

# Einheit 5 „Scheibe“ ULS und SLS – Scheibe Beanspruchungen | Nachweise

**Seminar Holz-Massivbauweise in Brettsper Holz**

13. und 14. Mai 2011

Holzinnovationszentrum Zeltweg



**Thomas Bogensperger | Thomas Moosbrugger**

holz.bau forschungs gmbh

Inffeldgasse 24/I, 8010 Graz

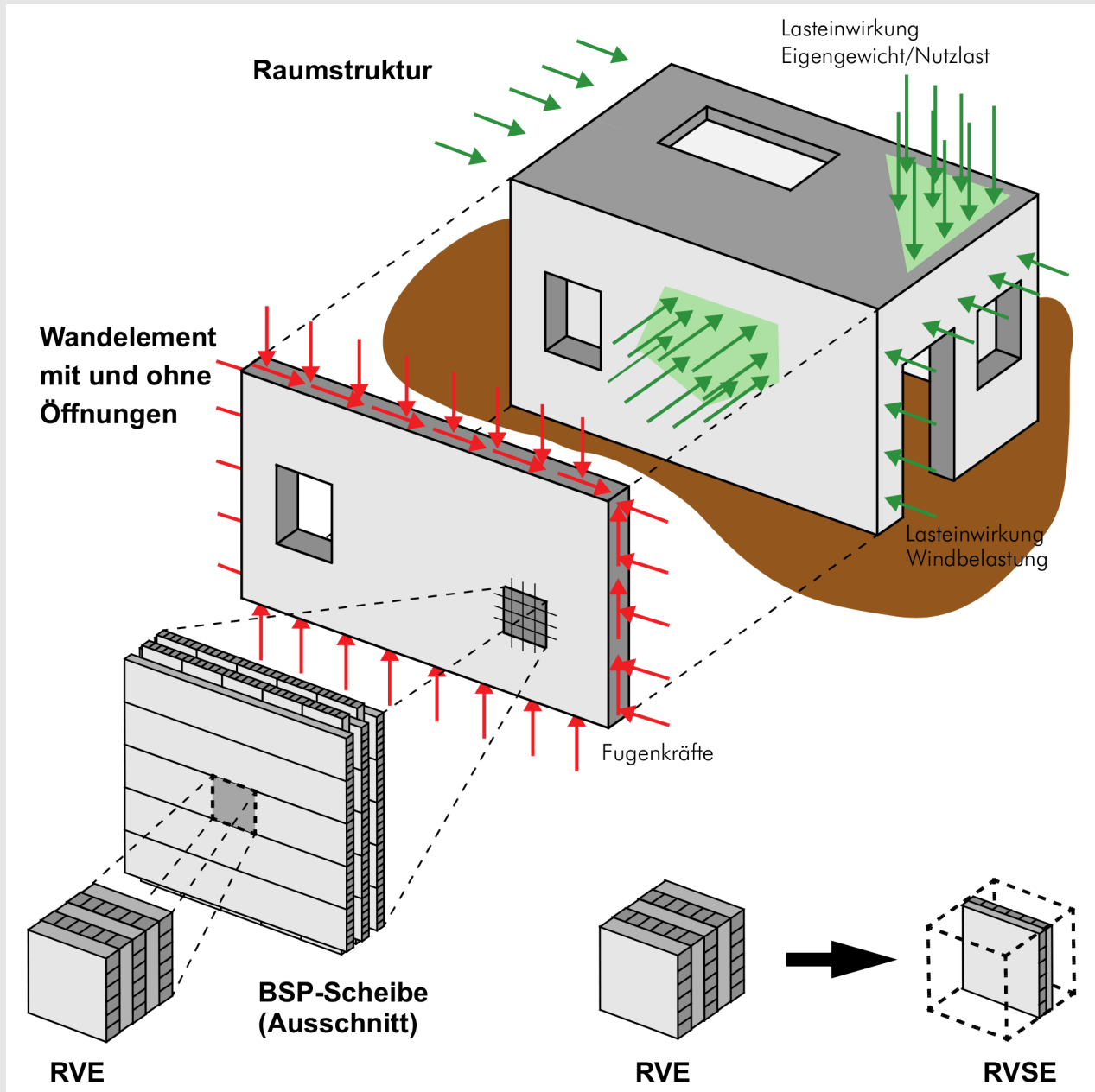
**Das Kompetenzzentrum  
für Holzbau und Holztechnologie**  
im Bautechnikzentrum  
der Technischen Universität Graz

# INHALTSÜBERSICHT

- Einleitung
- BSP Steifigkeiten
- BSP Festigkeiten
- Beispiele

# INHALTSÜBERSICHT

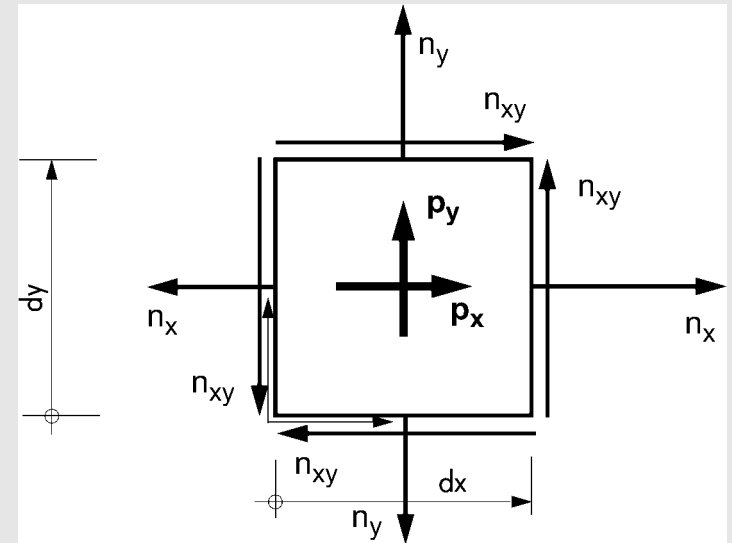
- **Einleitung**
- BSP Steifigkeiten
- BSP Festigkeiten
- Beispiele



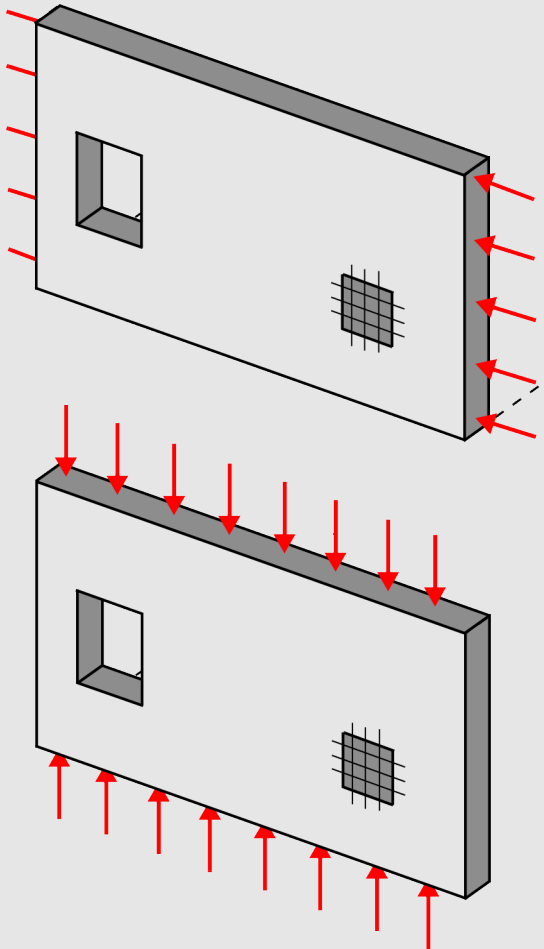


# INHALTSÜBERSICHT

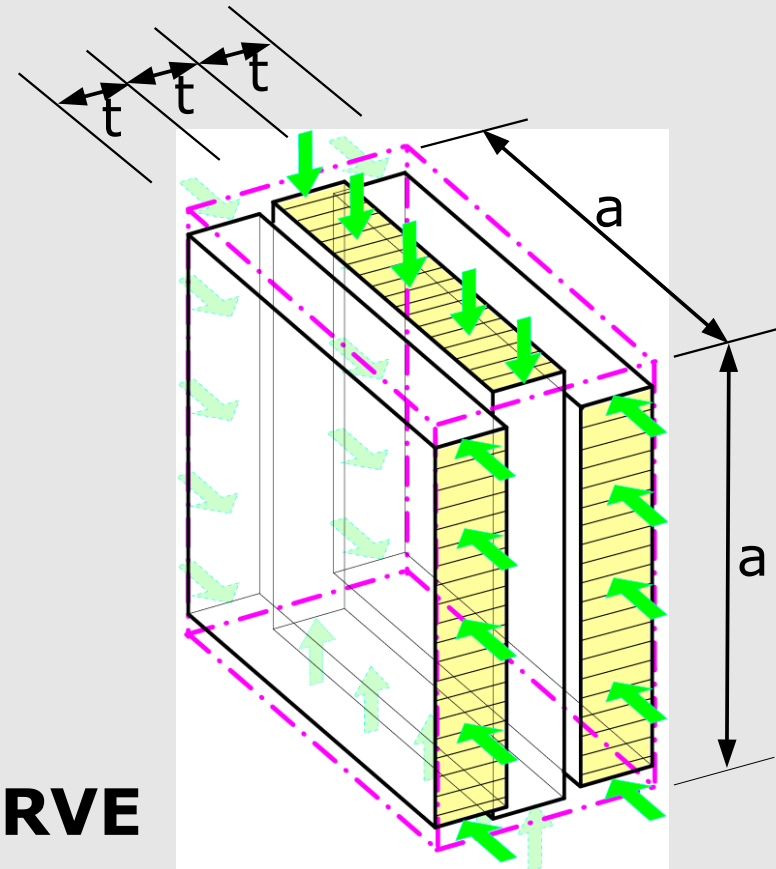
- Einleitung
- **BSP Steifigkeiten**
- BSP Festigkeiten
- Beispiele



$$\begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_x & C_{xy} & 0 \\ C_{xy} & D_y & 0 \\ 0 & 0 & D_{xy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

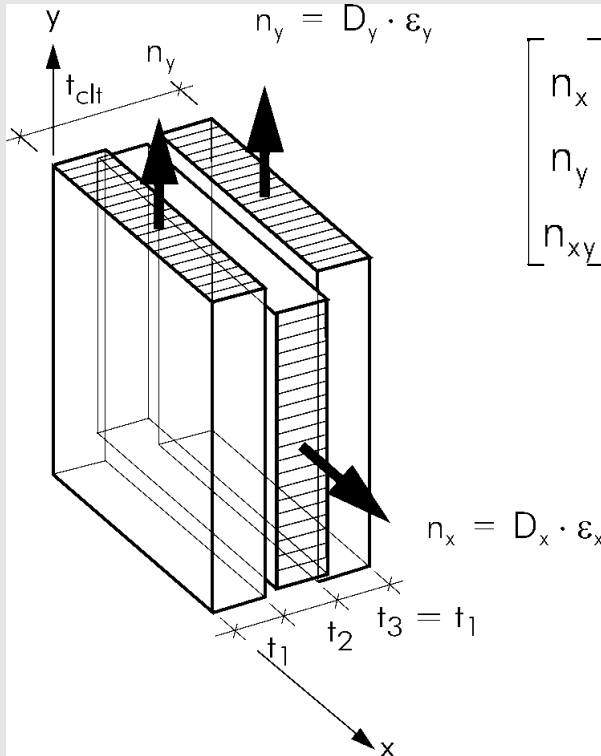
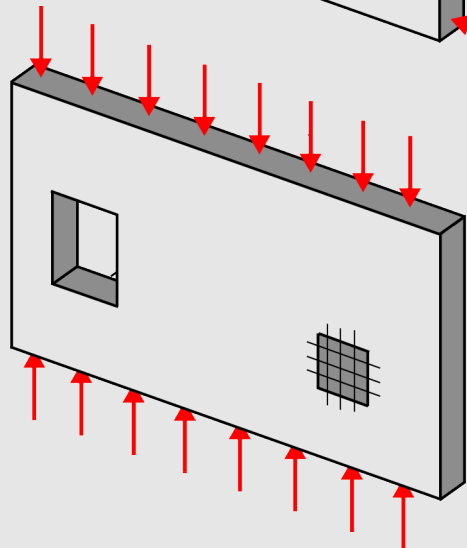
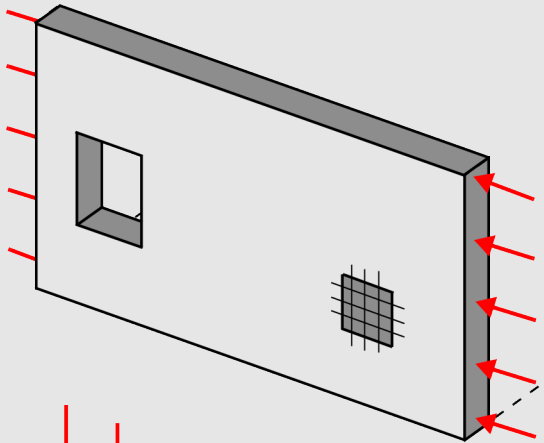


$$\begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_x & C_{xy} & 0 \\ C_{xy} & D_y & 0 \\ 0 & 0 & D_{xy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$



**RVE**

Parameter:  $t/a$



$$\begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_x & C_{xy} & 0 \\ C_{xy} & D_y & 0 \\ 0 & 0 & D_{xy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

$$D_x = E_{0, \text{mean}} \cdot t_2$$

Dehnsteifigkeit in x-Richtung

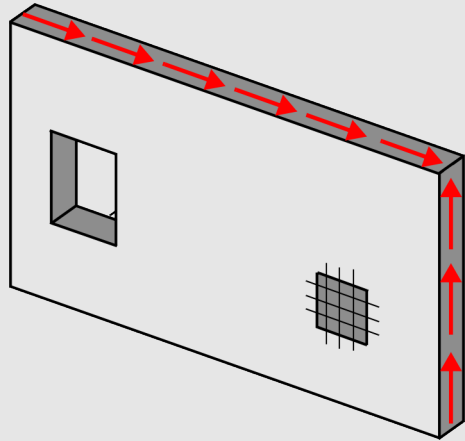
$$D_y = E_{0, \text{mean}} \cdot 2 \cdot t_1$$

