

# Embedded Beams 2.0 - Weiterentwicklung & Anwendung

Andreas-Nizar Granitzer<sup>1</sup>, Franz Tschuchnigg<sup>1</sup>

<sup>1</sup> TU Graz, Institut für Bodenmechanik, Grundbau und Numerische Geotechnik, 8010, Graz, Österreich  
andreas-nizar.granitzer@tugraz.at

## Kurzfassung:

Der Einsatz von Embedded Beam Formulierungen zur Idealisierung linearer Strukturelemente hat sich in der numerischen Geotechnik vielfach bewährt. Hauptauschlaggebend dafür ist ein Kunstgriff bei der Formulierung der Boden-Bauteil-Interaktion. Insbesondere bei umfangreichen Bauvorhaben mit einer Vielzahl integrierter, linearer Strukturelemente ermöglicht es dieser, den numerischen Berechnungs- und Modellierungsaufwand auf ein vertretbares Maß zu begrenzen. Der gegenständliche Beitrag gibt einen Überblick über ausgewählte Meilensteine einer jahrzehntelangen Entwicklungsarbeit und skizziert künftige, forschungsbezogene Stoßrichtungen.

## 1 Einleitung

Das Verhalten geotechnischer Bauwerke ist in vielen Fällen von Boden-Bauteil-Interaktionen (BBI) geprägt. Dies trifft insbesondere auf Pfahlgründungen oder verankerte Stützbauwerke zu, deren Tragwirkung maßgeblich durch Relativverschiebungen zwischen linearen Strukturelementen mit hohem Schlankheitsgrad (z.B. Pfähle, Bodennägel) und dem angrenzenden Baugrund beeinflusst wird [1]. Die zweckmäßige Berücksichtigung vergleichbarer Problemstellungen, einschließlich der auftretenden mechanischen Effekte wie Reibung oder Trennung der Körper infolge einer Lastumkehr, mittels numerischer Berechnungsmethoden (NBM) stellt eine besondere Herausforderung im Fachgebiet der numerischen Geotechnik dar. Popp & Steinbrecher (2022) [2] sprechen in diesem Zusammenhang gar von einer „never ending source of hard nuts to crack“, welche fachdisziplin-übergreifend seit mittlerweile rund 50 Jahren [3] im Zentrum intensiver Forschungstätigkeit stehen. Im Bereich der numerischen Geotechnik hat die Weiterentwicklung sogenannter Embedded Beam Formulierungen (EBF) [4–6] wesentlich dazu beigetragen, dass der Einsatz NBM in der Ingenieurspraxis verstärkt Einzug gehalten hat; z.B. [7]. Der gegenständliche Beitrag gibt einen kompakten Überblick über ausgewählte Implementierungsdetails moderner Embedded Beam Formulierungen und liefert einen kontextbezogenen Forschungsausblick.

## 2 Embedded Beam Grundlagen

Aus strukturmechanischer Sicht stellen die nachfolgend diskutierten EBF 1D-Strukturelemente dar, welche unter Zuhilfenahme impliziter Interface-Elemente mit 3D-Kontinuums-elementen gekoppelt sind. Die 1D-Strukturelemente werden traditionell als schubweiche Timoshenko-Balken implementiert [4]; für eine detaillierte Beschreibung der zugrundeliegenden Modellannahmen sei auf Merkel & Öchsner (2014) [8] verwiesen. Die Idealisierung der 3D-Kontinuums-elemente, welche den dreidimensionalen Spannungszustand des angrenzenden Bodenkontinuums abbilden, erfolgt bei Anwendung der Finite-Elemente-Methode (FEM) in der Regel durch isoparametrische Elemente mit polynomialen Ansatzfunktionen. Die 1D-3D-Kopplung wird durch implizite Interface-Elemente realisiert, welche die translatorischen Freiheitsgrade beider FE-Elemente miteinander in Beziehung setzt. Für eine nähere

Diskussion hinsichtlich des Einflusses impliziter Interface-Elemente auf die C-Kontinuität im Bodenkontinuum wird auf Granitzer & Tschuchnigg [9] verwiesen.

Unter der Voraussetzung kleiner Verformungen ergibt das Prinzip der virtuellen Arbeit folgende Integralgleichungen für die schwache Form des EBF-Randwertproblems [10]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{\Omega_m} \nabla^S \delta \mathbf{u}_m : \boldsymbol{\sigma}_m d\Omega_m + \int_{\Omega_i} \nabla^S \delta \mathbf{u}_d : \boldsymbol{\sigma}_i d\Omega_i = \int_{\Gamma_t} \delta \mathbf{u}_m \cdot \mathbf{t} d\Gamma_t \\ \int_{\Omega_i} \nabla^S \delta \mathbf{u}_{rel} : \boldsymbol{\sigma}_i d\Omega_i + \int_{\Gamma_{int}} \delta \mathbf{u}_{rel} \cdot \mathbf{t}_{int} d\Gamma_{int} = 0 \end{array} \right.$$

