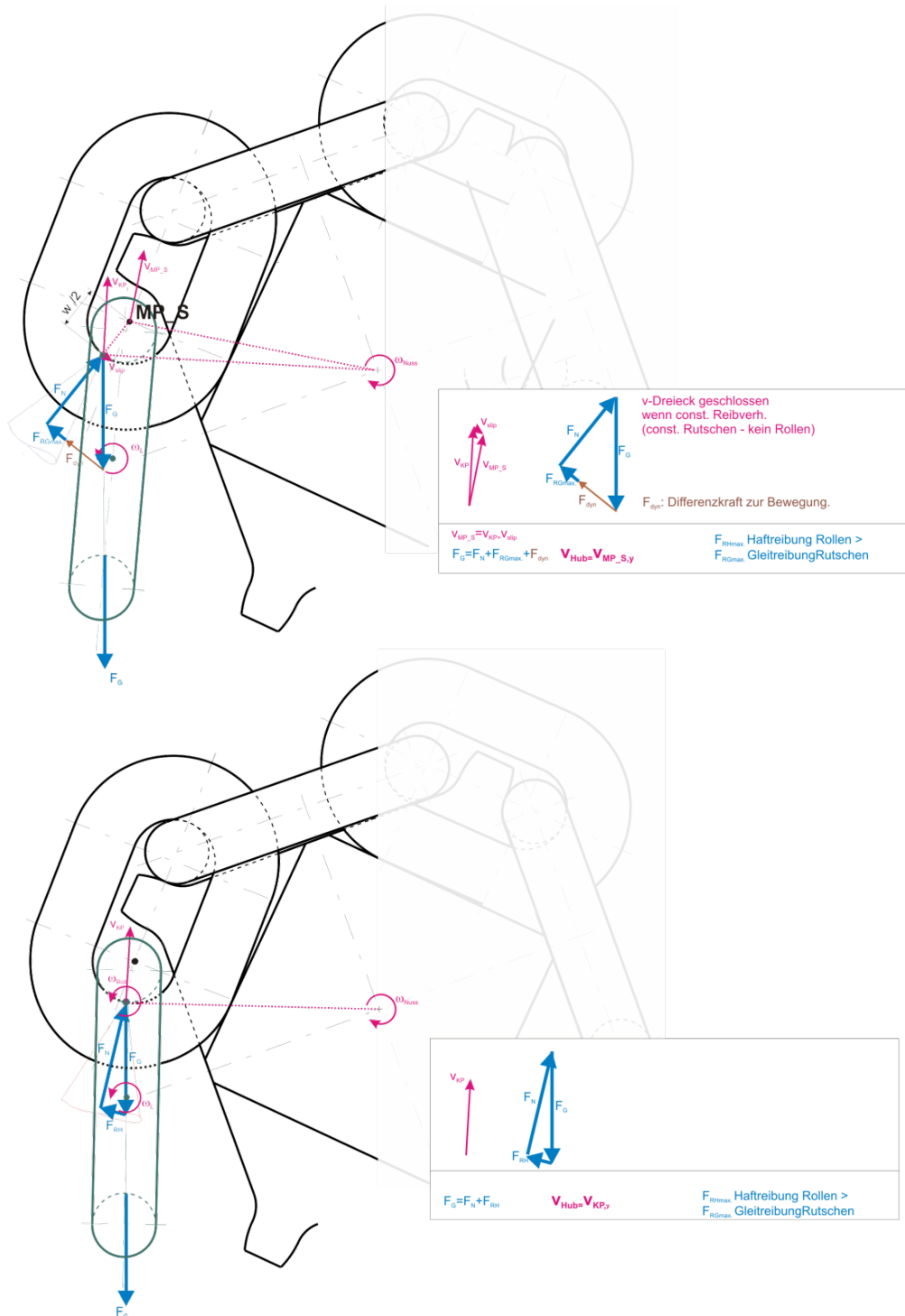


Bild 3: Kräfte und Kinematik eines einschwenkenden liegenden Kettengliedes. Der aufgrund Schmierung in der Realität eintretende Fall des Rutschens – wie in Messungen bestätigt (vgl. Abschnitt 4) –, kann mit der Theorie nach MP_L und MP_S abgebildet werden.