Dehnsteifigkeit in y-Richtung

$$C_{xy} \approx 0$$

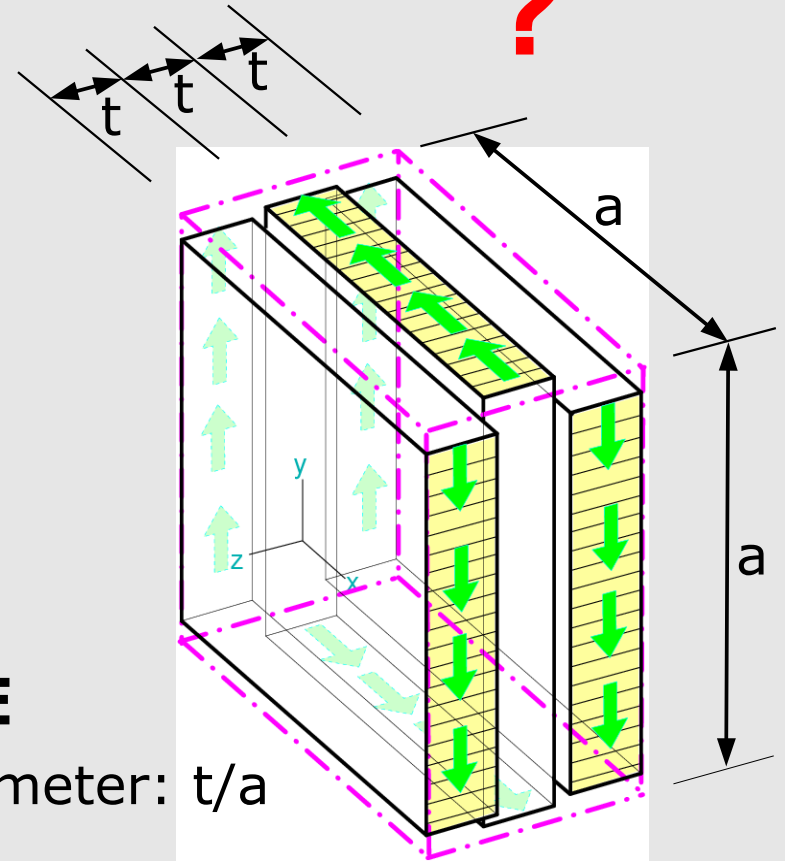
Vernachlässigung der gekoppelten Dehnsteifigkeiten

$t_{clt}$  → Gesamtplattendicke



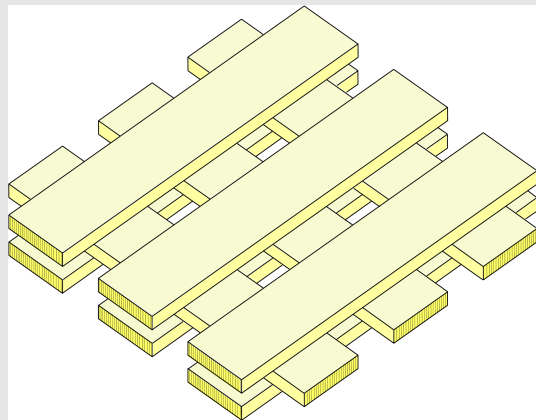
$$\begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_x & C_{xy} & 0 \\ C_{xy} & D_y & 0 \\ 0 & 0 & D_{xy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

?



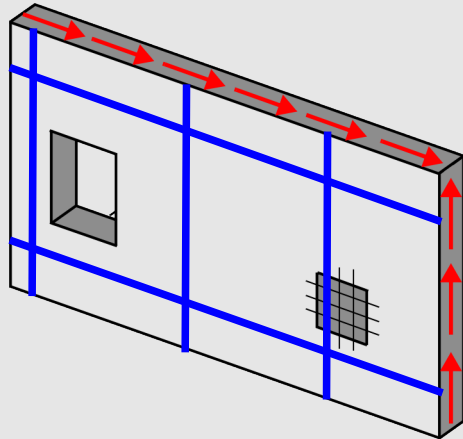
**RVE**

Parameter:  $t/a$

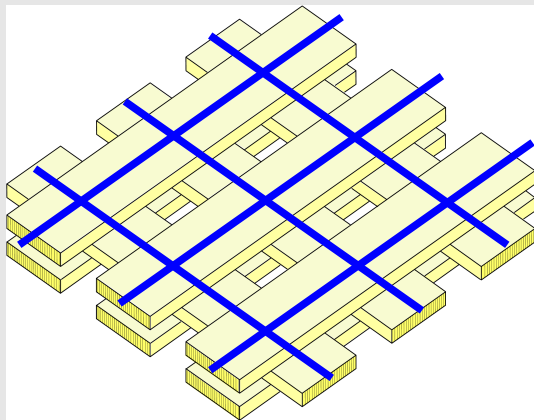
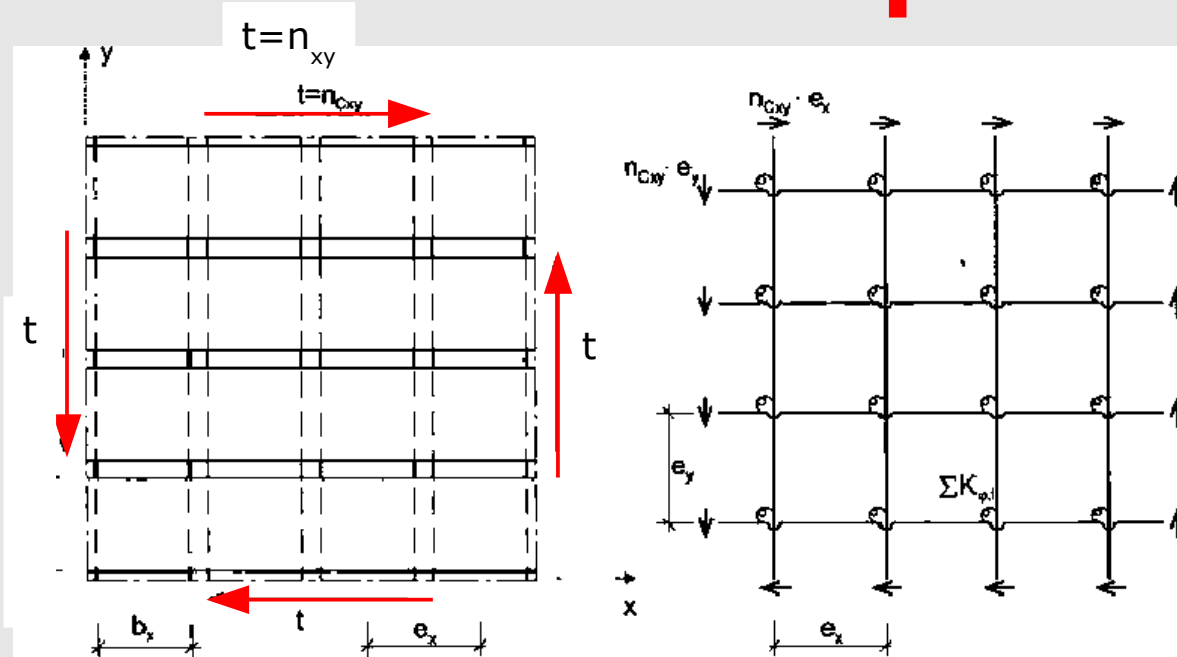


$$\begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_x & C_{xy} & 0 \\ C_{xy} & D_y & 0 \\ 0 & 0 & D_{xy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

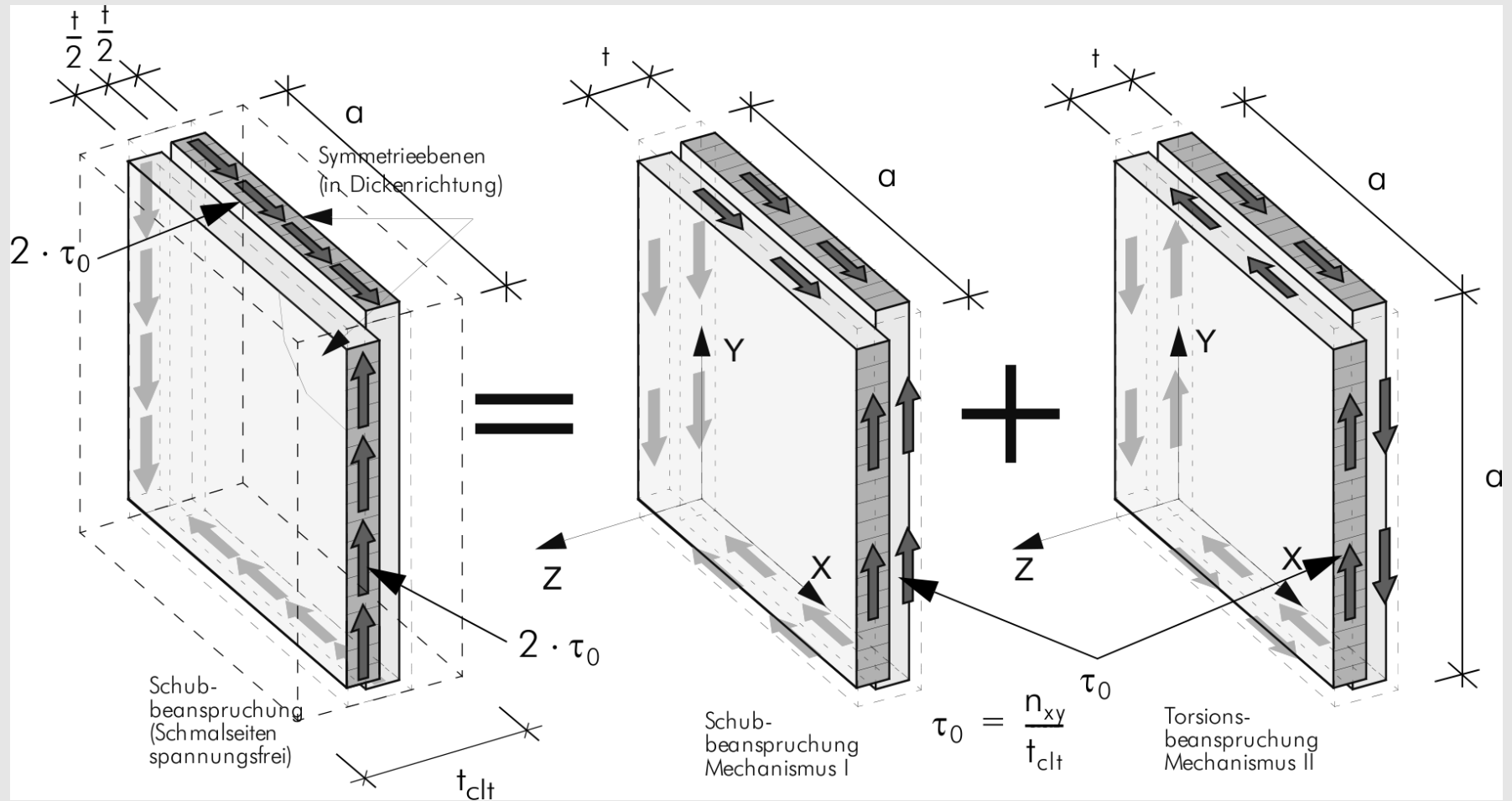
?