$\mathbf{u}_m, \mathbf{u}_d, \mathbf{u}_{rel}$  Verschiebungsvektorfeld entlang Bodenkontinuum & Beam Segmenten bzw. Relativverschiebungsfeld  
 $\boldsymbol{\sigma}_m, \boldsymbol{\sigma}_i$  Spannungstensorfeld in Bodenkontinuum & Beam Segmenten  
 $\mathbf{t}_{int}, \mathbf{t}$  Neumann Randbedingungen auf implizites Interface & Modellrand  
 $\Omega_m, \Omega_i$  Physikalische Teilgebiete von Bodenkontinuum & Beam Segmenten  
 $\Gamma_{int}, \Gamma_t$  Physikalische Randgebiete von implizitem Interface & Modellrand  
 $\nabla^S$  Nabla-Operator (symmetrisch)

Die Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems unter Einsatz direkter oder iterativer Verfahren führt zu den diskreten Knotenverschiebungen der approximierten 1D- bzw. 3D-Verschiebungsfelder. Es ist zu beachten, dass die Beiträge der 1D-Strukturelemente (i.e. Embedded Beam Segmente) bzw. der 3D-Boden-Kontinuums-elemente unabhängig von den Kopplungstermen des impliziten Interface-Elementes sind, wodurch der Einsatz bewährter Algorithmen zur FE-Netzgenerierung zulässig ist [11]. In diesem Kontext ermöglichen EBF eine effiziente Netzgenerierung des 3D-Bodenkontinuums, welche mit Ausnahme der beiden Endpunkte unabhängig von der Diskretisierung der Embedded Beam Segmente vollzogen wird; vgl. **Abb. 1**. Auf diese Weise ist es möglich, den numerischen Rechenaufwand durch eine Reduktion der gesuchten Freiheitsgrade erheblich zu reduzieren [12].

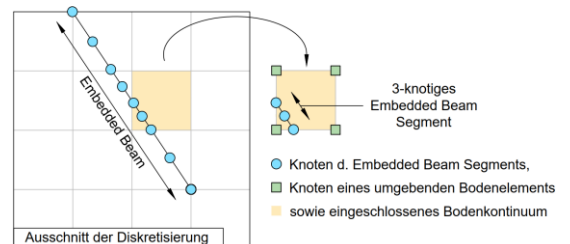


Abb. 1: Embedded Beam Formulierungen haben kaum einen Einfluss auf die Diskretisierung des Bodenkontinuums (schematische Darstellung)

### 3 Embedded Beam 2.0

Derzeit sind ausschließlich EBF mit Interaktionslinie (EB-L) in kommerziellen numerischen Berechnungsprogrammen implementiert, welche die BBI entlang der Achse des 1D-Strukturelements abbilden. Dies führt zu Singularitäten zufolge des Kelvin-Effekts [9]; i.e. innerhalb der 3D-Boden-Kontinuums-elemente wirken punktkonzentrierte Kräfte entlang der EB-L-Achse. Als Konsequenz daraus ist häufig ein netzabhängiges Strukturverhalten zu beobachten, wodurch der gewählte Diskretisierungsgrad einen erheblichen Einfluss auf die Berechnungsergebnisse haben kann [7]. Im Unterschied dazu wird die BBI beim Embedded Beam Element mit Interaktionslinie (EB-I) nicht entlang der Achse, sondern an den BBI-Kontaktflächen berücksichtigt (Abb. 2). Neben einer Verringerung der Netzabhängigkeit führt dies zu weiteren Vorteilen gegenüber dem EB-L, welche in kürzlich erschienen Publikationen erläutert sind [4, 9, 12].

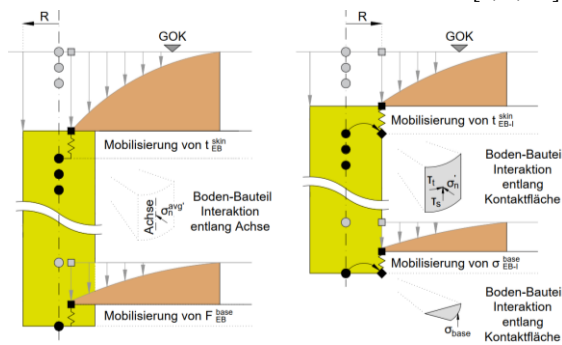


Abb. 2: Mechanisches Embedded Beam Modell mit Interaktionslinie (EB-L, links) und Interaktionsfläche (EB-I, rechts)

### 4 Forschungsausblick

Das EB-I befindet sich derzeit in der finalen Verifikations- und Validierungsphase, welche im Rahmen einer Kooperation zwischen dem Institut des Autors dieses Beitrags sowie der R&D Unit von Bentley Systems mit Sitz in Delft (Niederlande) abgewickelt wird. Derzeitige Forschungsanstrengungen konzentrieren sich auf eine weitere Optimierung der Konfiguration des impliziten EB-I-Interfaces. Dies betrifft beispielsweise die Anordnung und Anzahl der Kopplungspunkte, welche einen Einfluss auf die Besetzungsstruktur (Abb. 3) sowie die Konditionierung der Gesamtsteifigkeitsmatrix – und damit auf den Speicherbedarf und die Rechenzeiten – haben.