Die Kräftebetrachtung von Abbildung 3 ist real natürlich aufgrund der Reibkräfte als Reaktionskräfte auf die äußeren Kräfte und der Systemdynamik der übrigen beteiligten Komponenten nur ein mögliches Maximalszenario eines Einzelvorganges und dient vornehmlich der Visualisierung des Prozesses. Die eigentliche Dynamik im Sys-

tem kann nur mit MKS oder aufwändig analytisch mit den nötigen Gleichungen abgebildet werden [3].

Ersatzpolygon – Definition. Das Ersatzpolygon ist nach Literatur die Verbindung der Mittelpunkte der geschnittenen liegenden Kettenglieder, die laut Definition auf dem Teilkreis liegen. Hängt man an den jeweils äußersten Punkt (in x-Richtung) des Polygons einen Faden, so kann man die Bewegung der Kette vereinfacht darstellen (s. auch [1]).

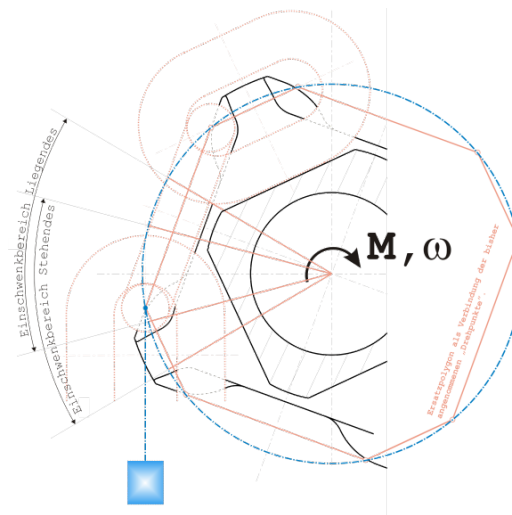


Bild 4: kinematisch bestimmende Bereiche der einschwenkenden Kettenglieder für den gesamten Kettenstrang und Ersatzpolygon nach Teilkreistheorie (Verbindung der Drahtkreisquerschnitte der liegenden Kettenglieder).

Da nach den obigen Erkenntnissen weder diese Mittelpunkte bei realen Lagen der Glieder in der Nuss auf einem Teilkreis liegen, noch die Mittelpunkte der liegenden Glieder die kinematischen Verhältnisse im Kettenstrang beschrieben, muss das Ersatzpolygon neu definiert werden. Zu beachten ist dazu allerdings, dass bei den realen Kettengliedlagen wie oben:

- das liegende Kettenglied nicht bei Senkrechtstellung der Kettennuss den Zahn berührt (es entsteht eine Phasenverschiebung).
- das stehende Kettenglied nicht nach halber Periodizität und Senkrechtstellung die Rille berührt (es entsteht ein Restdrehwinkel).

Deshalb beginnt der Radiusbogen für MP_S und für MP_L auch erst um diese entsprechenden Winkel „später“.

Konstruktion u. Funktion des allgemeinen Polygons. Mit den nun bekannten Kreisbogenkurven der Punkte MP_L und MP_S kann ein allgemeines Polygon konstruiert werden, dessen Eckpunkte die kinematischen Verhältnisse beim Lauf der Kette über die Nuss beschreiben.

Um die Sprungfunktion mit dem allgemeinen Ersatzpolygon abzubilden, darf nicht immer der äußerste Punkt zur kinematischen Beschreibung herangezogen werden,

wie für das klassische Ersatzpolygon. Erst bei Senkrechtwerden der Polygonsehne darf der nächstfolgende Punkt zur Beschreibung herangezogen werden; $MP_L \rightarrow MP_S$ und umgekehrt. Die Phasenverschiebung des Polygons zur Kettennuss ist zu beachten. Der Restdrehwinkel stellt sich automatisch richtig ein, wenn das Polygon wie oben konstruiert wird.