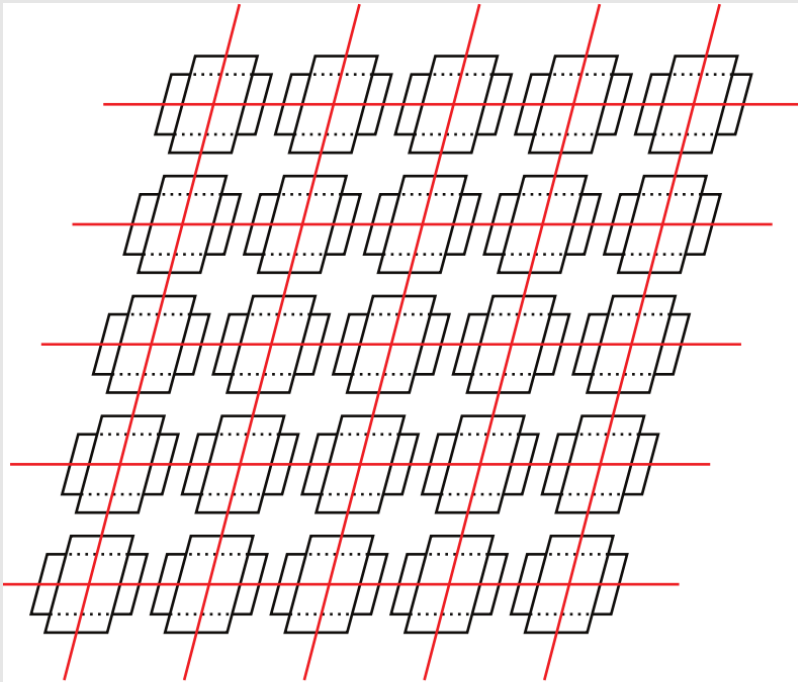


Drehfeder-Stab-Modelle

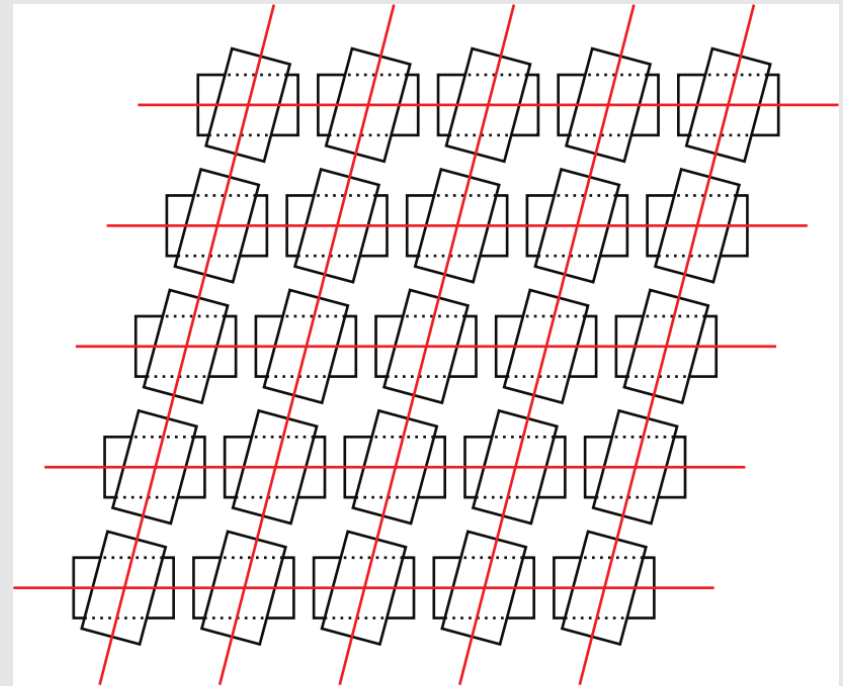


... in der Praxis meist verwendete Rechenmodelle



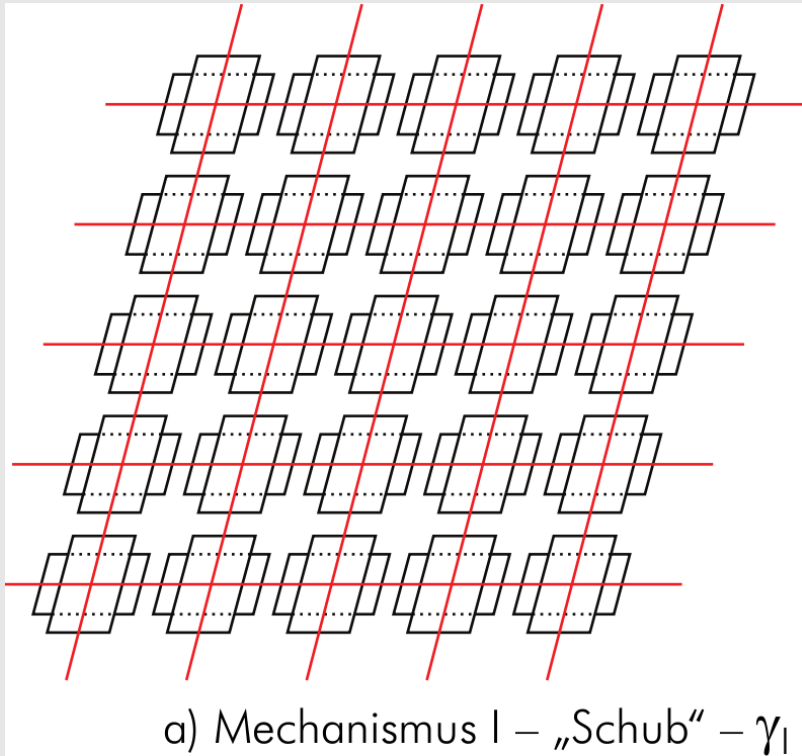


a) Mechanismus I – „Schub“ –  $\gamma_I$

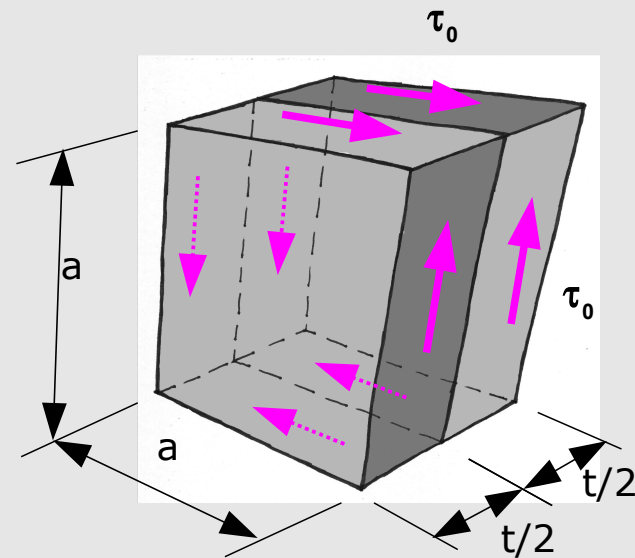


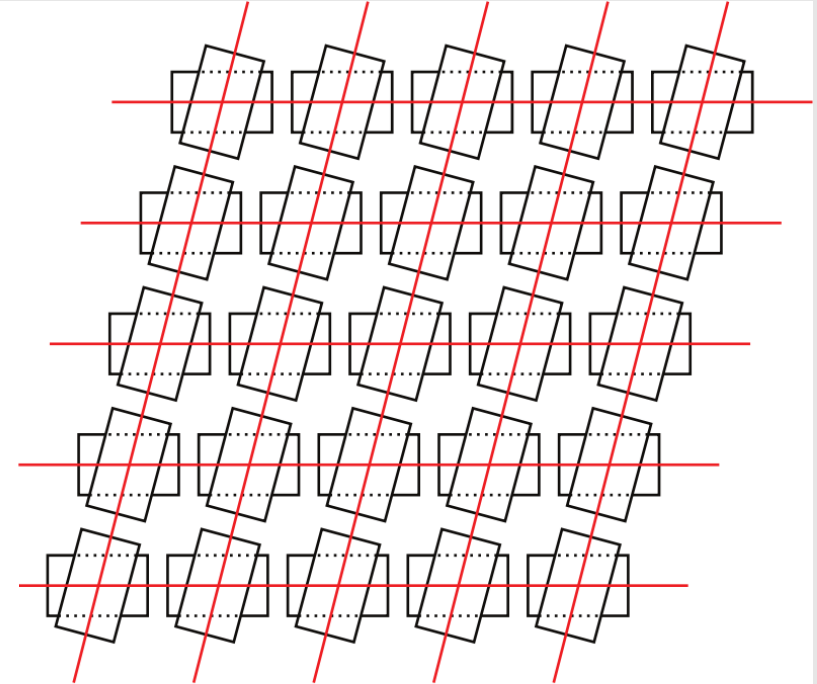
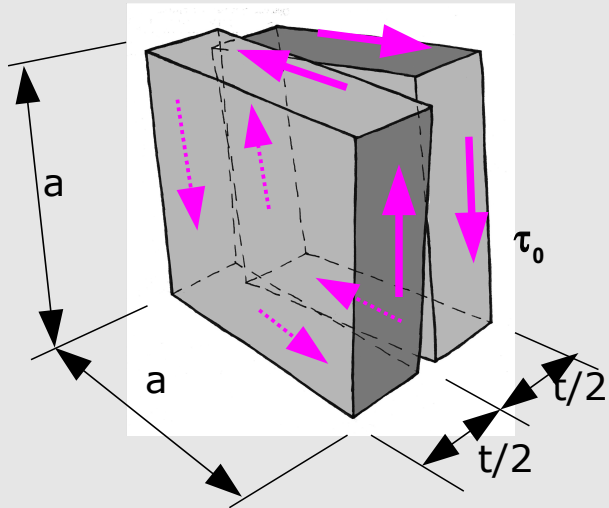
b) Mechanismus II – „Torsion“ –  $\gamma_{II}$





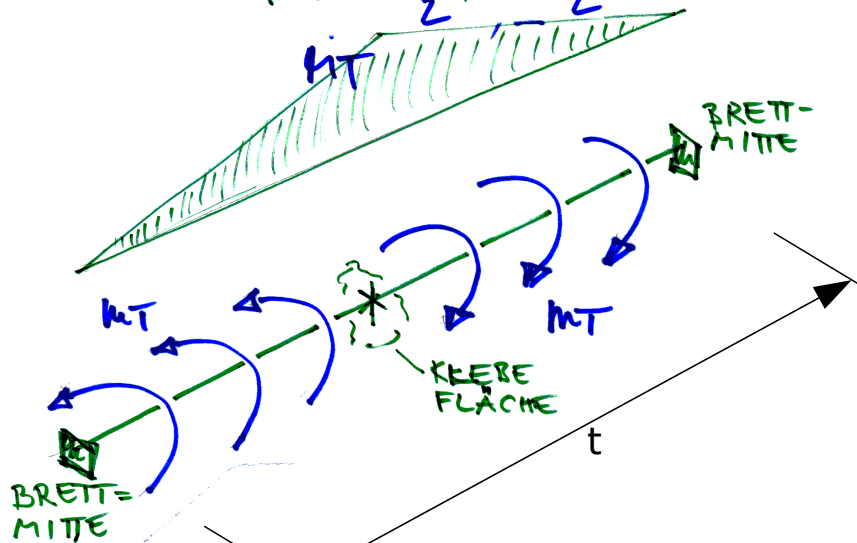
$$\gamma_I = \frac{\tau_0}{G_{0, \text{mean}}}$$





b) Mechanismus II – „Torsion“ –  $\gamma_{II}$

$$M_T = \left( \sigma_0 \cdot a \frac{t}{2} \right) \cdot \left( 4 \frac{a}{2} \right) = \sigma_0 t a^2$$



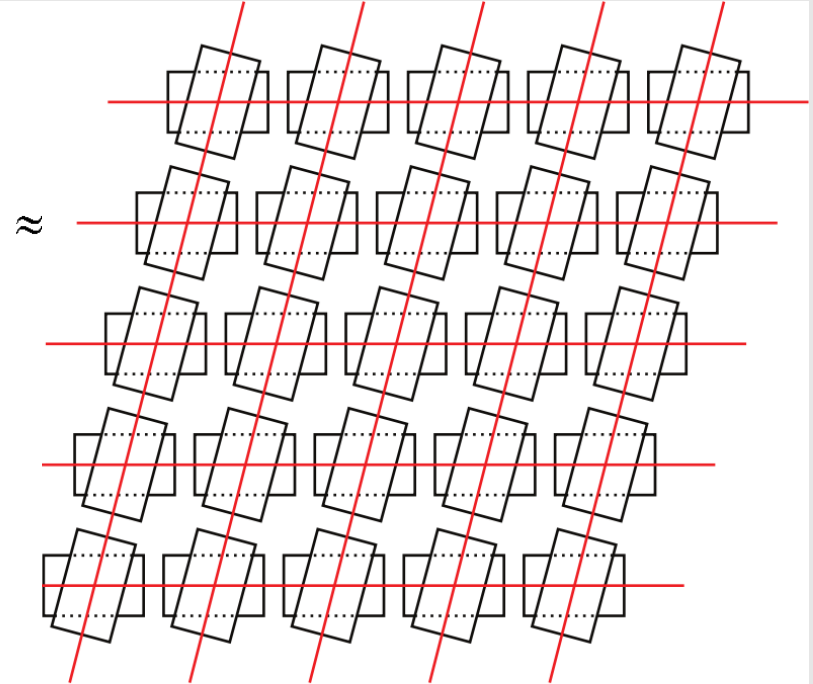
$$G I_P \approx \frac{1}{2} (G_{II} + G_R) \frac{a^4}{6}$$

$$\varphi = \gamma_{II} = \frac{1}{2} \frac{M_T}{G I_P} \cdot t$$

$$\phi = \gamma_{II} = \frac{M_T}{G_{Torsion} \cdot J_p} \cdot \frac{t}{2} = \frac{\tau_0 \cdot t \cdot a^2}{G_{Torsion} \cdot \frac{a^4}{6}} \cdot \frac{t}{2} \approx$$

mit  $G_{Torsion} \approx \frac{G_{0,mean}}{2}$  (Annahme)

$$\gamma_{II} = \frac{6 \cdot \tau_0}{G_{0,mean}} \cdot \left(\frac{t}{a}\right)^2$$

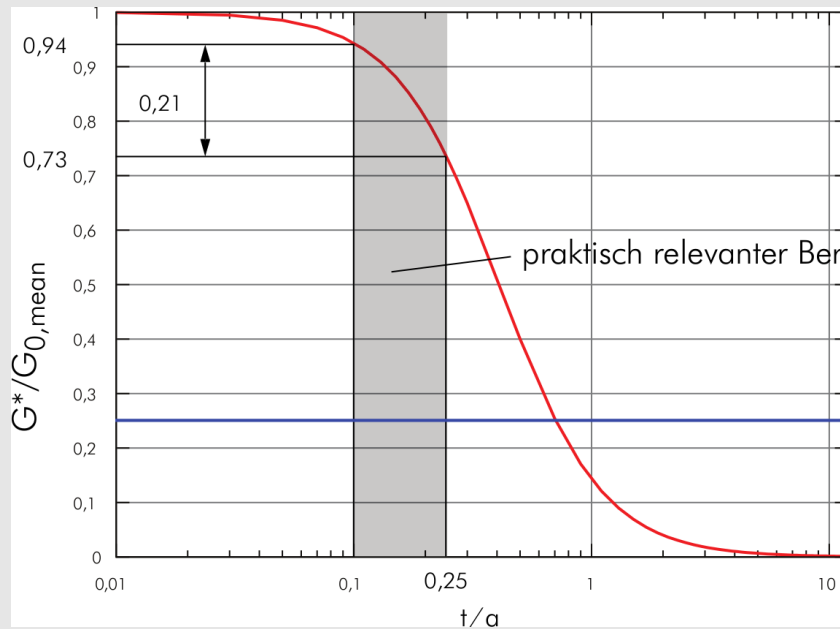


b) Mechanismus II – „Torsion“ –  $\gamma_{II}$

$$\gamma = \frac{\tau_0}{G_{0, \text{mean}}} + \frac{\delta \cdot \tau_0}{G_{0, \text{mean}}} \cdot \left(\frac{t}{a}\right)^2$$

$$G^* = \frac{\tau_0}{\gamma} = \frac{\tau_0}{\frac{\tau_0}{G_{0, \text{mean}}} + \frac{\delta \cdot \tau_0}{G_{0, \text{mean}}} \cdot \left(\frac{t}{a}\right)^2} = \frac{G_{0, \text{mean}}}{1 + \delta \cdot \left(\frac{t}{a}\right)^2}$$