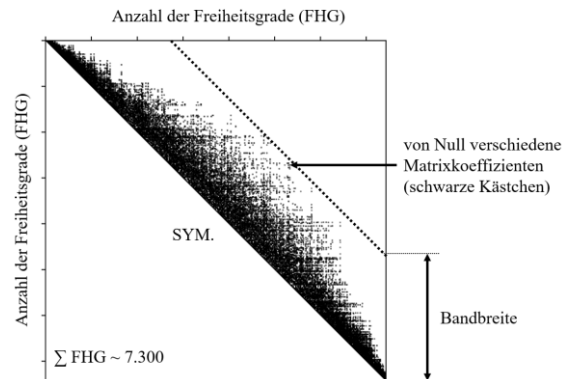


Abb. 3: Aufbau und Besetzung der Gesamtsteifigkeitsmatrix

Des Weiteren sind die automatisationsunterstützte Optimierung impliziter Interfacesteifigkeiten unter Einsatz unüberwachter maschineller Lernalgorithmen sowie Sensitivitätsstudien auf Basis von Feldversuchen zur Ableitung normativer Empfehlungen [13] Gegenstand derzeitiger EB-I-bezogener Forschungstätigkeiten.

### Literaturverzeichnis

- [1] Witt, K.J. (Hrsg.): Grundbau-Taschenbuch – Teil 3. Gründungen und geotechnische Bauwerke. Ernst, Berlin, 2018.
- [2] Popp, A.; Steinbrecher, I.: Finite Element Formulations for Beam-to-Solid Interaction—from Embedded Fibers Towards Contact. In: Aldakheel, F.; Hudobivnik, B.; Soleimani, M. et al. (Hrsg.): Current Trends and Open Problems in Computational Mechanics. Springer International Publishing, Cham, 2022, S. 425-434.
- [3] Phillips, D.V.; Zienkiewicz, O.C.: Finite Element Non-Linear Analysis of Concrete Structures. In: Proceedings of the Institution of Civil Engineers 61 (1976), Heft 1, S. 59-88. <https://doi.org/10.1680/iicep.1976.3503>.
- [4] Granitzer, A.-N.; Tschuchnigg, F.: Practice-Oriented Validation of Embedded Beam Formulations in Geotechnical Engineering. In: Processes 9 (2021), Heft 10, S. 1739. <https://doi.org/10.3390/pr9101739>.
- [5] Sadek, M.; Shahrour, I.: A three dimensional embedded beam element for reinforced geomaterials. In: International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics 28 (2004), Heft 9, S. 931-946. <https://doi.org/10.1002/nag.357>.
- [6] Tschuchnigg, F.; Schweiger, H.: The embedded pile concept - Verification of an efficient tool for modelling complex deep foundations. In: Computers and Geotechnics (2015), Heft 63, S. 244-254.
- [7] Granitzer, A.-N.; Tschuchnigg, F.; Summerer, W. et al.: Errichtung eines Eisenbahntunnels in Deckelbauweise über dem Hauptsammler West der Stadt Stuttgart. In: Bauingenieur 96 (2021), Heft 05, S. 156-164. <https://doi.org/10.37544/0005-6650-2021-05-40>.
- [8] Merkel, M.; Öchsner, A.: Eindimensionale Finite Elemente. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2014.
- [9] Granitzer, A.; Tschuchnigg, F.: On the Use of Embedded Beam Formulations for the Numerical Analysis of Deep Foundations. In: Barla, M.; Di Donna, A.; Sterpi, D. (Hrsg.): Challenges and Innovations in Geomechanics – Proceedings of the 16th International Conference of IACMAG - Volume 3. Springer International Publishing, Turin, 2022, (accepted).
- [10] Goudarzi, M.: Discrete fiber models beyond classical applications: Rigid line inclusions, fiber-based batteries, challenges, Delft University of Technology, PhD-Thesis, 2020.
- [11] Steinbrecher, I.; Popp, A.; Meier, C.: Consistent coupling of positions and rotations for embedding 1D Cosserat beams into 3D solid volumes. In: Computational Mechanics (2021). <https://doi.org/10.1007/s00466-021-02111-4>.
- [12] Granitzer, A.-N.; Felic, H.: Das Embedded Beam Element mit explizierter Interaktionsoberfläche - Optimierte Modellierung linearer Strukturelemente. In: DGGT (Hrsg.): 37. Baugrundtagung mit Fachausstellung Geotechnik – Tagungsband, Wiesbaden, 2022, (accepted).
- [13] Granitzer, A.-N.; Rebhan, M.J.; Tschuchnigg, F.: Influence of Reaction System on Uplift Behaviour of Micropiles Subjected to Static Pullout. In: ISSMGE TC220 (Hrsg.): Field Measurements in Geomechanics, London, 2022, (accepted).