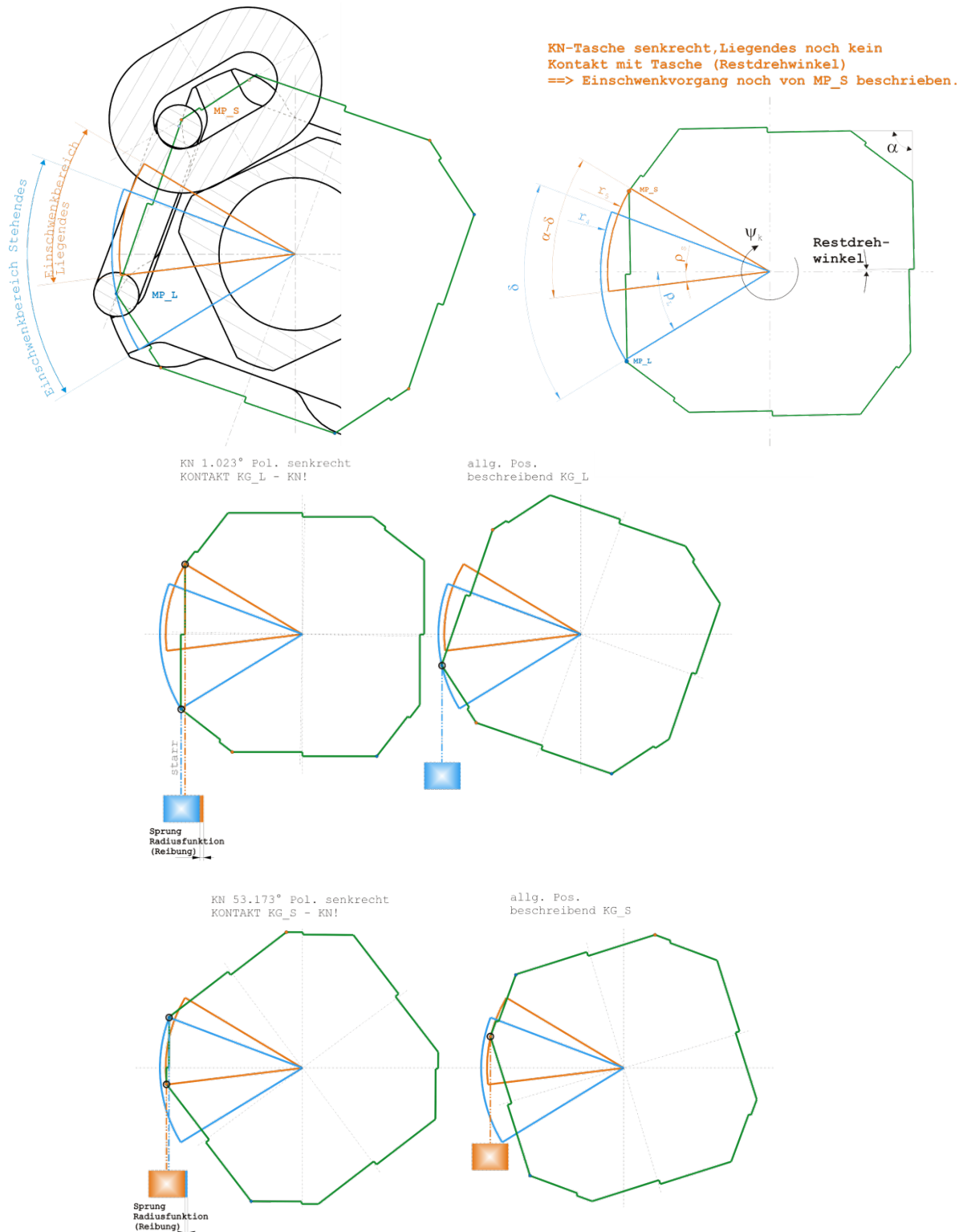


Bild 5: Kinematik und Ersatzpolygon mit den realen Lagen.