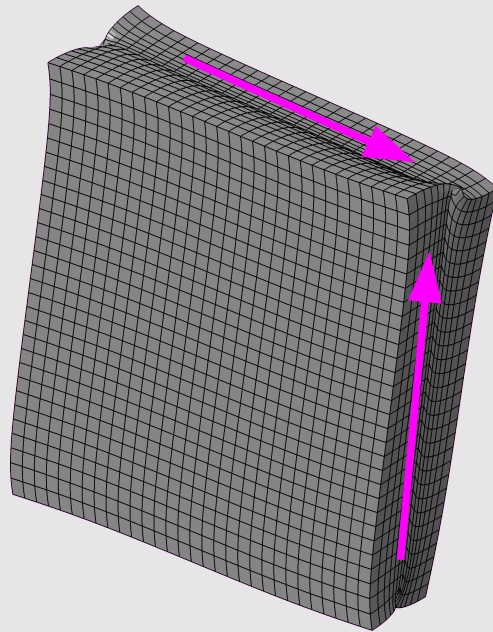
$$D_{xy} = G^* \cdot t_{clt}$$



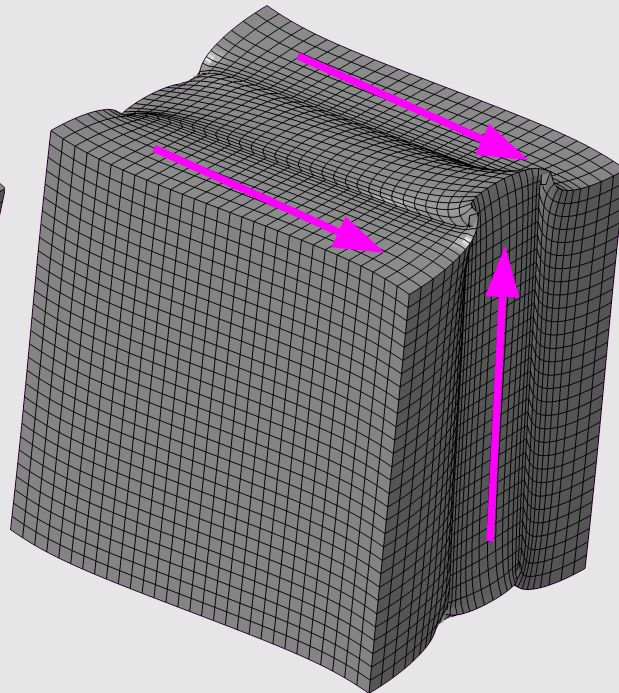
$$\frac{G^*}{G_{0, \text{mean}}} = \frac{1}{1 + \delta \cdot \left(\frac{t}{a}\right)^2}$$

konstanter Wert nach  
DIN 1052:2008 [49]