2.3 Theorie Polygoneffekt mit realen Kettengliedlagen

Die kinematische Beschreibung des Kettenüberlaufes mittels MP_L und MP_S kann mit den Bezeichnern unten analytisch dargestellt werden. Es ist dann der Hubweg y_k (in Analogie zu [1]) bei Drehung um den Kettenraddrehwinkel ψ_k , wenn δ den Einschwenkbereich des stehenden Kettengliedes darstellt. Die Größen der beschreibenden Parameter r_4 , r_5 , ρ_L , ρ_S und β sind Ergebnis von Einbauuntersuchungen im CAD, Simulationen in MKS oder Kraft- Lageberechnungen z.B. nach [3].

$$y_k = \begin{cases} r_4 \sin(\rho_L) + r_4 \sin(\psi_k - \rho_L) & 0 \leq \psi_k \leq \delta \\ r_4 \sin(\rho_L) + r_4 \sin(\beta - \rho_L) + \\ \quad + r_5 \sin(\rho_S) + r_5 \sin(\psi_k - \delta - \rho_S) & \delta \leq \psi_k \leq \alpha \end{cases}$$

Gleichung 2

Die Hubgeschwindigkeit beträgt dann wie folgend und ist ein Produkt des Wirkradius' x_k und der Kettennusswinkelgeschwindigkeit ω_{Nuss} bzw. der zeitlichen Ableitung von ψ_k :

$$\dot{y}_k = \begin{cases} r_4 \cos(\psi_k - \rho_L) & 0 \leq \psi_k \leq \delta \\ r_5 \sin(\psi_k - \delta - \rho_S) & \delta \leq \psi_k \leq \alpha \end{cases} \quad \text{Gleichung 3}$$

Und die Wegerregungsfunktion für polygoneffektinduzierte Erregung:

$$y_{1k} = y_k - \frac{z t_k}{2 \pi} \psi_k \quad \text{Gleichung 4}$$

3 Verifikation der Theorie mit MKS und Messung – Ergebnisse

Die Theorie der Beschreibung der Vorgänge aus Abschnitt 2 wurde mit unterschiedlichen Methoden verifiziert und hierin mit einem MKS-Modell und Prüfstandsmessungen unterschiedlicher Art bestätigt.

Das MKS-Modell des Rundstahlkettentriebes wird exemplarisch an einem Modell für das Heben einer 10kg-Last im Haupthub eines Standardkettenzuges beschrieben. Es wird lediglich der Eingriffsvorgang der Kettenglieder in die Nuss betrachtet. Antriebsrückwirkungen (starrer Antrieb), Einflüsse der Kettenführung und des Abstreifers und Effekte aus dem Stirnradgetriebe sind nicht mitmodelliert. Diese können in einem Gesamtsimulationsmodell, bei Vorliegen der Kenntnisse aus diesem Abschnitt (Geschwindigkeit zufolge realer Lageverhältnisse der Glieder in der Nuss) in einem Modell z.B. nach [1], [2] betrachtet werden (vgl. Abschnitt 4).

Der Ablauf einer Simulation gliedert sich in folgende Teilschritte:

- Auffinden der Ruhelage des Systems (Ausschwingen lassen - Auswertung der Ruhelage und Neueinbau der einzelnen Kettenglieder)
- Simulation (numerische Berechnung)
- PostProcessing-Prozess (s.u.)

Zur Messung am institutseigenen Prüfstand an unterschiedlichen Kettentrieben mit verschiedenen Massen und Hubgeschwindigkeiten im Hebe- und Senkbetrieb standen zur Verfügung:

- Seilzug- Weg/Geschwindigkeitsmesssystem (Fa. ASM) mit Winkelgeber
- Magnetostruktiver Linearschlitten (Fa. Gefran) für Weg- und Geschwindigkeit
- Beschleunigungssensoren (Fa. HBM) mit Winkelgeber an der Kettennuss
- Digitalkamera (8 Bilder/s) mit eingeblendetem Display des Nussdrehwinkels

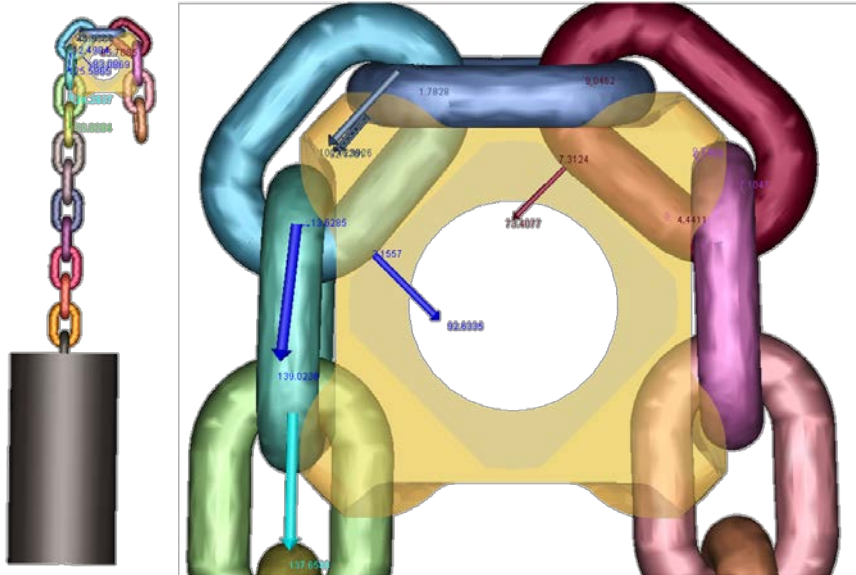
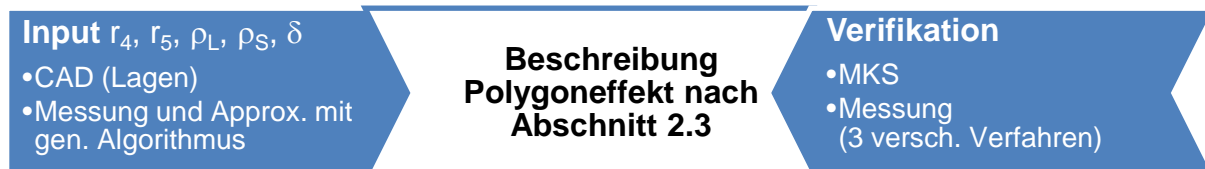


Bild 6: Kettenstrang und Kraftreaktionen in MKS (MSC.ADAMS©).

Die Ergebnisse der Messungen mit den unterschiedlichsten Messgeräten zeigten nicht von vornherein immer Übereinstimmung, da die hochdynamischen Vorgänge durch manche Geräte zu stark „gefiltert“ wurden.

Die beste Übereinstimmung zwischen analytischem Ansatz (Gleichungen 2 bis 4) zeigt sich zur MKS (Bild 7). Der Kettenstrang des simulierten Kettentriebes (graue Kurve – $r(v)$) weist exakt den Verlauf auf, der mit Gleichung 3 berechenbar ist, wenn der Parametersatz r_4 , r_5 , ρ_L , ρ_S und δ für Gleichung 3 durch einen generischen Algorithmus (Levenberg-Marquardt) an das Messergebnis angepasst wird. Somit sind die theoretischen Überlegungen zur Kinematik und Kinetik (nach den Bildern 2 und 3) als verifiziert anzusehen. Die Ortskoordinaten der Punkte MP_L und MP_S folgen in der Simulation ebenso dem durch die Gleichung 3 beschreibbaren Verlauf, wenn der Parametersatz entspricht.



Die Übereinstimmung mit der Messung (hier mit Messgerät „Gefran“) ist eher qualitativ, da die Bewegung des Kettenstranges von starken Struktur- und Querschwingungen überlagert ist. Qualitativ sichtbar ist jedoch die Asymmetrie und die unterschiedliche Höhe der „Buckel“ sowie die Phasenverschiebung und der Restdrehwinkel. Vor allem die Aufnahmen mit der Digitalkamera und die nachfolgende Vermessung der

Lagen der Kettenglieder in den Bildern gegenüber der Theorie bestätigt auch messtechnisch die vorgestellte Theorie.