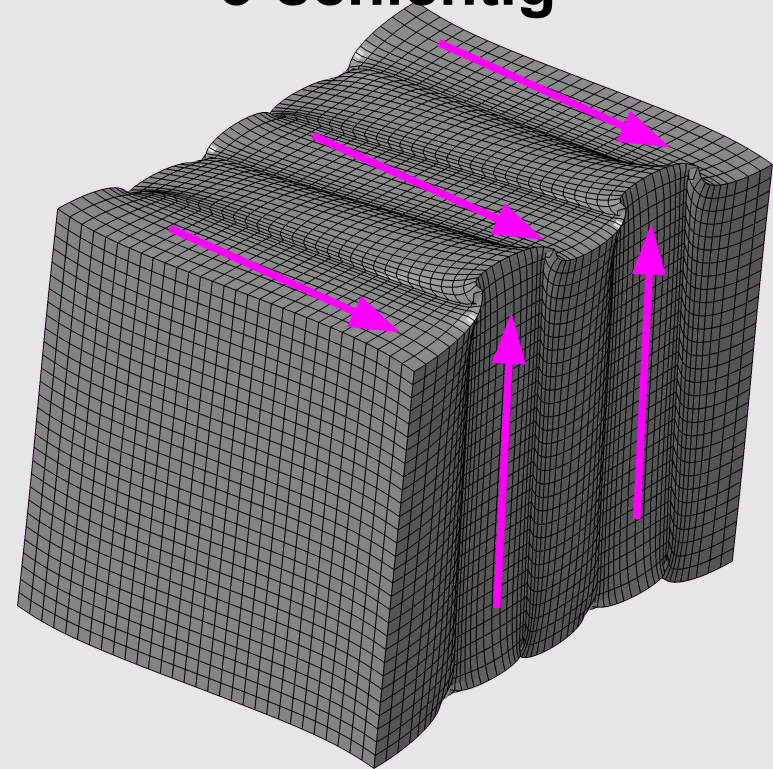
RVSE



BSP  
3-schichtig

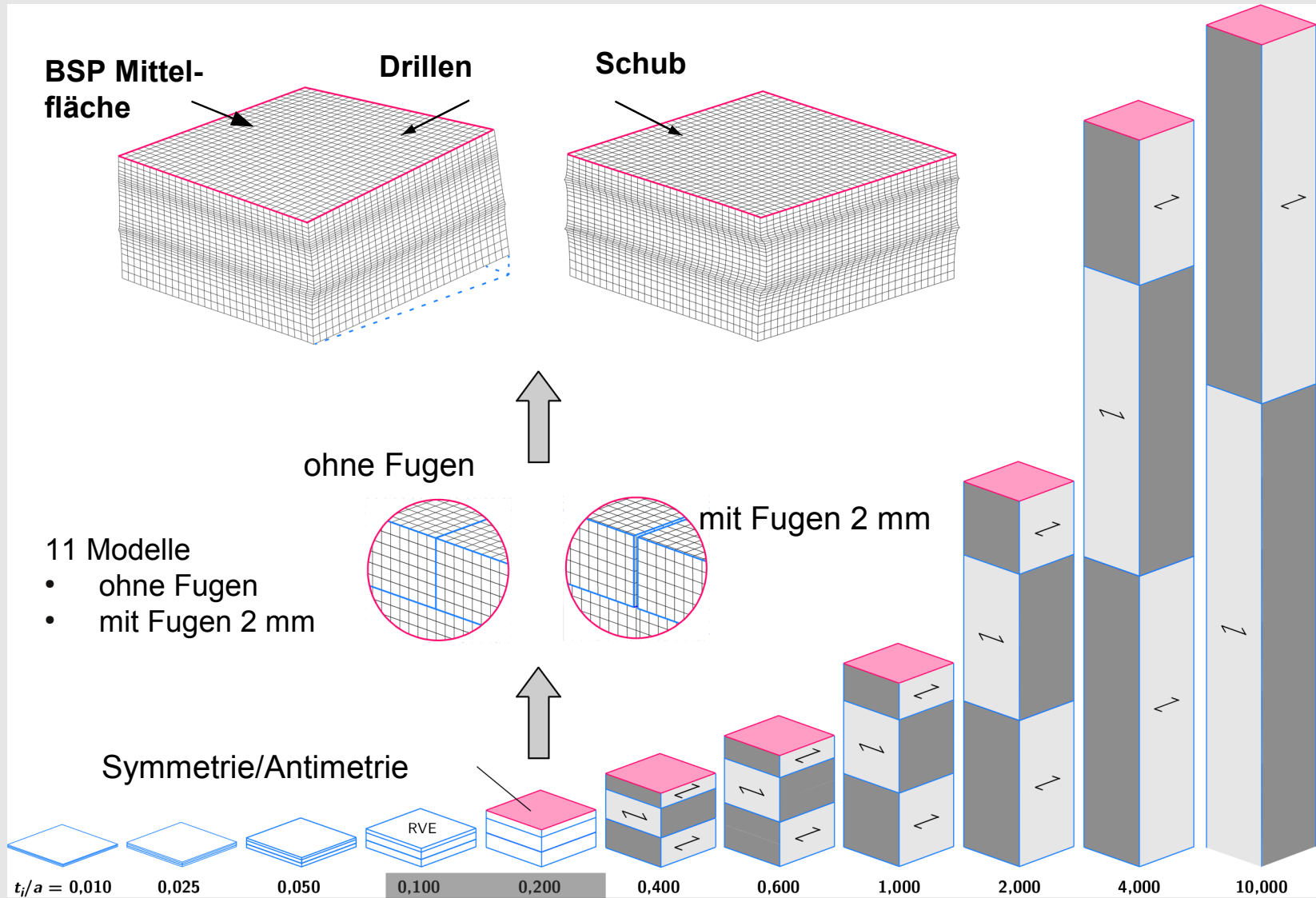


BSP  
5-schichtig

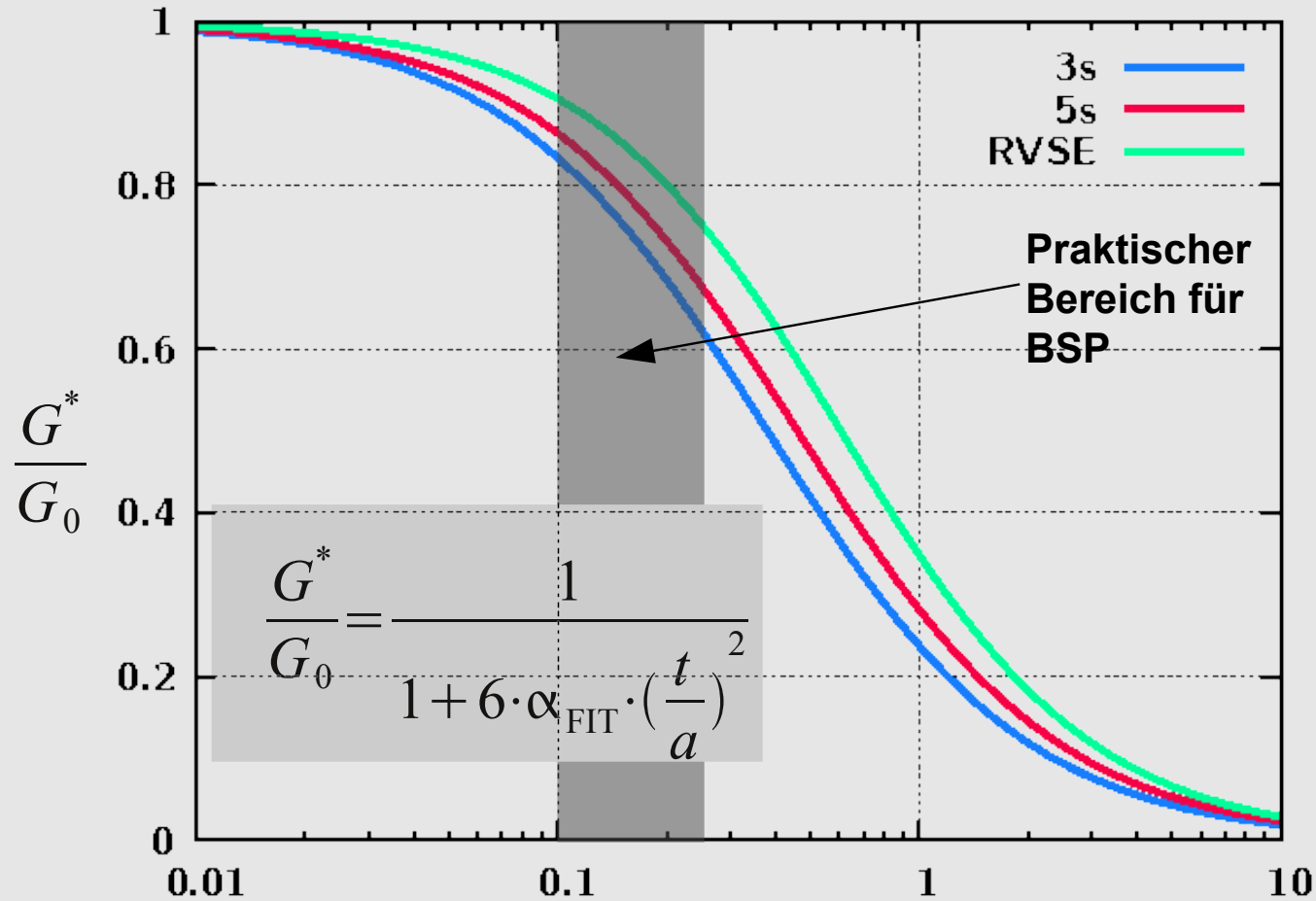


2010: Diplomarbeit G. Silly

„Numerische Studie zur Drill- und Schubsteifigkeit von BSP – Elementen“



**Praktischer Bereich für BSP**



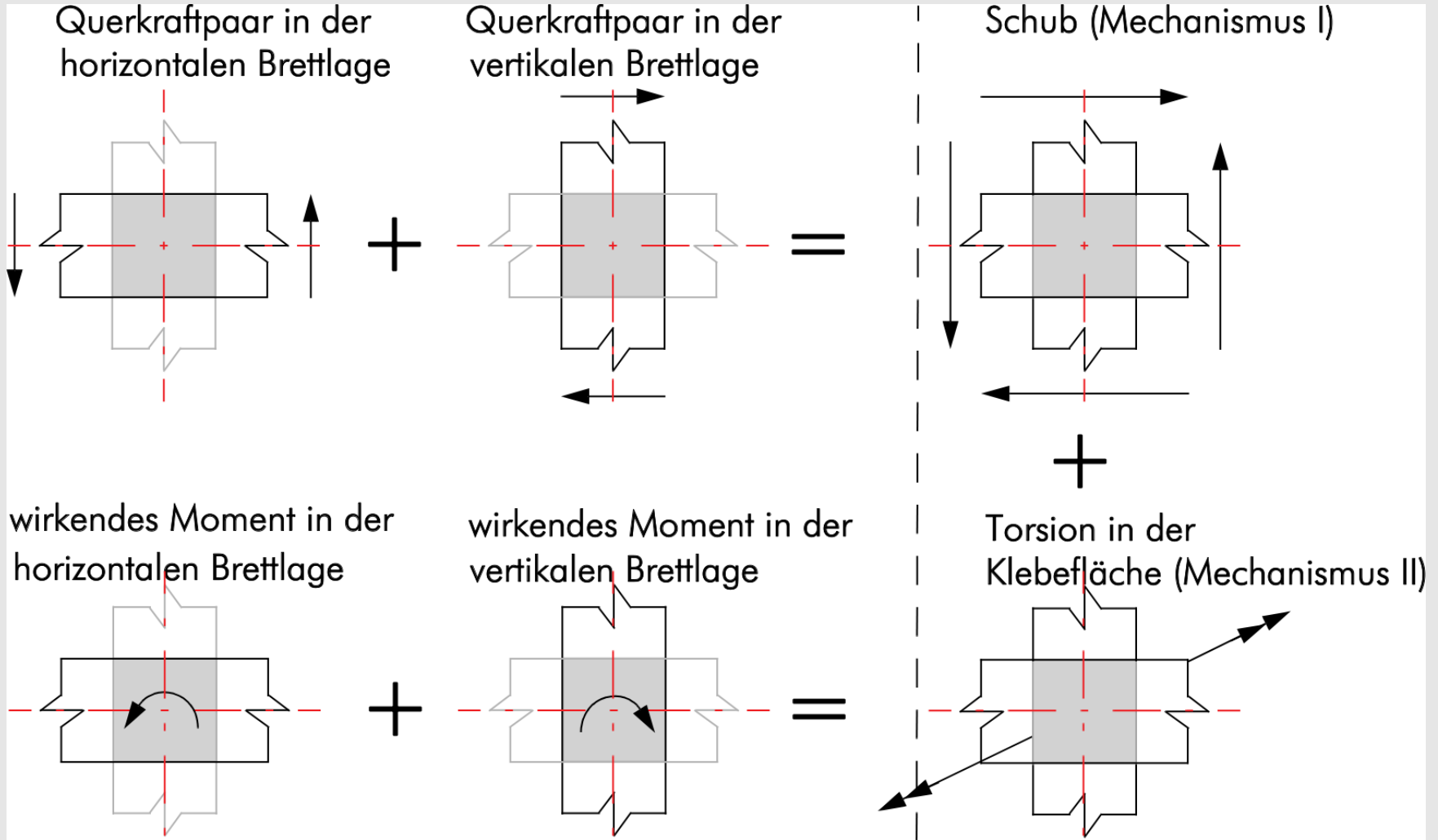
$$\alpha_{FIT} = p \cdot \left(\frac{t}{a}\right)^q$$

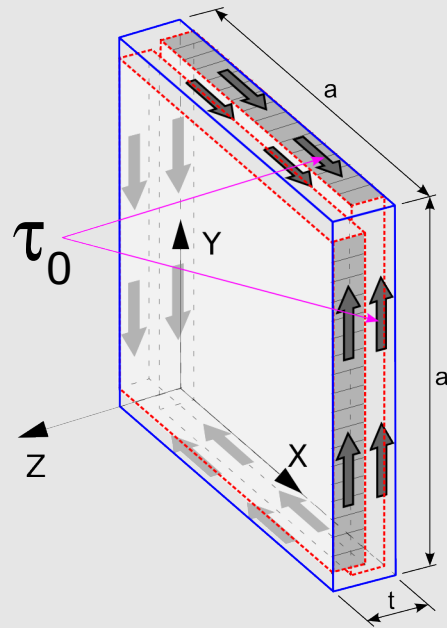
	RVSE	3s	5s
p	0,32	0,53	0,43
q	-0,77	-0,79	-0,79

# INHALTSÜBERSICHT

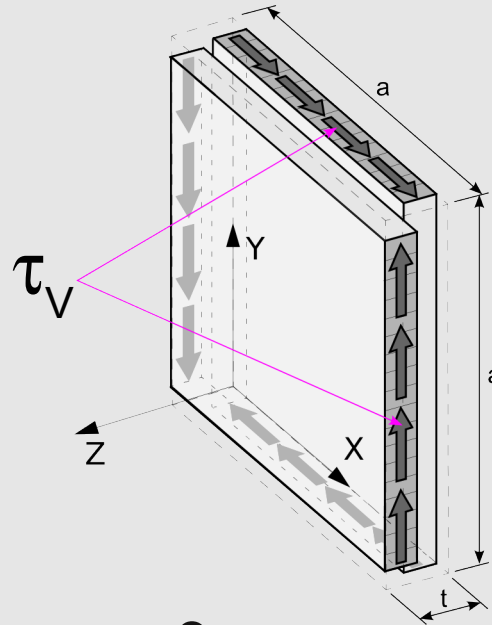
- Einleitung
- BSP Steifigkeiten
- **BSP Festigkeiten**
- Beispiele





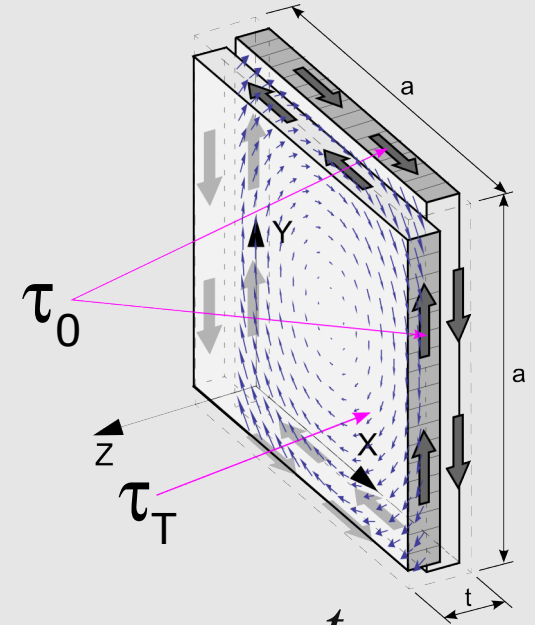


$\tau_0$  Nominale Schubspannung



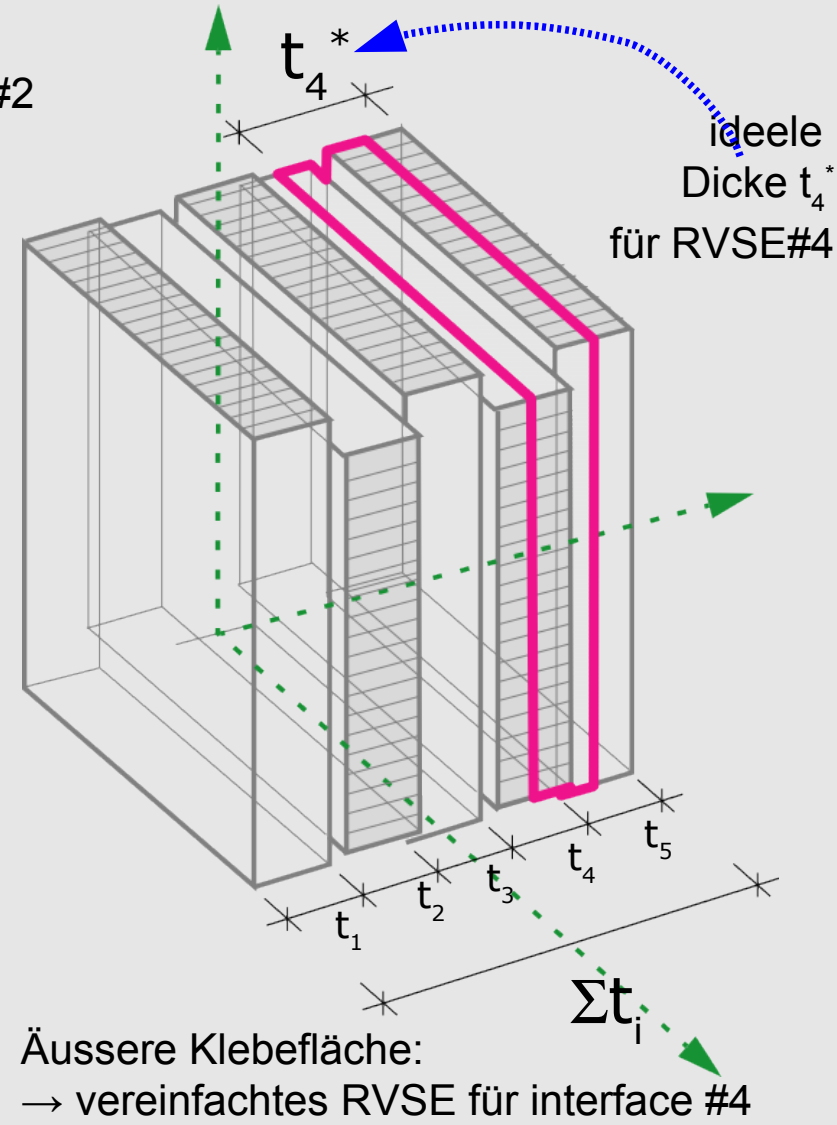
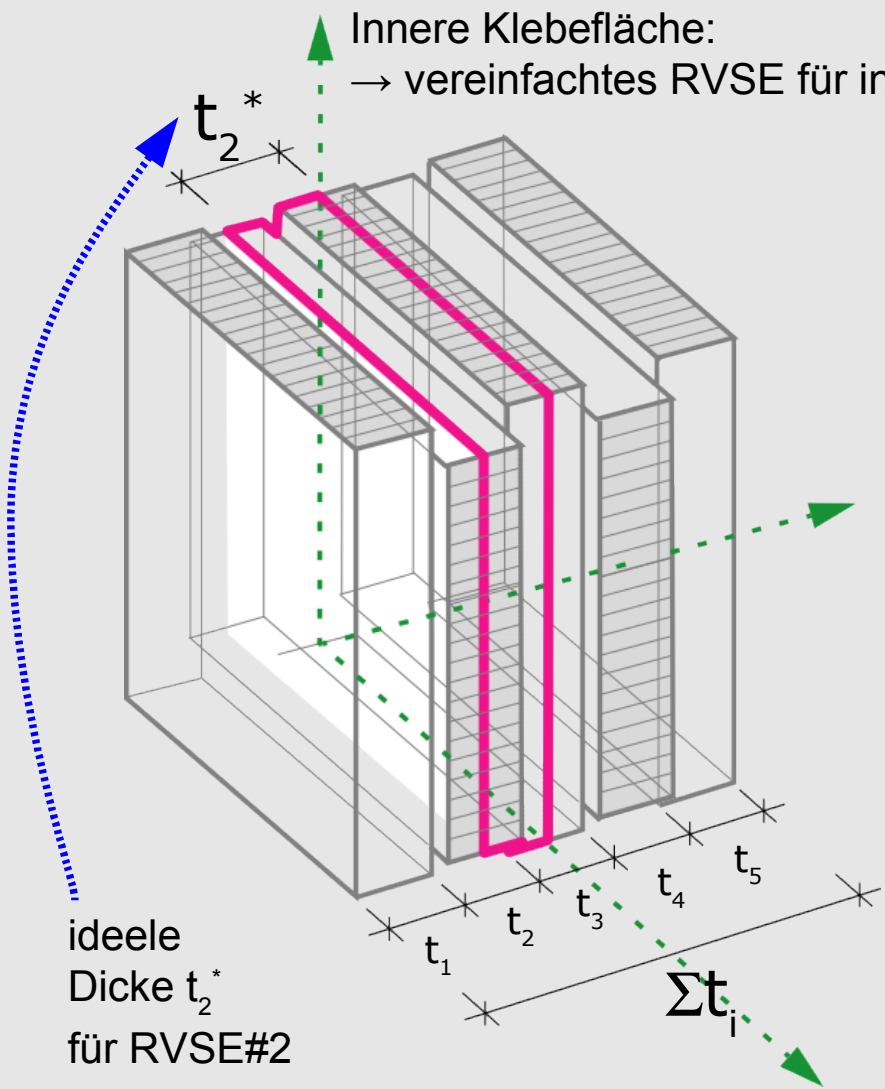
$$\tau_V = 2 \cdot \tau_0$$

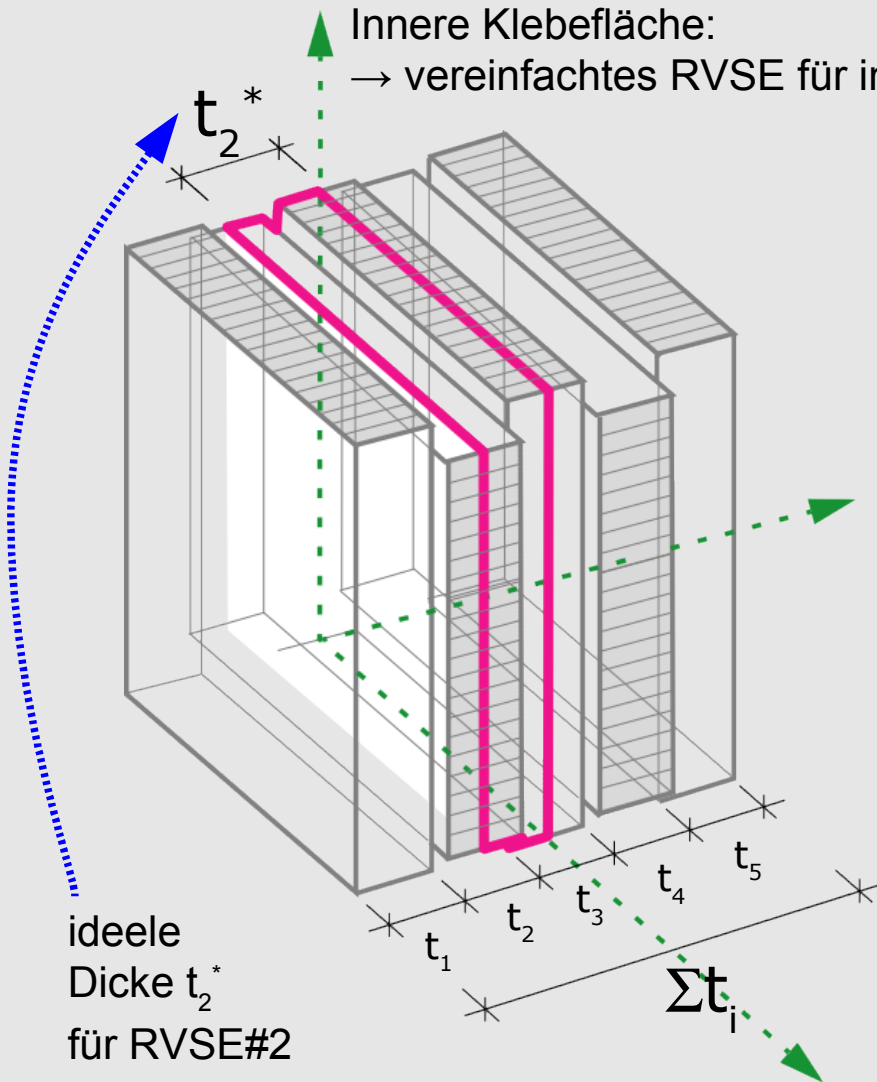
$\tau_V$  Schubspannung in „Nettofläche“



$$\tau_T = 3 \cdot \tau_0 \cdot \frac{t}{a}$$

$\tau_T$  Schubspannung zufolge lokalen Klebeflächentorsionsmoment





### ideele Dicke $t_i^*$ für reguläre RVSE's

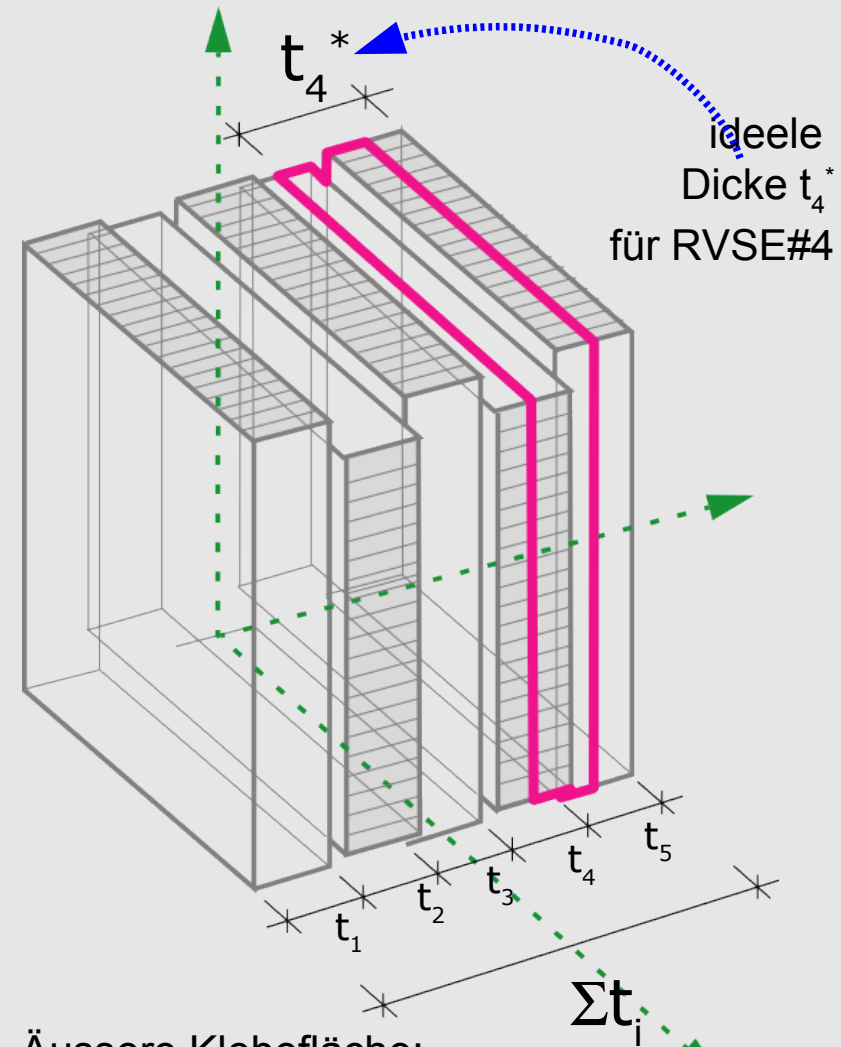
- einfacher Ansatz
- konservativ

# des RVSE	$t_i^*$
2	$= \min(t_2, t_3)$
3	$= \min(t_3, t_4)$

## ideele Dicke $t_i^*$ für die beiden äußeren RVSE's

- einfacher Ansatz
- äußere Dicken mit der doppelten Dicke!

# des RVSE	$t_i^*$
1	$= \min(2 \cdot t_1, t_2)$
4	$= \min(t_4, 2 \cdot t_5)$



Äussere Klebefläche:  
→ vereinfachtes RVSE für interface #4

**Step-1: Bestimmung der ideellen Schubspannung  $\tau_0^*$** 

- Anteilige Schubkraft je Klebefläche:

$$n_{xy,i} = n_{xy} \cdot \frac{t_i^*}{\sum_{i=1}^n t_i^*}$$

- Ideelle Schubspannung  $\tau_{0,i}^*$

$$\tau_{0,i}^* = \frac{n_{xy,i}}{t_i^*} = n_{xy} \cdot \frac{t_i^*}{\sum_n t_i^*} \cdot \frac{1}{t_i^*} = n_{xy} \cdot \frac{1}{\sum_n t_i^*}$$

**Anmerkung:** Die ideellen Schubspannungen  $\tau_{0,i}^*$  aller Knoten sind gleich  $\tau_{0,i}^* = \tau_0^*$ :

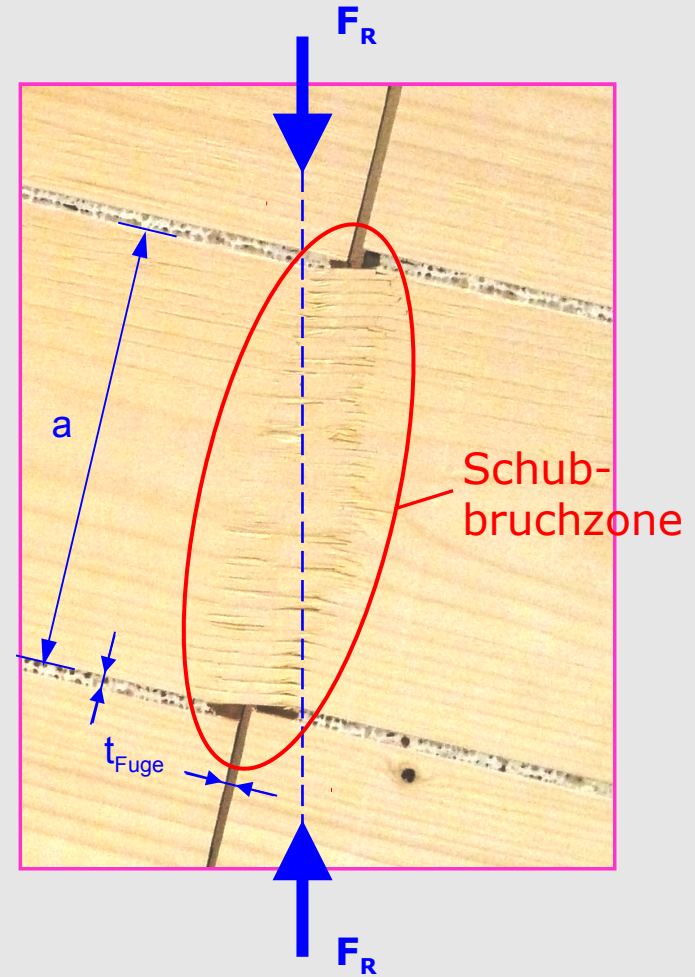
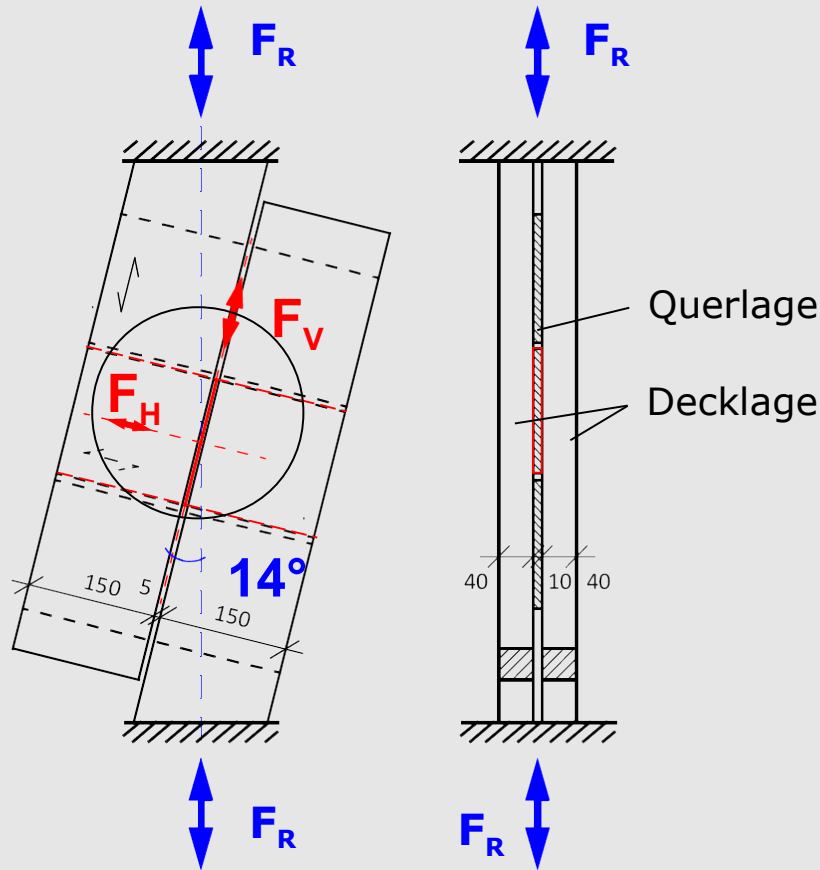
**Step-2:**

- Nachweis für Mechanismus I – „Schub“ analog zum Festigkeitsnachweis am RVSE der  $\infty$  – dicken BSP-Scheibe:

$$\tau_{v,d} = 2 \cdot \tau_{0,d}^* \leq f_{v,clt,k} \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_m}$$

- Nachweis für Mechanismus II – „Torsion“ analog zum Festigkeitsnachweis am RVSE der  $\infty$  – dicken BSP-Scheibe:

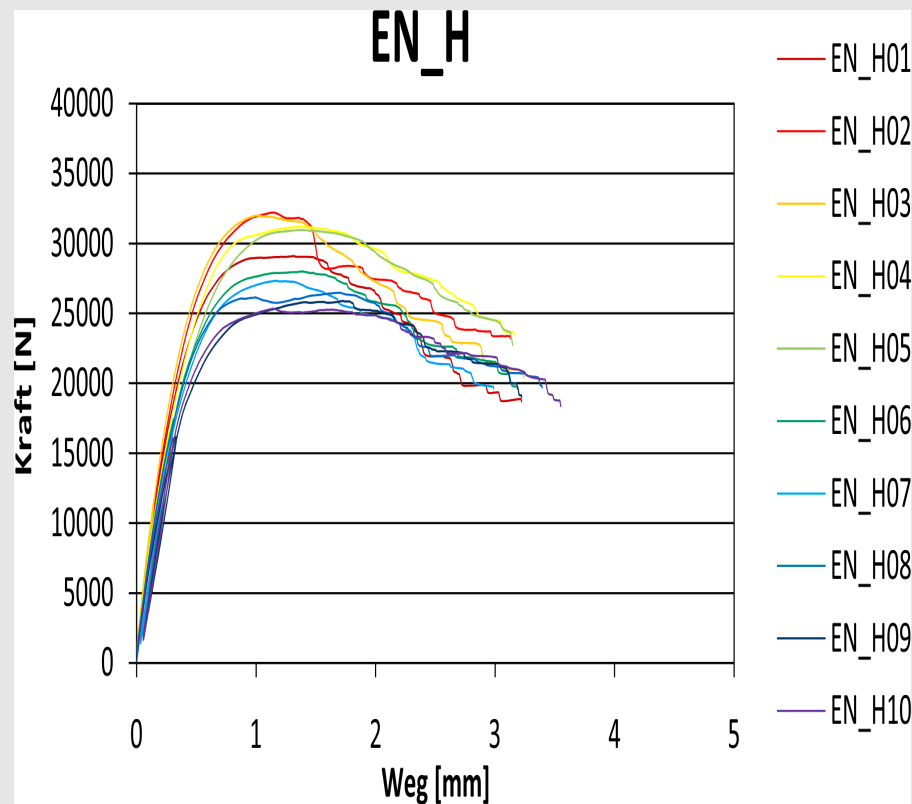
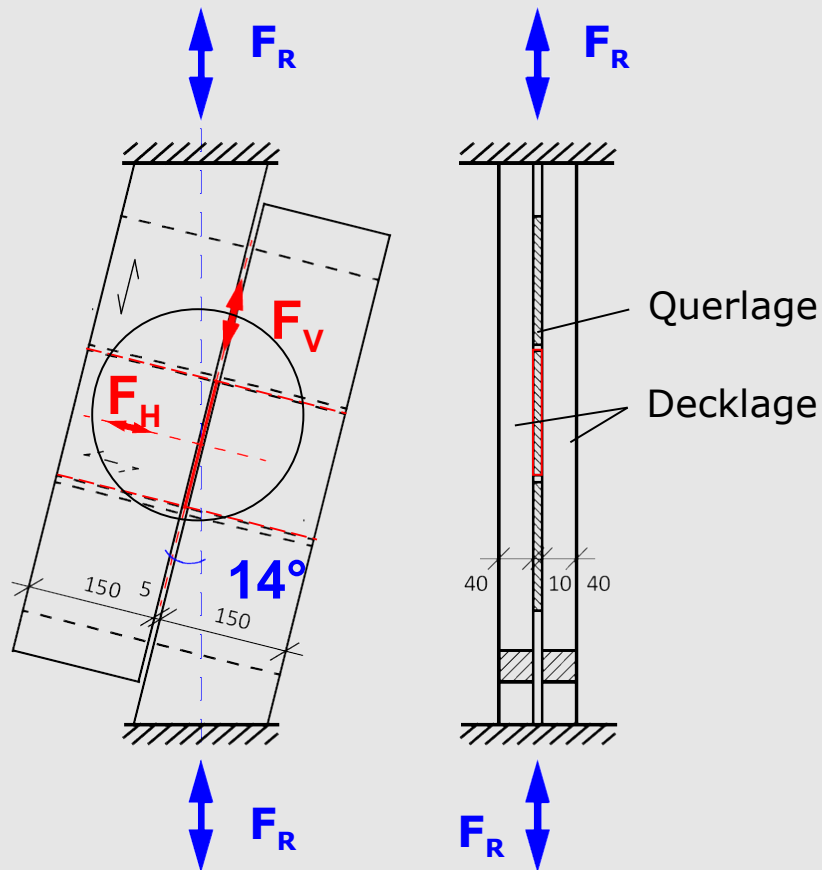
$$\tau_{T,d} = 3 \cdot \tau_{0,d}^* \cdot \frac{t_i^*}{a} \leq f_{T,clt,k} \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_m}$$