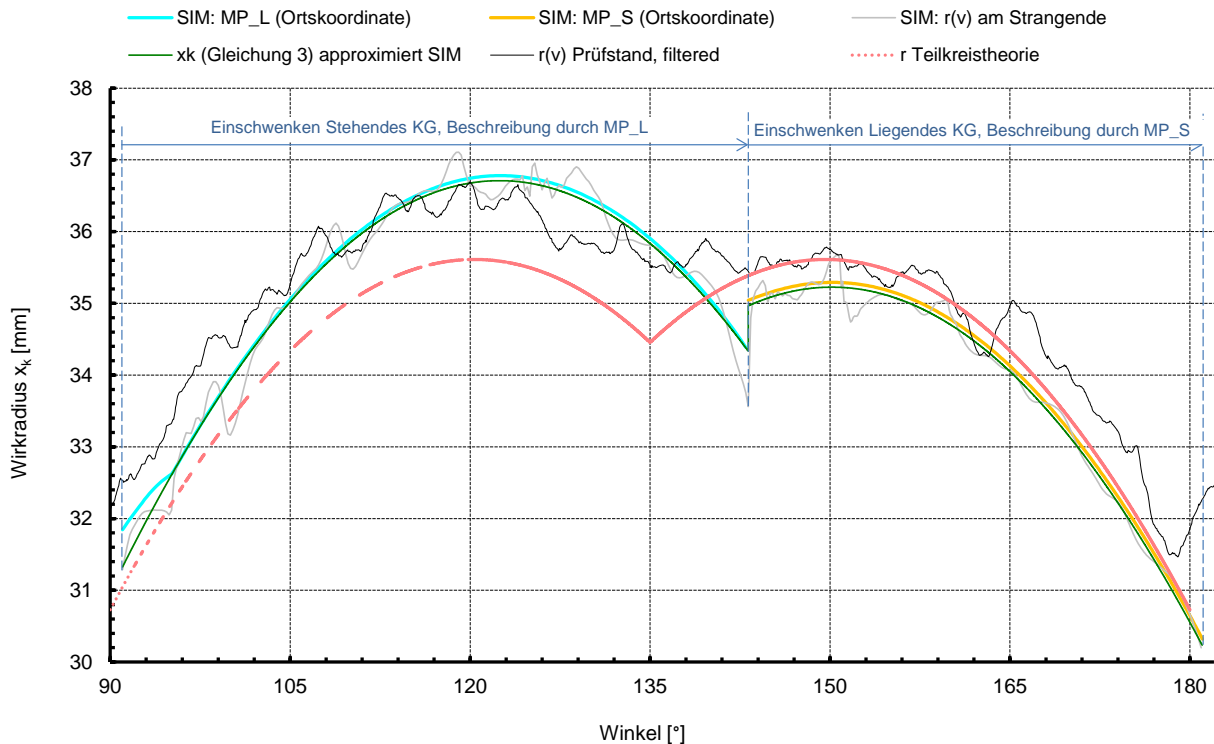


Bild 7: Geschwindigkeit des Kettenstranges bzw. Wirkradius an einem Kettentrieb Kette EN 818/7 9x27, 4-taschiges Kettenrad, 8 m/min.

Die Abweichung zur Theorie nach Teilkreis (rosa gepunktet) ist durch eine Phasenverschiebung, einen Restdrehwinkel, Asymmetrie der beiden „Buckel“ und unterschiedliche Maximalradien gegeben und, wie oben angegeben, für das Systemverhalten von unterschiedlichem Einfluss.

4 Kurze Darstellung der Auswirkungen auf Schwingungen

Wenn man mit einem Systemsimulationsmodell (z.B. wie Bild 8) die Radiusfunktion nach Teilkreistheorie und der Theorie nach MP_L und MP_S formuliert und dabei noch unterschiedliche Verschleißzustände der Rundstahlkette mit einbezieht, kann man tendenziell schon vorgreifend festhalten, dass bei der Erregung nach Teilkreistheorie die geringste Schwingneigung besteht. Da die Erregungsfunktion nach MP_L und MP_S eine größere Ungleichförmigkeit aufweist und durch die Berücksichtigung einer verschlissenen Kette (Teilungszunahme bis zum nach EN 818/7 erlaubten Maß von 2%) diese größer wird, somit in der Nuss weiter außen liegt, und somit auch wieder eine größere Ungleichförmigkeit aufweist, tendiert das System zu stärkeren Schwingungen aufgrund der vermehrt zugeführten Energie (Auslenkung). Die Vergrößerung der resonanten Beschleunigungsamplituden ist in der I. Resonanz (beim Trieb wie in Bild 7) zwischen Teilkreistheorie und 2%-verschlissener Kette nach

MP_L und MP_S Theorie mit ca. 30% am größten und als entscheidend für das verschlechterte dynamische Verhalten einzustufen. Auch bei der III. Resonanz tritt eine Zunahme um mehr als 100% auf, die aber wegen ihrer absoluten Größe nicht dermaßen funktionshindernd ist wie jene bei der I. Resonanz. Alle weiteren Zunahmen sind nicht von relevanter Größe und werden somit als irrelevant beurteilt.

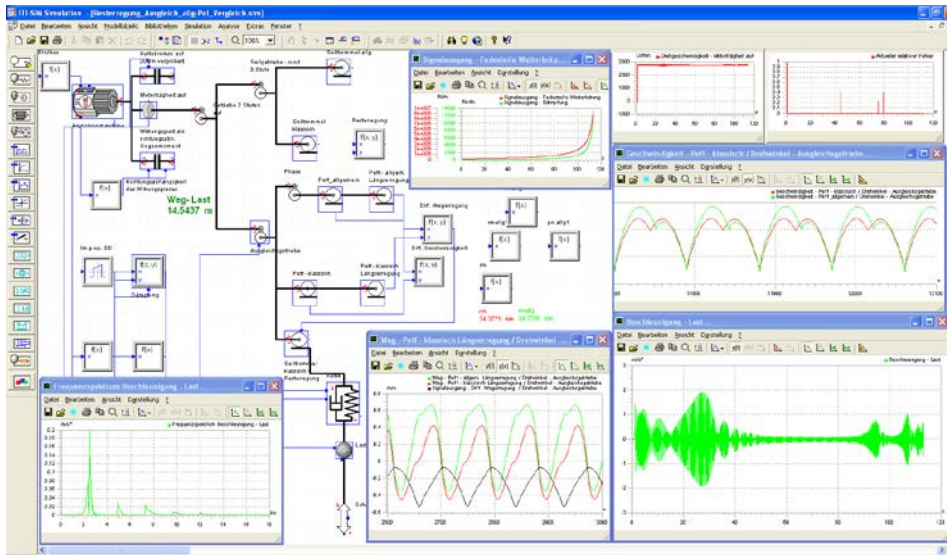


Bild 8: ITI-Sim Modell eines Kettenzuges mit Ausgleichsgetriebe.

5 Zusammenfassung und Ausblick

Der vorgestellte Ansatz ist in der Lage, mit den aus Einbauuntersuchungen (CAD) ermittelten realen Lagen der Kettenlieder in der Kettennuss die Effekte und Auswirkungen des Polygoneffektes richtig darzustellen. Der Einfluss davon ist vor allem bei Schwingungserregung und Ausgleich desselbigen relevant.

Weitere Themen zum Rundstahlkettentrieb, die am Institut behandelt wurden, werden im Rahmen der Tagung kurz vorgestellt (s. auch [2]).

Literatur

- [1] C. LANDSCHÜTZER: Analyse von Schwingungen an einsträngigen Elektrokettenzügen – Dissertation TU Graz, Graz, 2004.
- [2] C. LANDSCHÜTZER: Schwingungssimulation von Rundstahl-Elektrokettenzügen – Konstruktion April 4-2010, S. 59-66, Springer.
- [3] C. MOSER: Kraftübertragung am Kettenzug – Dissertation TU Graz, Graz, 2007.
- [4] A. POHLHAUSEN: Berechnung und Konstruktion der wichtigsten Last-Hebemaschinen – 1894, Schulze.
- [5] H. MARTIN, P. RÖMISCH, A. WEIDLICH: Materialflusstechnik – 2008, vieweg.
- [6] M. SCHALK: Messung und Auswertung geometrischer Größen hochfester Hebezeugkettenglieder – Diplomarbeit TU Graz, Graz, 2006.