Neigung:  $14^\circ \rightarrow$  EN 408

## 2011: Masterarbeit B. Hirschmann

„Ein Beitrag zur Bestimmung der Scheibenschubfestigkeit von Brettsperrholz“



Neigung: 14° → EN 408

## 2011: Masterarbeit B. Hirschmann

„Ein Beitrag zur Bestimmung der Scheibenschubfestigkeit von Brettsperrholz“



Konfig.	QL-Breite [mm]		QL-Dicke [mm]			Lage im Stamm				Fugenbreite			Stück
	200	150	10	20	30	SW	HR	R	KB	1,5	5	25	
EN A	X		X			X					X		10
EN B		X	X			X					X		10
EN C		X		X		X					X		10
EN D		X			X	X					X		10
EN E		X		X			X				X		10
EN F		X		X				X			X		10
EN G		X		X					X		X		10
EN H		X		X		X				X			10
EN I		X		X		X						X	10
												Summe	90

## Variation von

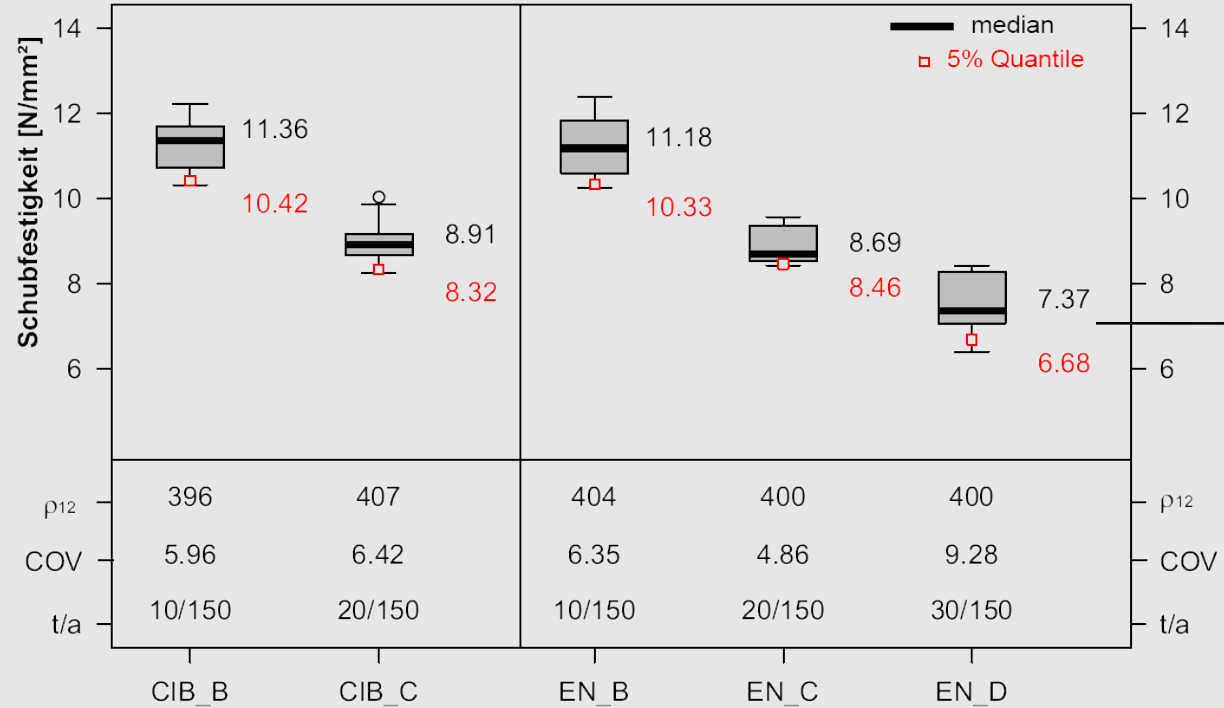
- Brettbreite
- Brettdicke
- Lage im Stamm
- Fugenbreite

## (möglichst)

## keine Variation von

- Rohdichte
- Holzfeuchte

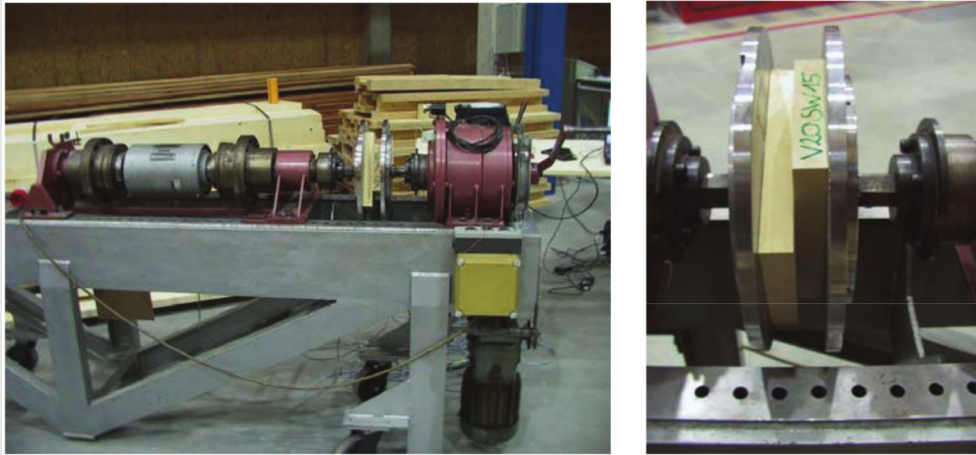
## Ergebnisse bei Parameter Brettstärke



Schubfestigkeit:  $7,37 \leq f_{v,median} \leq 11,36 \text{ N/mm}^2$

$6,68 \leq f_{v,05} \leq 10,42 \text{ N/mm}^2$

Rohdichte:  $396 \leq \rho_{12,median} \leq 407 \text{ kg/m}^3$



Versuchskonfiguration an der TU Graz zur Bestimmung für BSP-Torsionsfestigkeit in der Klebefläche

Üblicher Wert in Zulassungen:

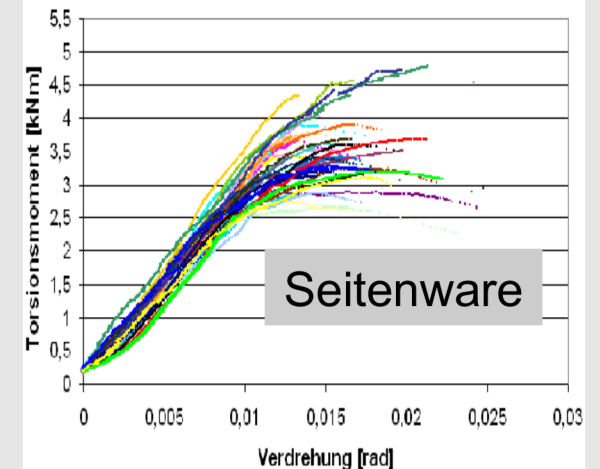
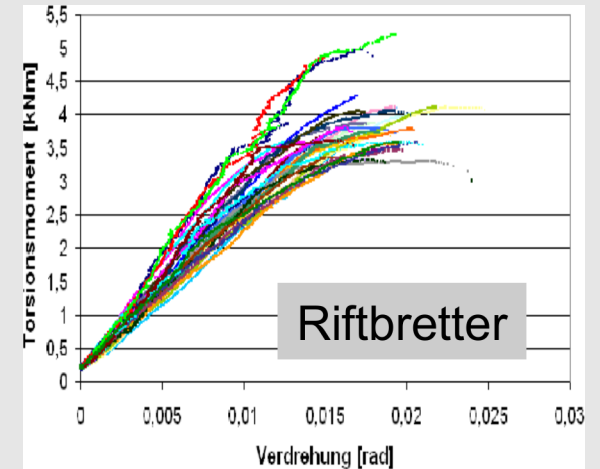
$$f_{T,k} = 2,5 \text{ N/mm}^2 \rightarrow M_T = 2,81 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

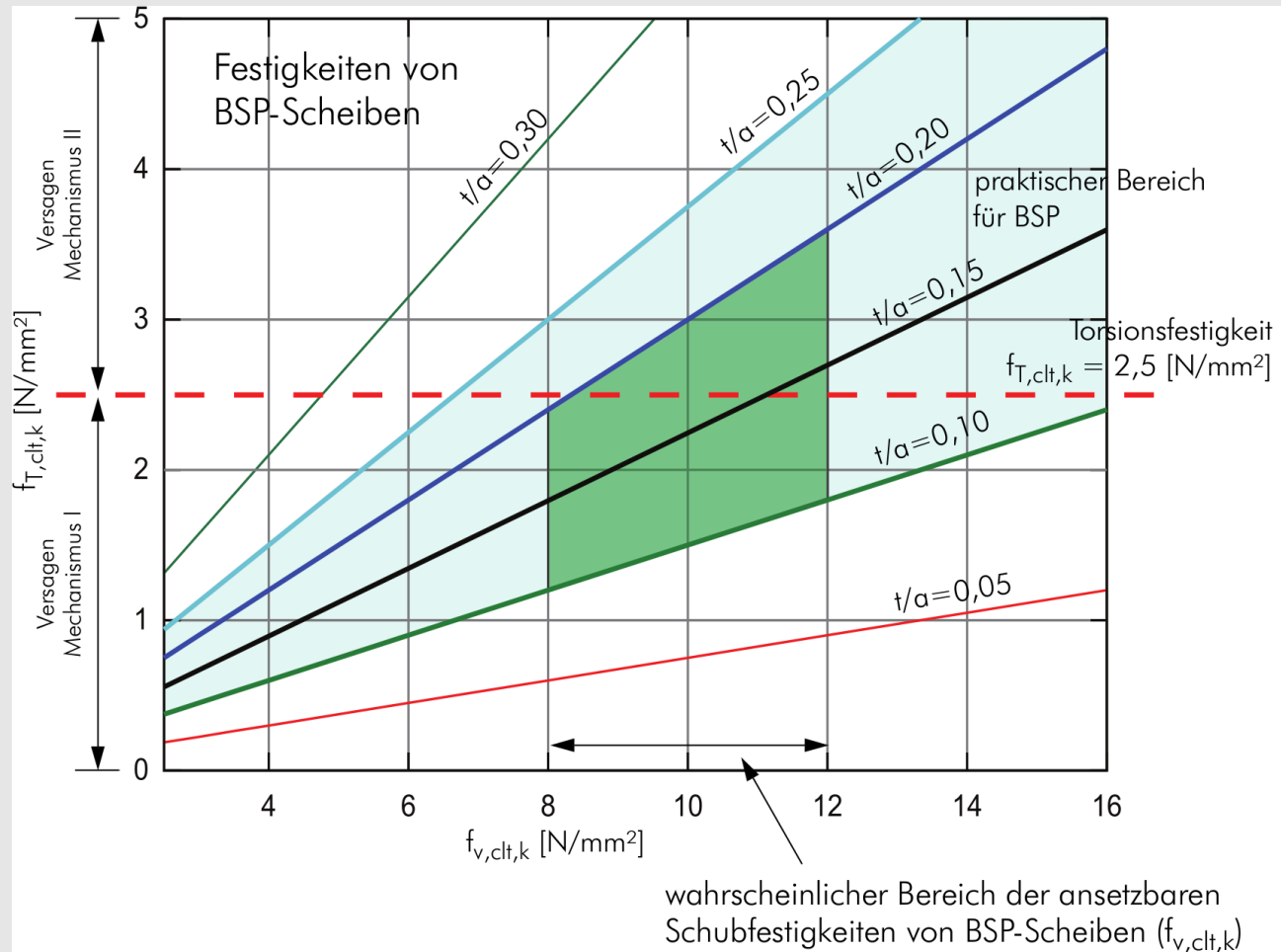
5% Quantilwerte für Riftbretter:

$$f_{T,k} = 3,201 \text{ N/mm}^2 \leftarrow M_T = 3,60 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

5% Quantilwerte für Seitenware:

$$f_{T,k} = 2,687 \text{ N/mm}^2 \leftarrow M_T = 3,02 \text{ kN}\cdot\text{m}$$



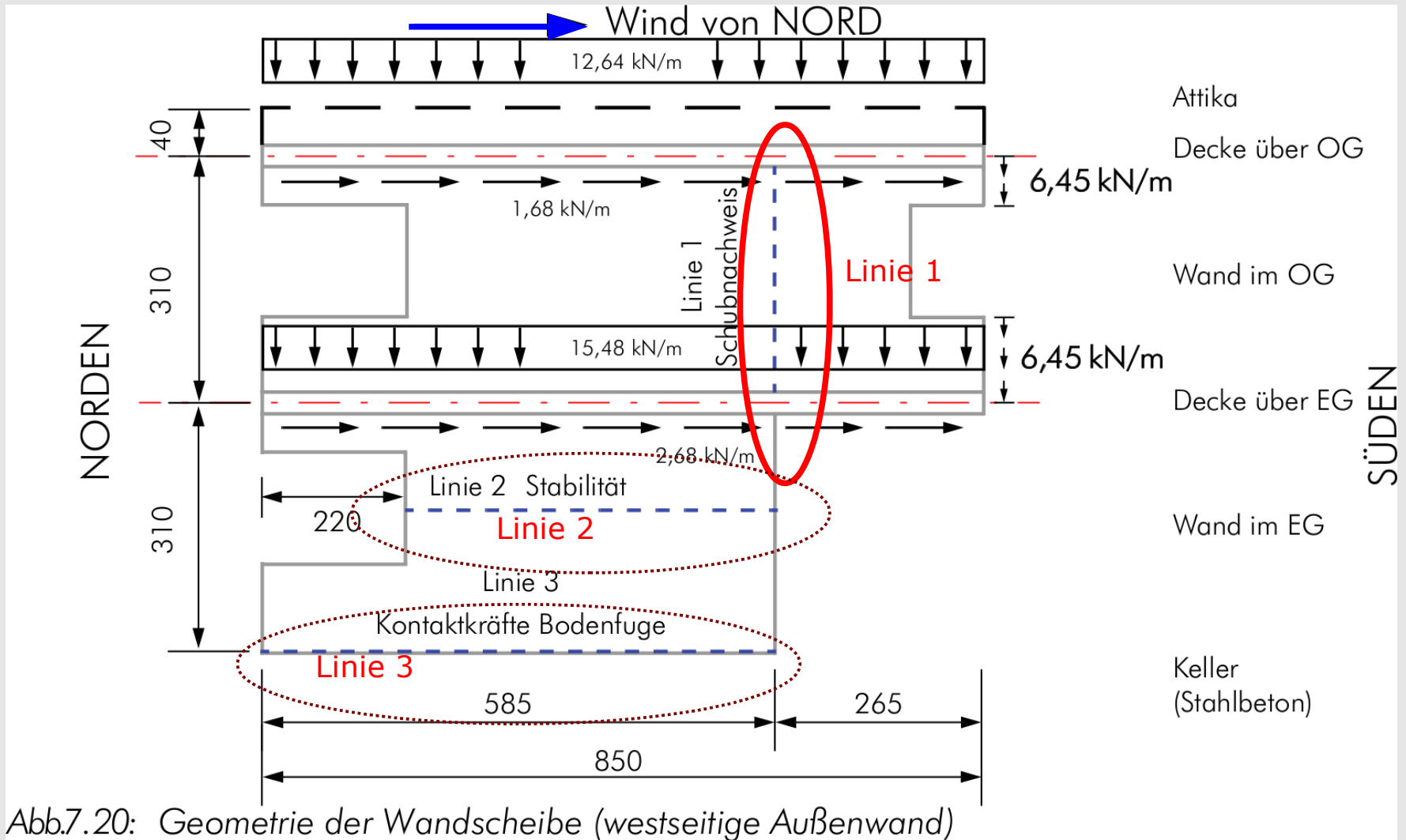


Einteilung der Versagenformen von BSP-Scheiben unter Variation der Geometrie ( $t/a$ ) und der ansetzbaren Schubfestigkeit für Mechanismus I

Schubfestigkeit	$t/a = 0,10$	$t/a = 0,15$	$t/a = 0,20$	$t/a = 0,25$
3,0 [N/mm <sup>2</sup> ]	Schub	Schub	Schub	Schub
10,3 [N/mm <sup>2</sup> ]	Schub	Schub	Torsion	Torsion
16,0 [N/mm <sup>2</sup> ]	Schub	Torsion	Torsion	Torsion

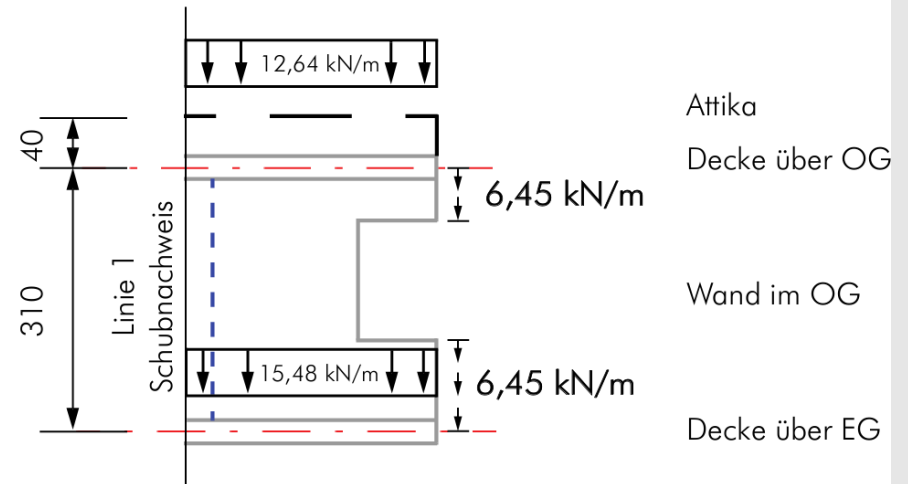
# INHALTSÜBERSICHT

- Einleitung
- BSP Steifigkeiten
- BSP Festigkeiten
- Beispiele





Linie 1 – Stelle für den Schubfestigkeitsnachweis



Montagestütze  
nur während der Bauzeit

Bestimmung der in der Linie 1 wirkenden Schubkraft  $n_{xy,d}$ :

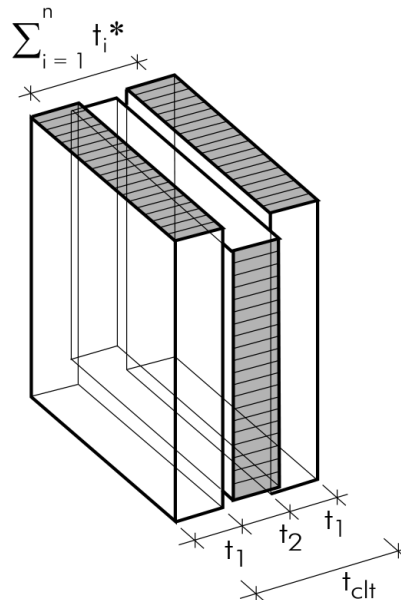
$$\begin{aligned} n_{xy,d} &= 2,65 \cdot (12,64 + 15,48) / 3,10 + (6,45 \cdot 1,60) / 3,10 = 24,04 + 3,33 = \\ &= 27,37 \text{ kN/m} = 27,37 \text{ N/mm} \end{aligned}$$

Maßgebende Schubfestigkeit (Mechanismus I – „Schub“) und Torsionsfestigkeit (Mechanismus II – „Torsion“):

$$f_{v,clt,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{v,clt,k}}{\gamma_M} = \frac{0,90 \cdot 5,0}{1,25} = 3,60 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{T,clt,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{T,clt,k}}{\gamma_M} = \frac{0,90 \cdot 2,50}{1,25} = 1,80 \text{ N/mm}^2$$

Aufbau der  
BSP-Scheibe  
(westseitige  
Aussenwand)



$$t_{clt} = 94 \text{ [mm]}$$

$$t_1 = 30 \text{ [mm]}$$

$$t_2 = 34 \text{ [mm]}$$

$$t_1^* = t_2^* = \min(2 \cdot 30, 34) = 34 \text{ [mm]}$$

Anzahl der Klebeflächen:  $n=2$

$$\sum_{i=1}^n t_i^* = 2 \cdot 34 = 68 \text{ [mm]}$$



- Step-1: Bestimmung der ideellen Ersatzdicken  $t_i^*$  und der ideellen Schubspannungen  $\tau_{0,d}^*$  für die Klebeflächenschichten 1 und 2 (siehe im Kapitel Grenzzustand der Tragfähigkeit (ULS) – Schubfestigkeitsnachweis bei endlicher Schichtanzahl und variablen Einzelschichtdicken ( $t_i$ ) auf Seite 126)

$$\tau_{0,d}^* = \frac{n_{xy,d}}{\sum_{i=1}^n t_i^*} = \frac{27,37}{68} = 0,403 \text{ N/mm}^2$$

- Step-2: Festigkeitsnachweis für Mechanismus I – „Schub“ und Mechanismus II – „Torsion“

$$\tau_{v,d}^* = 2 \cdot \tau_{0,d}^* = 2 \cdot 0,403 = 0,805 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{T,d}^* = 3 \cdot \tau_{0,d}^* \cdot \frac{t_m}{a} = 3 \cdot 0,403 \cdot \frac{34}{150} = 0,274 \text{ N/mm}^2$$

- Nachweis Mechanismus I – „Schub“:

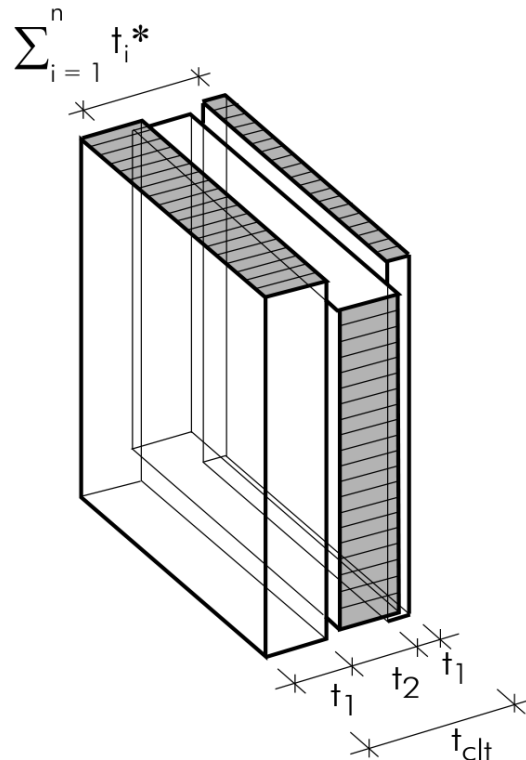
$$\frac{\tau_{v,d}^*}{f_{v,clt,d}} = \frac{0,805}{3,60} = 0,22 \leq 1,0$$

- Nachweis Mechanismus II – „Torsion“:

$$\frac{\tau_{T,d}^*}{f_{T,clt,d}} = \frac{0,274}{1,80} = 0,15 \leq 1,0$$

# Sonderfall stark ungleiche Brettdicken

- Querschnitt:



$$t_{clt} = 70 \text{ [mm]}$$

$$t_1 = 30 \text{ [mm]}$$

$$t_2 = 34 \text{ [mm]}$$

$$t_3 = 6 \text{ [mm]}$$

$$\text{Knoten 1 } t_1^* = \min(60, 34) = 34 \text{ mm}$$

$$\text{Knoten 2 } t_2^* = \min(34, 12) = 12 \text{ mm}$$

Anzahl der Klebeflächen:  $n=2$

$$\sum_{i=1}^n t_i^* = 34 + 12 = 46 \text{ [mm]}$$

Abb. 7.24: Dicken des Wandelements – ideale Ersatzdicken  $t_i^*$  im Brandfall

- Step-1:

$$\tau_{0,d}^* = \frac{n_{xy,d}}{\sum_{i=1}^n t_i^*} = \frac{27,37}{46} = 0,595 \text{ N/mm}^2$$

- Step-2:

$$\tau_{v,d}^* = 2 \cdot \tau_{0,d}^* = 2 \cdot 0,595 = 1,19 \text{ N/mm}^2 \quad \rightarrow \underline{47 \% \text{ Erhöhung}}$$

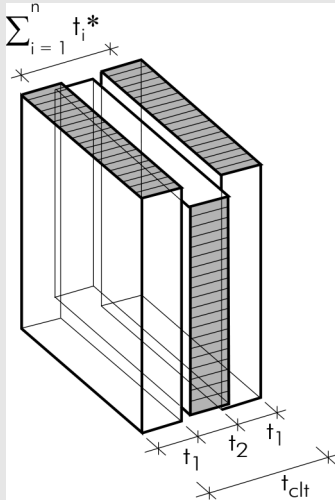
$$\tau_{T,d}^* = 3 \cdot \tau_{0,d}^* \cdot \frac{t_1^*}{a} = 3 \cdot 0,595 \cdot \frac{34}{150} = 0,405 \text{ N/mm}^2 = \text{Knoten 1}$$

$$\tau_{T,d}^* = 3 \cdot \tau_{0,d}^* \cdot \frac{t_2^*}{a} = 3 \cdot 0,595 \cdot \frac{12}{150} = 0,143 \text{ N/mm}^2 = \text{Knoten 2}$$

Anmerkung: Die Torsionsbeanspruchung steigt im Knoten 1 an und im Knoten 2 fällt sie massiv ab.

47% Erhöhung durch die Reduktion der Rand-Schichtstärke auf 6 mm

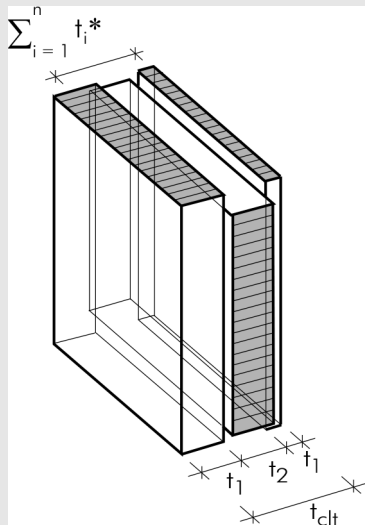
# Vergleich mit Nachweis über „Nettoflächen“



$$t = (34, 60) \rightarrow$$

$$t_{\min} = 34 \text{ mm}$$

$$\tau_{v,d} = \frac{n_{xy,d}}{t_{\min}} = \frac{27,37}{34} = 0,805 \text{ N/mm}^2$$



$$t = (34, 36) \rightarrow$$

$$t_{\min} = 34 \text{ mm}$$

$$\tau_{v,d} = \frac{n_{xy,d}}{t_{\min}} = \frac{27,37}{34} = 0,805 \text{ N/mm}^2$$

Keine Änderung der Auslastung trotz Reduktion der Rand-Schichtstärke auf 6 mm

## Kontakt

**DI Dr.techn. Thomas Bogensperger**

**+43 (0) 316 873-4608**

**bogensperger@tugraz.at**

**Inffeldgasse 24/I, A-8010 Graz**

**DI Gregor Silly**

**+43 (0) 316 873-4615**

**gregor.silly@tugraz.at**

**Inffeldgasse 24/I, A-8010 Graz**



**Das Kompetenzzentrum  
für Holzbau und Holztechnologie**  
im Bautechnikzentrum  
der Technischen Universität Graz